МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра фундаментальної та прикладної математики

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА БАКАЛАВРА

на тему: **«МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ЗА ДОПОМОГОЮ СТОХАСТИЧНИХ ДИНАМІЧНИХ МОДЕЛЕЙ»**

Виконав: студент 4 курсу, групи 6.1131

спеціальності 113 Прикладна математика
(шифр і назва спеціальності)

освітньої програми Комп'ютерне моделювання
(назва освітньої програми)

А.О. Годзула
(ініціали та прізвище)

Керівник завідувач кафедри фундаментальної та прикладної математики, професор, д.т.н. Гребенюк С.М.
(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Рецензент доцент кафедри загальної математики, доцент, к.ф.-м.н. Спиця О.Г.
(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Запоріжжя – 2025

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет математичний

Кафедра фундаментальної та прикладної математики

Рівень вищої освіти бакалавр

Спеціальність 113 Прикладна математика
(шифр і назва)

Освітня програма Комп'ютерне моделювання

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри
фундаментальної та прикладної
математики, професор, д.т.н.

_____ Гребенюк С.М.
(підпис)

« ____ » _____ 2025 р.

ЗАВДАННЯ
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ СТУДЕНТУ

Годзулі Андрію Олексійовичу
(прізвище, ім'я та по-батькові)

1. Тема роботи (проекту) Математичне моделювання економічних процесів за допомогою стохастичних динамічних моделей

керівник роботи (проекту) Гребенюк Сергій Миколайович, д.т.н., професор
(прізвище, ім'я та по-батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом ЗНУ від « 20 » грудня 2024 року № 2001-с

2. Строк подання студентом роботи 16.06.2025

3. Вихідні дані до роботи 1. Постановка задачі.
2. Перелік літератури.

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити)

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень)
Презентація

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

7. Дата видачі завдання 20.12.2024

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів кваліфікаційної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1.	Розробка плану роботи.	20.12.2024	
2.	Збір вихідних даних.	03.01.2025	
3.	Розробка першого розділу.	27.02.2025	
4.	Розробка другого розділу.	16.04.2025	
5.	Розробка третього розділу.	21.05.2025	
6.	Оформлення та нормоконтроль	10.06.2025	
	кваліфікаційної роботи.		
7.	Захист кваліфікаційної роботи.	17.06.2025	

Студент _____ А. О. Годзула
(підпис) (ініціали та прізвище)

Керівник роботи _____ С. М. Гребенюк
(підпис) (ініціали та прізвище)

Нормоконтроль пройдено

Нормоконтролер _____ О. Г. Спиця

РЕФЕРАТ

Кваліфікаційна робота бакалавра «Математичне моделювання економічних процесів за допомогою стохастичних динамічних моделей»: 38 с., 22 джерела.

СТОХАСТИЧНІ ДИНАМІЧНІ МОДЕЛІ, ДЕТЕРМІНОВАНІ МОДЕЛІ, ЗАГАЛЬНА РІВНОВАГА, ЧИСТИЙ ПРИБУТОК.

Об’єкт дослідження – математична модель умовного суб’єкта економіки в умовах динамічного середовища.

Мета роботи – побудова стохастичної динамічної моделі, яка дозволяє досліджувати формування чистого прибутку підприємства з урахуванням впливу випадкових факторів.

Метод дослідження – математичне моделювання з використанням елементів стохастичного аналізу, економічної статистики та комп’ютерного моделювання.

У даній кваліфікаційній роботі розглядається процес побудови та застосування стохастичних динамічних моделей для аналізу економічних процесів на прикладі моделювання чистого прибутку підприємства. У першому розділі подано теоретичні основи стохастичного моделювання та аналіз існуючих моделей загальної рівноваги. Другий розділ присвячений поетапній побудові моделі: спочатку формується повна детермінована модель чистого прибутку, яка згодом перетворюється на стохастичну, а потім – на динамічну. У третьому розділі представлено практичне використання побудованої моделі: підготовка вхідних даних, розробка комп’ютерної реалізації, її тестування та аналіз результатів.

SUMMARY

Bachelor's qualification work "Mathematical modeling of economic processes using stochastic dynamic models": 38 p., 22 sources.

STOCHASTIC DYNAMIC MODELS, DETERMINATIVE MODELS, GENERAL EQUILIBRIUM, NET PROFIT.

The object of research is a mathematical model of a conditional economic entity in a dynamic environment.

The purpose of the work is to build a stochastic dynamic model that allows you to study the formation of the net profit of an enterprise, taking into account the influence of random factors.

The research method is mathematical modeling using elements of stochastic analysis, economic statistics and computer modeling.

This qualification work considers the process of building and applying stochastic dynamic models for the analysis of economic processes using the example of modeling the net profit of an enterprise. The first section presents the theoretical foundations of stochastic modeling and an analysis of existing general equilibrium models. The second section is devoted to the phased construction of the model: first, a full deterministic net profit model is formed, which is subsequently transformed into a stochastic one, and then into a dynamic one. The third section presents the practical use of the constructed model: preparation of input data, development of a computer implementation, its testing, and analysis of the results.

ЗМІСТ

Завдання на кваліфікаційну роботу…….. 2
Реферат…… 4
Summary…… 5
Зміст……... 6
Перелік умовних позначень, скорочень і термінів……... 8
Вступ…… 9
1. Застосування стохастичних динамічних моделей …… 11
1.1 Основні теоретичні відомості про стохастичні динамічні моделі …….. 11
1.2 Аналіз існуючої стохастичної динамічної моделі загальної рівноваги……..……. 12
2. Побудова стохастичної динамічної моделі чистого прибутку підприємства……. 18
2.1 Основні теоретичні відомості про чистий прибуток підприємства. ……..……..…… 18
2.2 Перетворення детермінованої моделі чистого прибутку підприємства в стохастичну …….……..... 20
2.3 Перетворення стохастичної статичної моделі чистого прибутку підприємства в стохастичну динамічну модель…….. 23
3. Використання стохастичної динамічної моделі чистого прибутку підприємства ……. 25
3.1 Підготовка даних для моделі ..……..…… 25
3.2 Тестування та аналіз моделі..……..…… 27
Висновки……. 29
Перелік посилань…… 30

Додаток А…….. 33
Додаток Б…….. 38

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ

ВВП – Внутрішній валовий продукт

ЄСВ – Єдиний соціальний внесок

ПДФО – Податок на доходи фізичних осіб

ФОП – Фізична особа-підприємець

ВСТУП

У сучасних умовах розвитку економіки підприємства функціонують у складному та динамічному середовищі, що характеризується високим рівнем невизначеності, зумовленої як внутрішніми, так і зовнішніми факторами. Традиційні детерміновані моделі, які не враховують стохастичну природу економічних процесів, не завжди здатні адекватно описати поведінку підприємств у таких умовах. Саме тому актуальним є застосування стохастичних динамічних моделей, які дозволяють врахувати випадкові впливи та часову змінність основних економічних показників.

