МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра фундаментальної та прикладної математики

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА МАГІСТРА

на тему: **«АЛГОРИТМІЗАЦІЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ АДАПТИВНИХ МЕТОДІВ ЕКСТРАПОЛЯЦІЇ»**

Виконав: студент 2 курсу, групи 8.1134
спеціальності 113 Прикладна математика
(шифр і назва спеціальності)
освітньої програми Комп'ютерне моделювання
(назва освітньої програми)
А. В. Паюнін
(ініціали та прізвище)
Керівник доцент кафедри фундаментальної та прикладної математики, доцент, к.ф.-м.н. Леонтьєва В.В.
(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)
Рецензент декан математичного факультету, професор, д.т.н. Гоменюк С.І.
(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Запоріжжя – 2026

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет математичний

Кафедра фундаментальної та прикладної математики

Рівень вищої освіти бакалавр

Спеціальність 113 Прикладна математика
(шифр і назва)

Освітня програма Комп'ютерне моделювання

ЗАТВЕРДЖУЮ
Завідувачка кафедри фундаментальної та прикладної математики, д.т.н., професор наук
_____ Гребенюк С.М.
(підпис)
" ____ " _____ 2026 р.

З А В Д А Н Н Я
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ СТУДЕНТУ

Паюніну Андрію Віталійовичу
(прізвище, ім'я та по-батькові)

1. Тема роботи Алгоритмізація прогнозування динамічних процесів із використанням адаптивних методів екстраполяції

керівниця роботи Леонтьєва Вікторія Володимирівна, к.ф.-м.н., доцент
(прізвище, ім'я та по-батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом ЗНУ від «____» _____ 2026 року № _____

2. Строк подання студентом роботи 20.02.2026 р.

3. Вихідні дані до роботи 1. Постановка задачі.
2. Перелік літератури.

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити)
1. Постановка задачі.
2. Основні теоретичні відомості.
3. Математичний підхід до рішення задачі.

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень)
Презентація

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

7. Дата видачі завдання _____

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів кваліфікаційної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1.	Розробка плану роботи.	25.07.2025	
2.	Збір вихідних даних та інформації