Метою даної кваліфікаційної роботи є побудова стохастичної динамічної моделі чистого прибутку підприємства з урахуванням характерних ризиків і коливань, які можуть мати місце в реальній господарській діяльності. Для реалізації поставленої мети проаналізовано теоретичні основи побудови стохастичних моделей, досліджено приклади існуючих моделей загальної рівноваги, сформовано базову детерміновану модель прибутку та перетворено її у стохастичну динамічну форму.

У роботі використано методи математичного моделювання, стохастичного аналізу, економічної статистики, а також елементи комп’ютерного моделювання для перевірки функціональності розробленої моделі. Об’єктом дослідження виступає умовне мале підприємство – кафе, діяльність якого аналізується з урахуванням типових економічних умов та обмежень, характерних для малого бізнесу в Україні.

Структура роботи включає три основні розділи. У першому розглянуто теоретичні аспекти стохастичних динамічних моделей та їх застосування в економіці. У другому розділі здійснено побудову моделі чистого прибутку підприємства – від її детермінованої форми до повноцінної стохастичної динамічної структури. Третій розділ присвячено практичному застосуванню

моделі, включаючи збір і підготовку даних, реалізацію обчислювального алгоритму та аналіз результатів тестування.

1 ЗАСТОСУВАННЯ СТОХАСТИЧНИХ ДИНАМІЧНИХ МОДЕЛЕЙ

1.1 Основні теоретичні відомості про стохастичні динамічні моделі

У математичному моделюванні процесів, що характеризуються випадковими змінами, широко використовується поняття стохастичності. На відміну від детермінованих моделей, у яких однакові початкові умови завжди призводять до одного й того ж результату, стохастичні моделі передбачають наявність множини випадкових величин, що описують імовірнісну природу процесів. [1].

Наприклад, у моделях динаміки популяції випадковими величинами можуть виступати змінні, що характеризують народжуваність або смертність певного виду. У контексті епідеміологічних моделей випадковість може проявлятися через ймовірність контакту між хворою та здоровою особою, випадкові мутації вірусу, результати медичних досліджень або спонтанну імунну відповідь організму без медичного втручання. В економічних моделях стохастичні фактори можуть охоплювати широкий спектр випадкових змін у соціальному, політичному та економічному середовищі, залежно від предмета дослідження.

Більшість наведених прикладів ілюструють динамічні процеси, що змінюються з часом. Це дає змогу сформулювати загальне визначення об'єкта дослідження даної кваліфікаційної роботи. Стохастичні динамічні моделі – це математичні конструкції, які описують еволюцію певного процесу або системи в часі з урахуванням впливу випадкових факторів, що можуть виникати в межах об’єкта, який моделюється.

З метою уникнення нереалістичних або фізично неможливих результатів, наприклад, повного зникнення популяції внаслідок незначного збурення, у процесі побудови стохастичних моделей застосовуються статистичні методи та результати додаткових досліджень у суміжних

наукових галузях. Це дозволяє скоригувати ймовірності подій таким чином, щоб забезпечити адекватність моделі реальним умовам.

У загальному випадку побудова стохастичної моделі базується на модифікації вже існуючої детермінованої моделі шляхом включення до неї випадкових чинників, виявлених у процесі емпіричних досліджень. Ці чинники, як правило, підлягають попередньому аналізу та коригуванню на основі статистичних даних, що дозволяє забезпечити адекватне відображення ймовірнісної природи досліджуваного процесу або системи.

1.2 Аналіз існуючої стохастичної динамічної моделі загальної рівноваги

У результаті дослідження економіки України та аналізу впливу зовнішніх і внутрішніх чинників на її розвиток було сформульовано наступну стохастичну динамічну модель загальної рівноваги, яка складається з декількох частин [2].

Рівняння попиту:

$$y_t = \frac{C^H}{Y} c_t^H + \frac{C^e}{Y} c_t^e + \frac{C^{H^*}}{Y} c_t^{H^*} + \frac{I^H}{Y} ia_{t-1}^H + \frac{G}{Y} g_t, \tag{1.1}$$

$$\begin{aligned} &(1-\beta b)\,(1-b)\,\lambda_t \\ &= bc_{t-1} + (1+\beta b^2)\,c_t + \beta b c_{t+1} \\ &+ (1-b)\,(sh_t^{pref} - \beta b sh_{t+1}^{pref}, \end{aligned} \tag{1.2}$$

$$\lambda_{t+1} = \lambda_t - r_t + \pi_{t+1}, \tag{1.3}$$

$$c_t = \gamma i c_t^H + (1-\gamma i) c_t^F, \tag{1.4}$$

$$c_t^H = c_t^F - \rho o (p_t^H - p_t^F), \tag{1.5}$$

$$p_t = \gamma i p_t^H + (1-\gamma i) p_t^F, \tag{1.6}$$

$$c_t^{H^*} = wi\left(-xi\left(p_t^{H^*} - p_t^{F^*}\right) + y_t^*\right) + (1-wi) c_{t-1}^{H^*}, \tag{1.7}$$

$$i_t = \eta i_t^H + (1 - yii) i_t^F, \tag{1.8}$$

$$i_t^H = i_t^F - \rho oi (p_t^H - p_t^F), \tag{1.9}$$

$$p_{It} = \eta p_t^H + (1 + yii) p_t^F, \tag{1.10}$$

$$c_t^e = \frac{K}{N}\left(r_t^{sf} - r_t - p_t + p_{t+1} - p_{t-1}\right) + n_{t-1} + r_t + p_t - p_{t+1} + p_{t-1}, \tag{1.11}$$

$$-\lambda_t - m_t + sh_t^{pref} + sh_t^{md} = \frac{1}{R-1} r_t, \tag{1.12}$$

$$y_t - h_t = w_t + x_t + p_t^H, \tag{1.13}$$

$$r_{t+1}^{sf} = (1 - e)(y_{t+1} - k_{t+1} + x_{t+1} + p_{t+1}^H - p_t) + esf_{t+1} - sf_t. \tag{1.14}$$

Рівняння сукупної пропозиції:

$$y_t = a_t + \alpha k_t + (1 - \alpha)\Omega h_t, \tag{1.15}$$

$$\lambda_t + w_t - sh_t^{pref} = \frac{H}{1 - H} h_t, \tag{1.16}$$

$$E_t\left(r_{t+1}^{sf}\right) - r_{t+1} + p_{t+1} - p_t = -v\left(n_t - (q_t + k_t)\right). \tag{1.17}$$

Ціноутворення та відсоткові ставки:

$$q_{t+1} = \varphi(ia_t - k_{t+1} + x_{t+1}^I + \pi_{t+1}^I - \pi_{t+1}), \tag{1.18}$$

$$\pi_t^H - \frac{(1-\theta)(1-\theta\beta)}{\theta(1+\beta\gamma_P)}(-x_t) + \frac{\beta}{1+\beta\gamma_P} E_t \pi_{t+1}^H + \frac{\gamma_P}{1+\beta\gamma_P} E_t \pi_{t-1}^H, \tag{1.19}$$

$$\pi_t^F - \frac{(1-\theta)(1-\theta\beta)}{\theta(1+\beta\gamma_{FP})}(-x_t) + \frac{\beta}{1+\beta\gamma_{FP}} E_t \pi_{t+1}^F + \frac{\gamma_{FP}}{1+\beta\gamma_{FP}} E_t \pi_{t-1}^F, \tag{1.20}$$

$$\psi i_t = \psi^R b_t^* + e_t^{\psi i}. \tag{1.21}$$

Зовнішній сектор:

$$B^* b_t^* - nx_t + ST^*(s^* t_t^*) = B^* R(b_{t-1}^* + r_t). \tag{1.22}$$

Рівняння, що описує зміну стану:

$$n_t = \gamma R^k \left(\frac{K}{N} \left(r_t^{sf} - r_t - p_t + p_{t+1} - p_{t-1} \right) + \frac{1 - \gamma R^k}{\gamma} y_t + n_{t-1} \right), \tag{1.23}$$

$$k_{t+1} = \delta i_t + (1 - \delta) k_t, \tag{1.24}$$

$$sf_t - q_t + \sigma_{bubble} \varepsilon_t^{bubble} = \frac{1 - \delta}{b_f R^k} E_t (sf_{t+1} - q_{t+1}). \tag{1.25}$$

Монетарне правило:

$$r_t = \gamma_R r_{t-1} + (1 - \gamma_R)\left(\gamma_D \pi_{t+1} + \gamma_y y_t + \gamma_{\mu u} \mu u_t + y_s s_t + \gamma_{sf} sf_{t-1} \right) - \sigma_r \varepsilon_t^r. \tag{1.26}$$

Шоки:

$$\mu u_t = m_t - m_{t-1} + \pi_t, \tag{1.27}$$

$$i_t = ia_{t-1}, \tag{1.28}$$

$$g_t = \rho_g g_{t-1} + \sigma_g \varepsilon_t^g, \tag{1.29}$$

$$a_t = \rho_a a_{t-1} + \sigma_a \varepsilon_t^a, \tag{1.30}$$

$$sh_t^{pref} = \rho_{pref} sh_{t-1}^{pref} + \sigma_{pref} \varepsilon_t^{pref}, \tag{1.31}$$

$$sh_t^{md} = \rho_{md} sh_{t-1}^{md} + \sigma_{md} \varepsilon_t^{md}, \tag{1.32}$$

$$x_t^I = \rho_x x_{t-1}^I + \sigma_x \varepsilon_t^x, \tag{1.33}$$

$$e_t^{\psi i} = \rho_{\psi i} e_{t-1}^{\psi i} + \sigma_{\psi i} \varepsilon_t^{\psi i}, \tag{1.34}$$

$$t_t^* = \rho_{t^*} t_{t-1}^* + \sigma_{t^*} \varepsilon_t^{t^*}, \tag{1.35}$$

$$y_t^* = \rho_{y^*} y_{t-1}^* + \sigma_{y^*} \varepsilon_t^{y^*}, \tag{1.36}$$

$$p_t^{F^*} = \rho_{p^{F*}} p_{t-1}^{F^*} + \sigma_{p^{F*}} \varepsilon p_t^{F*}, \tag{1.37}$$

де E_t – оператор математичного сподівання (очікування, що формуються на основі доступної інформації в період t);

лог-лінеаризовані змінні:

y_t – реальний ВВП;

c_t^H – споживання домогосподарствами вітчизняних товарів;

c_t^{H*} – експорт;

p_t^{H*} – ціни на експорт;

c_t^e – споживання підприємців;

sh_t^{pref} – шок уподобань;

sh_t^{md} – шок попиту на гроші;

i_t^H – вітчизняні інвестиції;

i_t^F – закордонні інвестиції;

i_t – сукупні інвестиції;

x_t^I – інвестиційний шок;

ia_t – сукупні інвестиції в минулому періоді;

λ_t – непряма вартість споживання;

g_t – урядові видатки;

p_t, p_t^H та p_t^F – сукупний, вітчизняний та закордонний рівні цін;

p_t^I – рівень цін на інвестиційні товари;

m_t – грошові залишки;

μu_t – приріст грошової маси;

sf_t – ціна акцій (спекулятивна) на ринку;

q_t – фундаментальна ціна акцій;

k_t – розмір капіталу;

r_t – номінальна відсоткова ставка;

r_t^{sf} – дохідність, що розрахована на основі спекулятивної ціни на акції;

$mc_t = -x_t$ – відношення роздрібної ціни до оптової (гранична надбавка);

a_t – продуктивність праці (технологія);

h_t – робочий час;

w_t – рівень зарплат;

π_t , π_t^H та π_t^F – сукупний, вітчизняний та закордонний рівні інфляції (позначають зміну відповідного індексу цін);

n_t – розмір чистих активів;

y_t^* – ВВП решти світу;

p_t^{F*} – рівень цін решти світу;

ψi_t – премія за ризик;

$e_t^{\Psi i}$ – шок премії за ризик;

b_t^* – зовнішня заборгованість;

nx_t – різниця між імпортом та експортом;

t_t^* – трансфери із-за кордону;

s_t – валютний курс;

$Y,\ C^H,\ C^{H*},\ I^H, G, C^e,\ H,\ R^k,\ R, N, K, B^*, S, T^*$ – стаціонарні значення відповідних змінних;

$\beta, \gamma i, wi, xi, \eta, \phi, \delta, b, \varepsilon, \upsilon, \alpha, \Omega, \psi^R, b_f, \gamma, \gamma_P, \gamma_{FP}, \rho o, \gamma_R, \gamma_П, \gamma_y, \gamma_s,$

$\gamma_{\mu u}, \rho_g, \rho_a, \rho_{pref}, \rho_{md}, \rho_{x^I}, \rho_{\Psi i}, \rho_{t*}, \rho_{y*}, \rho_{p^{F*}}$ – параметри моделі;

σ – стандартні відхилення;

ε_t – величини з нормальним стандартним розподілом.

Слід зауважити, що запропонована стохастична динамічна модель сформульована на макроекономічному рівні, тобто охоплює економічні процеси на рівні держави. У межах моделі розглядається взаємодія основних економічних агентів: підприємств, домогосподарств, державних інституцій, а також економічні зв’язки з іншими країнами. Сформульовані рівняння моделі були отримані шляхом розширення базових детермінованих моделей,

зокрема шляхом включення стохастичних компонент. Зокрема, рівняння (1.1)–(1.21) є результатом модифікації класичних співвідношень попиту та пропозиції з урахуванням випадкових впливів [3].

$$Q_D = a - bP, \tag{1.38}$$

$$Q_s = a_1 - b_1 P, \tag{1.39}$$

$$a - bP = a_1 - b_1 P, \tag{1.40}$$

де Q_D – обсяг попиту на товар;

a, b – коефіцієнти попиту;

P – ціна на товар;

Q_s – обсяг пропозиції на товар;

a_1, b_1 – коефіцієнти пропозиції.

2 ПОБУДОВА СТОХАСТИЧНОЇ ДИНАМІЧНОЇ МОДЕЛІ ЧИСТОГО ПРИБУТКУ ПІДПРИЄМСТВА

2.1 Основні теоретичні відомості про чистий прибуток підприємства

Загальне рівняння визначення чистого прибутку підприємства характеризується порівняно простою структурою та відображає взаємозв'язок між доходами, витратами та податковими зобов'язаннями підприємства [4].

$$Y = P - C, \tag{2.1}$$

де Y – чистий прибуток;

P – загальний дохід;

C – загальні витрати.

Рівняння (2.1) може бути розширене шляхом деталізації кожної із змінних на основі додаткових емпіричних даних, що дозволить отримати більш повне та інформативне представлення відповідної детермінованої залежності. Водночас, з метою зосередження уваги на побудові стохастичної динамічної моделі чистого прибутку, у цьому дослідженні буде свідомо виключено з розгляду рівняння загальної рівноваги, подане в розділі 1. Крім того, вводиться припущення про існування умовної універсальної валюти, не схильної до впливу коливань валютного курсу. Зазначені спрощення будуть у подальшому враховані через відповідні стохастичні фактори, включені до моделі.

Поняття загального доходу підприємства P, представлене у рівнянні (2.1), може бути розширене шляхом його подання як сукупності кількох основних складових.

$$P = I_p + I_z + Y_P(y_p + y_z + f_v + f_t) \quad (2.2)$$

де P – загальний дохід;

I_p – обсяг постійних інвестицій;

I_z – обсяг змінних інвестицій;

Y_P – капіталовкладення;

y_p – надходження від довгострокових контрактів з іншими суб'єктами господарювання;

y_z – дохід від торгівельної діяльності з іншими кінцевими споживачами;

f_v – виручка від реалізації та переробки вторинної сировини;

f_t – дохід від продажу морально або технічно застарілого обладнання.

Поняття загальних витрат підприємства C, представлене у рівнянні (2.1), може бути деталізоване шляхом урахування основних статей витрат, що формують загальну структуру видатків підприємства.

$$C = j + A(z + z_p + w_p + w_{pp} + l) + o + Y_C(r + b_p + b_{pp}) \quad (2.3)$$

де C – загальні витрати;

j – податкові зобов'язання [5];

A – кількість працівників;

Y_C – віддача від розвитку;

o – витрати на оренду виробничих і адміністративних приміщень;

r – витрати на проведення ремонтних робіт;

z – закупівля нового обладнання;

z_p – виплата заробітних плат робітникам;

w_p – витрати, пов'язані з плановими відпустками;

w_{pp} – витрати, пов'язані з позаплановими відпустками [6];

l – виплати у зв'язку з тимчасовою непрацездатністю [7];

b_p – планова закупівля сировини;

b_{pp} – позапланова закупівля сировини.

Таким чином, об’єднавши рівняння (2.1)–(2.3), отримуємо розширену детерміновану модель формування чистого прибутку підприємства. Ця модель враховує деталізовану структуру доходів та витрат, що дозволяє більш точно описати фінансові результати діяльності підприємства в умовах сталого економічного середовища.

2.2 Перетворення детермінованої моделі чистого прибутку підприємства в стохастичну

Під час переходу від детермінованої моделі чистого прибутку до стохастичної доцільно врахувати вплив випадкових чинників, які можуть виникати в реальних умовах функціонування підприємства та мають характер стохастичних змінних.

Зокрема, розглянемо рівняння загального доходу (2.2) і загальних витрат (2.3) та модифікуємо його шляхом включення стохастичних компонентів, що відображають можливі випадкові відхилення від базових значень. До таких компонентів належать зовнішні та внутрішні шоки, зумовлені прогнозованими випадковими подіями, зокрема змінами в ринковому попиті, коливаннями цін на продукцію та ресурси, порушенням ланцюгів постачання, змінами в податковій політиці, коливанням курсу валют тощо.

При цьому враховуються раніше введені спрощення, зокрема припущення щодо універсальної валюти та виключення рівняння загальної рівноваги, які будуть компенсовані включенням відповідних стохастичних збурень у структуру моделі. Такий підхід дозволяє адаптувати модель до умов невизначеності, притаманних реальному економічному середовищу.

Компоненти загального доходу:

$$I = I_p m_p x_{wt} + I_z m_z x_{wt} + x_{roz}, \quad (2.4)$$

$$y = Y_P\left(y_p p_p x_{wt} + y_z p_z x_{wt} + x_{pov}\right), \quad (2.5)$$

$$f = Y_P\left(f_v + f_t + x_{pad}\right), \quad (2.6)$$

де I – загальна сума інвестицій у підприємство;

x_{wt} – шок від тимчасової непрацездатності працівника, звільнення тощо;

m_p – ефективність роботи працівників, що займаються довгостроковими інвестиціями;

m_z – ефективність роботи працівників, що займаються залученням нових інвесторів;

x_{roz} – шок від розриву довгострокового договору інвестицій;

y – загальна сума доходу від продаж;

p_p – ефективність роботи працівників, що залучені у виконання довгострокових контрактів з іншими суб'єктами господарювання;

p_z – ефективність роботи працівників, що залучені у торгівлю з іншими кінцевими споживачами;

x_{pov} – шок від повернень товару;

f – дохід від продажу вторинної сировини та виставленого на продаж застарілого обладнання;

x_{pad} – шок від падіння ціни застарілого обладнання.

Шоки загального доходу:

$$x_{roz} = \left(-I_p + D_p h_D\right) l_{roz}, \quad (2.7)$$

$$x_{pov} = -c_{tov} l_{pov}, \quad (2.8)$$

$$x_{pad} = -c_t k_{pad}, \quad (2.9)$$

де D_p – компенсація за розрив договору;

h_D – вплив зміни курсу валют на суму отриманої компенсації за договором;

l_{roz} – ймовірність розриву договору;

c_{tov} – ціна товару;

l_{pov} – ймовірність повернення товару;

c_t – ціна застарілого обладнання;

k_{pad} – коефіцієнт падіння ціни на застаріле обладнання.

Компоненти загальних витрат:

$$j = j_{zag} k_{zm} Y, \tag{2.10}$$

$$r = c_{rem} l_{rem} k_{rem}, \tag{2.11}$$

$$o = o_p + o_{new} l_{newo}, \tag{2.12}$$

$$z = c_z k_{newz}, \tag{2.13}$$

$$s_p = z_p k_{zr} + w_p + w_{pp} l_{pp} + l l_{zah} + x_{zr}, \tag{2.14}$$

$$b = b_p + b_{pp} k_{bpp}, \tag{2.15}$$

де j_{zag} – загальна сума податків підприємства;

k_{zm} – коефіцієнт змін розміру податків;

c_{rem} – ціна витрачена на ремонтні роботи;

l_{rem} – вірогідність виникнення необхідності проведення ремонтних робіт;

k_{rem} – коефіцієнт збільшення ціни на проведення ремонтних робіт у цьому періоді;

o_p – основна орендна плата, яка сплачується підприємством;

o_{new} – орендна плата додаткових приміщень;

l_{newo} – вірогідність виникнення необхідності орендувати додаткові приміщення;

c_z – ціна нового обладнання;

k_{newz} – коефіцієнт збільшення ціни на нове обладнання;

s_p – витрати на співробітників на підприємстві;

k_{zr} – коефіцієнт збільшення заробітної плати працівникам;

l_{pp} – вірогідність виникнення позапланових оплачуваних відпусток;

l_{zah} – ймовірність виникнення захворювання, травм та інших причин для виходу на лікарняний;

x_{zr} – шок від різкого збільшення заробітних плат;

b – загальні витрати на закупівлю сировини;

k_{bpp} – коефіцієнт позапланової закупівлі сировини.

Шок загальних витрат:

$$x_{zr} = z_p k_{zp}, \tag{2.16}$$

де k_{zp} – коефіцієнт збільшення заробітних плат.

Таким чином, у результаті модифікації базової детермінованої моделі, отримано стохастичну модель формування чистого прибутку підприємства, у якій випадковими величинами виступають ймовірності настання певних подій, а також коефіцієнти можливого зростання або зниження цін на продукцію, ресурси та інші економічні показники.

2.3 Перетворення стохастичної статичної моделі чистого прибутку підприємства в стохастичну динамічну модель

Для переходу до динамічної моделі чистого прибутку необхідно здійснити перетворення раніше сформованої стохастичної моделі у форму, що відображає зміну її параметрів у часі, зокрема – у вигляді арифметичної прогресії. Такий підхід дозволяє описати еволюцію основних економічних показників підприємства протягом певного періоду.

З цією метою доцільно виокремити ключові змінні моделі, які піддаються часовим змінам.

$$I_p = I_{p0} + I_z l_{pz} - I_{p0} l_{roz}, \tag{2.17}$$

$$Y_P = Y_{P0} + Y_0 k_{inflP}, \tag{2.18}$$

$$Y_C = Y_{C0} + Y_P k_{inflC}, \tag{2.19}$$

$$A = A_0 + o_{new} k_o + Y_P k_{AP}, \tag{2.20}$$

$$o_p = o_{p0} + o_{new} l_{newo} l_{pnew}, \tag{2.21}$$

де I_{p0} – постійні інвестиції за попередній період;

l_{pz} – ймовірність переходу нових інвесторів у статус постійних;

Y_{P0} – капіталовкладення за попередній період;

Y_0 – чистий прибуток за попередній період;

k_{inflP} – коефіцієнт впливу чистого прибутку на капіталовкладення;

Y_{C0} – віддача від капіталовкладення за попередній період;

k_{inflC} – коефіцієнт впливу капіталовкладення на віддачу від капіталовкладення;

A_0 – кількість робітників за попередній період;

k_o – коефіцієнт впливу оренди нових приміщень на кількість робітників;

k_{AP} – коефіцієнт впливу капіталовкладення на кількість робітників;

o_{p0} – постійна орендна плата за приміщення за попередній період;

l_{pnew} – вірогідність того, що нове орендоване приміщення стане постійним.

З урахуванням перетворень, наведених у цьому розділі, рівняння (2.2)–(2.3) набувають наступного вигляду:

$$P = I + y + f, \tag{2.22}$$

$$C = j + o + As_p + z + Y_C(b + r). \tag{2.23}$$

3 ВИКОРИСТАННЯ СТОХАСТИЧНОЇ ДИНАМІЧНОЇ МОДЕЛІ ЧИСТОГО ПРИБУТКУ ПІДПРИЄМСТВА

3.1 Підготовка даних для моделі

Для розрахунку чистого прибутку підприємства у рамках побудованої моделі будуть використані статистичні дані з відкритих джерел, умовно задані початкові параметри, а також дані, отримані в процесі збору й аналізу інформації.

Об’єктом моделювання у цьому випадку обрано умовний суб’єкт малого бізнесу – кафе, який на початковому етапі функціонування має стартовий бюджет Y_0 у розмірі 1 млн. одиниць умовної валюти та штат із 12 працівників. Усі інші вхідні параметри, необхідні для побудови моделі (рівень витрат, податкове навантаження, вартість сировини, обсяг продажів тощо), будуть представлені у вигляді середньостатистичних значень або уточнені в рамках подальшого аналізу кожного аспекту діяльності підприємства.

Крім того, з огляду на специфіку обраного об’єкта моделювання із розгляду виключаються такі фактори, як зовнішні інвестиції, укладання довгострокових контрактів з іншими суб’єктами господарювання, виручка від реалізації вторинної сировини, оренда додаткових приміщень, а також розширення штату працівників.

Зазначені чинники є типовими для масштабніших суб’єктів господарювання або таких, що діють у межах довгострокової стратегії розвитку. В умовах малого бізнесу, зокрема ФОП, прийняття відповідних рішень залежить від індивідуальної підприємницької політики і не є характерним для базового рівня діяльності, що розглядається в межах даного моделювання. Відповідно, ці параметри не включаються до моделі, що дозволяє зосередитися на типових для малого кафе фінансово-економічних

показниках [8].

Додатково в межах побудови моделі враховується спрощення структури витрат підприємства. Зокрема, витрати на закупівлю нового обладнання розглядатимуться як частина витрат на ремонтно-обслуговуючі роботи, що дозволяє об’єднати інвестиційні та експлуатаційні витрати у єдину категорію з урахуванням масштабів та потреб малого бізнесу.

Також витрати, пов’язані з оплатою відпусток працівників, будуть включені до загального фонду оплати праці. При цьому припускається, що всі працівники йдуть у щомісячні відпустки почергово, що забезпечує безперервність функціонування кафе без потреби у додатковому наймі персоналу. Це спрощення дозволяє уникнути зайвих ускладнень при моделюванні та зосередитися на ключових змінних, що формують фінансовий результат діяльності підприємства [6].

Оскільки дохід кафе безпосередньо залежить від кількості відвідувачів та середнього чеку, розрахунок загального доходу доцільно здійснювати на основі наступного рівняння:

$$y_z = s_{ch} N_{guest}, \tag{3.1}$$

де s_{ch} – середній чек;

N_{guest} – кількість відвідувачів.

Середній чек коливається в межах від 80 до 250 умовних одиниць [9].

Припустимо, що кількість відвідувачів на день – від 30 до 60 осіб, що відповідає 900-1800 відвідувачам на місяць (за умови роботи кафе щодня).

Згідно з податковою системою України, сукупне податкове навантаження на фонд оплати праці складається з трьох основних обов’язкових платежів ПДФО, військового збору та ЄСВ, тобто:

$$18\% + 5\% + 22\% = 45\%. \tag{3.2}$$

Середні показники заробітної плати в Україні на разі становлять 21473 грн. використаємо пряму конвертацію в умовні одиниці [10].

Виплати лікарняних згідно чинного законодавства становлять 50% від заробітної плати працівника при стажі до 3 років, тобто 10736,5 умовних одиниць.

Припустімо, що планова та позапланова закупівля сировини становлять 200000 та 50000 умовних одиниць відповідно.

Ймовірність захворюваності серед працівників становить середню захворюваність по країні, тобто від 2 до 10% [11].

Припустімо, що кафе за розмірами є приблизно 40 квадратних метрів. Тоді при середній ціні за ремонт квадратного метру площі кафе в Україні від 5000 до 10000 грн. маємо розподіл від 200000 до 400000 умовних одиниць для стохастичної динамічної моделі.

Основна орендна при такій площі має середнє значення 16000 умовних одиниць.

Коефіцієнт зміни заробітних плат становить 0.9–1.2 [10].

Інші показники відображають направлення у розвитку і відповідає вимогам керівництва кафе, а також такі, які не можуть бути підраховані без статистичних даних зібраних з самого об’єкта дослідження.

3.2 Тестування та аналіз моделі

На основі розробленої стохастичної динамічної моделі було створено комп’ютерну реалізацію (див. додаток А), яка враховує всі стохастичні змінні та параметри, описані в розділі 2. Проведене тестування моделі (див. додаток Б) показало, що хоча обсяг вхідних даних виявився недостатнім або частково неузгодженим із реальними економічними умовами, отримані результати демонструють логічні та реалістичні динамічні показники в межах заданого часово-економічного проміжку. Це свідчить про працездатність моделі та її

потенціал до подальшого удосконалення за умови уточнення вхідних параметрів.

.

ВИСНОВКИ

У ході виконання кваліфікаційної роботи було досліджено можливості застосування стохастичних динамічних моделей для аналізу економічних процесів, зокрема – формування чистого прибутку підприємства в умовах невизначеності. У теоретичній частині роботи було розглянуто базові принципи побудови стохастичних моделей, їх переваги порівняно з детермінованими підходами, а також проведено аналіз прикладу стохастичної моделі загальної економічної рівноваги.

На основі теоретичних положень розроблено повну математичну модель чистого прибутку підприємства, яка включає перетворення від детермінованої до стохастичної та подальше ускладнення до динамічної структури. Як об’єкт дослідження розглядалося умовне мале підприємство – кафе, для якого були визначені основні джерела доходів і статті витрат, а також сформульовано відповідні стохастичні залежності.

На основі побудованої математичної моделі було реалізовано комп’ютерну симуляцію, що враховує всі основні випадкові параметри, описані в розділі 2. Проведене тестування моделі продемонструвало, що, попри обмежений або частково узагальнений обсяг вхідних даних, модель генерує логічні та економічно обґрунтовані результати в межах заданого періоду. Це підтверджує її працездатність і доцільність використання для моделювання реальних фінансових процесів малого бізнесу.

Таким чином, стохастична динамічна модель чистого прибутку підприємства може слугувати ефективним інструментом прогнозування економічних показників, за умови уточнення вхідних даних та врахування більш детальних практичних характеристик функціонування підприємства. Робота відкриває перспективи для подальших досліджень і вдосконалення моделей такого типу.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Відибіда О.К. Стохастичні моделі. Київ: Національна академія наук України інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова, 2006. 204 с.

2. Лук’яненко І.Г. Семко Р.Б. Динамічні стохастичні моделі загальної рівноваги: теорія побудови та практика використання у фінансових дослідженнях. Київ: НаУКМА, 2015. 248 с.

3. Дунська А.Р., Жалдак Г.П. Мікроекономіка. Практикум [Електронний ресурс]: навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за спец. 073 Менеджмент. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. 140 с.

4. Вікіпедія «Валовий виторг». URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B0%D0%BB%D0%BE%D0%B2%D0%B8%D0%B9_%D0%B2%D0%B8%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%B3

5. Taxer «ФОП на загальній системі. Умови перебування в 2025 році». URL: https://taxer.ua/uk/kb/fop-na-zagalnij-sistemi-umovi

6. Офіційний портал Верховної Ради України «Закон України. Про відпустки». URL: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/504/96-%D0%B2%D1%80#Text

7. Офіційний портал Верховної Ради України «Закон України. Про загальнообов’язкове державне соціальне страхування». URL: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1105-14#Text

8. Національний інститут економічних досліджень «Проблеми розвитку малого та середнього бізнесу в Україні як основного джерела робочих місць». URL: https://niss.gov.ua/doslidzhennya/sotsialna-polityka/problemy-rozvytku-maloho-ta-serednoho-biznesu-v-ukrayini-yak

9. Go Deal Brokers «Як правильно розрахувати середній чек ресторану чи кафе». URL: https://business-broker.com.ua/blog/iak-pravylno-rozrakhuvaty-serednij-chek-restoranu-chy-kafe-pokrokova-instruktsiia

10. Вікіпедія «Середня заробітна плата в Україні». URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%BD%D1%8F_%D0%B7%D0%B0%D1%80%D0%BE%D0%B1%D1%96%D1%82%D0%BD%D0%B0_%D0%BF%D0%BB%D0%B0%D1%82%D0%B0_%D0%B2_%D0%A3%D0%BA%D1%80%D0%B0%D1%97%D0%BD%D1%96

11. Центр громадянського здоров'я України «Захворюваність на грип та ГРВІ в Україні». URL: https://phc.org.ua/kontrol-zakhvoryuvan/inshi-infekciyni-zakhvoryuvannya/zakhvoryuvanist-na-grip-ta-grvi-v-ukraini

12. Дмитрієв І.А. та ін. Математичні методи в економічних дослідженнях. Харків: ХНАДУ, 2021. 180 с.

13. Лисенко О.І., Алексєєва І.В. Дослідження операцій: конспект лекцій. Київ: НТУУ «КПІ», 2016. 196 с.

14. Вовк В.М., Зомчак Л.М. Оптимізаційні методи і моделі: навч. посіб. Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2014. 360 с.

15. Вовк В.М., Зомчак Л.М. Оптимізаційні моделі економіки: навч. посіб. Львів: ВЦ ЛНУ імені Івана Франка, 2013. 318 с.

16. Інформаційні технології: навч. посіб. / під заг. ред. А.В. Нєлєпова. Київ: Центр учбової літератури, 2017. 200 с.

17. Кундрат А.М., Кундрат М.М. Науково-технічні обчислення засобами MathCAD та MS Excel: навч. посіб. Рівне: НУВГП, 2014. 252 с.

18. Нікітенко О. М. Maple. Розв’язання інженерних та наукових задач: навч. посіб. Харків: ХНУРЕ, 2014. 289 с.

19. Томашевський О.М., Цегелик Г.Г., Вітер М.Б., Дудук В.І. Інформаційні технології та моделювання бізнес-процесів: навч. посіб. Київ: Центр учбової літератури, 2012. 296 с.

20. Шепеленко О.В. Дослідження операцій: навч. посіб. Донецьк: ДонНУЕТ, 2012. 312 с.

21. Бескровний О.І., Павленко В.І., Тимошенко А.Г. Дослідження операцій і методи прийняття технічних рішень. Київ: Університет «Україна», 2019. 420 с.

22. Dowling E.T. Introduction to mathematical economics. New York: McGraw-Hill, 2001. 523 p.

ДОДАТОК А

Комп’ютерна стохастична динамічна модель чистого прибутку підприємства

```
import numpy as np
import json
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd

# Завантаження з .json
with open('data.json', 'r') as f:
    data = json.load(f)

# Функція для генерації стохастичних змінних
def stochastic(key):
    val = data[key]
    return np.random.normal(val[0], val[1]) if isinstance(val, list) else val

# Зчитування сталих
I_p0 = data["I_p0"]
I_z = data["I_z"]
A_0 = data["A_0"]
D_p = data["D_p"]
x_wt = data["x_wt"]
j_zag = data["j_zag"]
Y_P0 = data["Y_P0"]
Y_0 = data["Y_0"]
Y_C0 = data["Y_C0"]
```

```
c_tov = data["c_tov"]
c_t = data["c_t"]
o_p0 = data["o_p0"]
o_new = data["o_new"]
c_z = data["c_z"]
z_p = data["z_p"]
w_p = data["w_p"]
w_pp = data["w_pp"]
b_p = data["b_p"]
b_pp = data["b_pp"]
f_v = data["f_v"]
f_t = data["f_t"]
l = data["l"]

# Стохастичні змінні
s_ch = stochastic("s_ch")
N_guest = stochastic("N_guest")
l_newo = stochastic("l_newo")
l_pnew = stochastic("l_pnew")
k_AP = stochastic("k_AP")
k_o = stochastic("k_o")
k_inflC = stochastic("k_inflC")
k_inflP = stochastic("k_inflP")
l_roz = stochastic("l_roz")
l_pz = stochastic("l_pz")
k_zp = stochastic("k_zp")
k_bpp = stochastic("k_bpp")
l_zah = stochastic("l_zah")
l_pp = stochastic("l_pp")
k_zr = stochastic("k_zr")
```

```
k_newz = stochastic("k_newz")
l_rem = stochastic("l_rem")
k_rem = stochastic("k_rem")
k_zm = stochastic("k_zm")
k_pad = stochastic("k_pad")
l_pov = stochastic("l_pov")
h_D = stochastic("h_D")
p_z = stochastic("p_z")
p_p = stochastic("p_p")
m_z = stochastic("m_z")
m_p = stochastic("m_p")
c_rem = stochastic("c_rem")

# Похідні
A = A_0 + o_new * k_o + Y_P * k_AP
x_pov = -c_tov * l_pov
x_pad = -c_t * k_pad
y_z = s_ch * N_guest
o_p = o_p0 + o_new * l_newo * l_pnew
o = o_p + o_new * l_newo
r = c_rem * l_rem * k_rem
z = c_z * k_newz
x_zr = z_p * k_zp
ll_zah = l * l_zah
s_p = z_p * k_zr + w_p + w_pp * l_pp + ll_zah + x_zr
b = b_p + b_pp * k_bpp

# Ітерації
Y_prev = 0
records = []
```

```
for i in range(1, 13):
    j = j_zag * k_zm * Y_prev
    Y_P = Y_P0 + Y_0 * k_inflP
    Y_C = Y_C0 + Y_P * k_inflC
    I_p = I_p0 + I_z * l_pz - I_p0 * l_roz
    x_roz = (-I_p + D_p * h_D) * l_roz
    x = I_p * m_p * x_wt + I_z * m_z * x_wt + x_roz
    y_p = y_z * p_p * x_wt + y_z * p_z * x_wt + x_pov
    y = Y_P * y_p
    f = Y_P * (f_v + f_t + x_pad)
    P = x + y + f
    C = j + o + s_p + z + Y_C * (b + r)
    Y_curr = P - C

    records.append({
        "Iteration": i,
        "P (Revenue)": round(P, 2),
        "C (Costs)": round(C, 2),
        "Y (White Profit)": round(Y_curr, 2)
    })

    Y_P0 = Y_P
    I_p0 = I_p
    Y_C0 = Y_C
    A_0 = A
    o_p0 = o_p

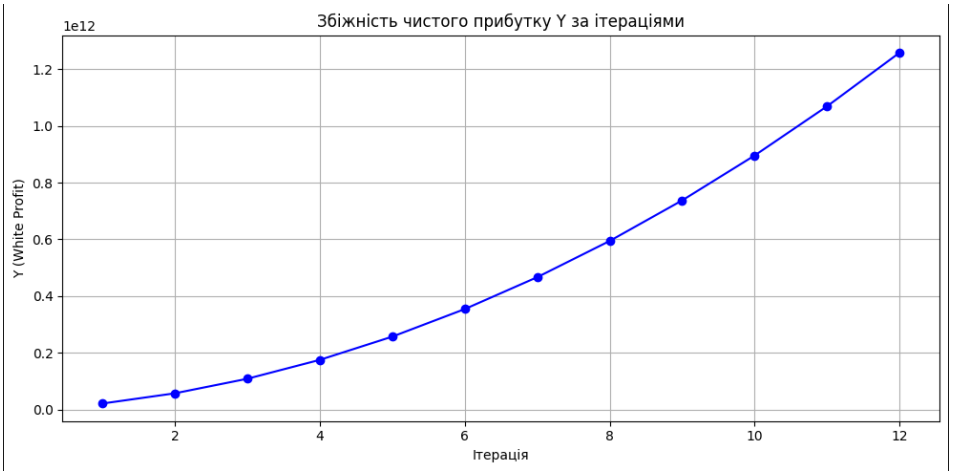
    Y_prev = Y_curr
```

```
    # Таблиця результатів
    df = pd.DataFrame(records)
    print("\nТаблиця значень на кожній ітерації:")
    print(df.to_string(index=False))

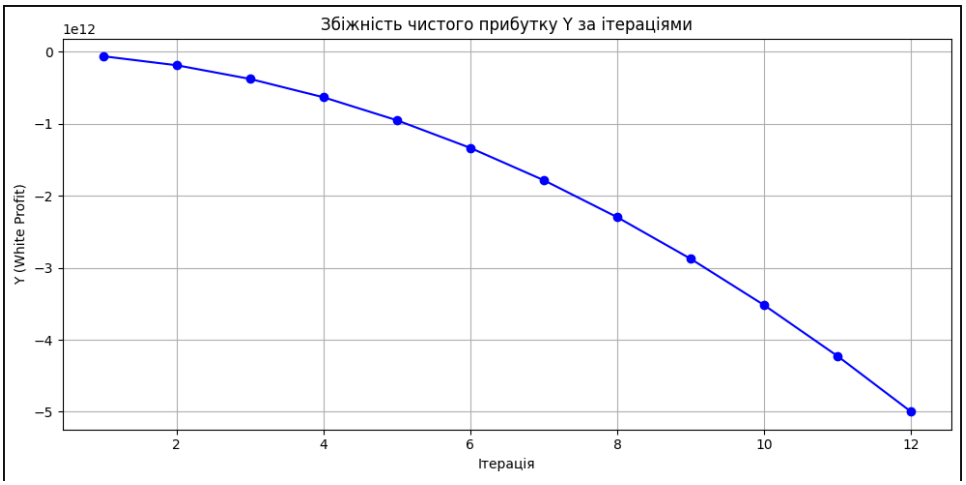
    # Побудова графіку
    plt.figure(figsize=(10, 5))
    plt.plot(df["Iteration"], df["Y (White Profit)"], marker='o', linestyle='-', color='blue')
    plt.title("Збіжність чистого прибутку Y за ітераціями")
    plt.xlabel("Ітерація")
    plt.ylabel("Y (White Profit)")
    plt.grid(True)
    plt.tight_layout()
    plt.show()
```

ДОДАТОК Б

Візуалізація роботи моделі за допомогою графіків







Декларація
академічної доброчесності
здобувача ступеня вищої освіти ЗНУ

Я, Годзула Андрій Олексійович

студент(ка) 4 курсу, денної форми навчання, математичного факультету, спеціальності 113 Прикладна математика, адреса електронної пошти godzan.03@gmail.com,

– підтверджую, що написана мною кваліфікаційна робота бакалавра на тему «Математичне моделювання економічних процесів за допомогою стохастичних динамічних моделей» відповідає вимогам академічної доброчесності та не містить порушень, що визначені у ст. 42 Закону України «Про освіту», зі змістом яких ознайомлений/ознайомлена;

– заявляю, що надана мною для перевірки електронна версія роботи є ідентичною її друкованій версії;

– згоден/згодна на перевірку моєї роботи на відповідність критеріям академічної доброчесності у будь-який спосіб, у тому числі за допомогою інтернет-системи, а також на архівування моєї роботи в базі даних цієї системи.

Студент

(дата)	(підпис)	(ініціали, прізвище)

Науковий керівник

(дата)	(підпис)	(ініціали, прізвище)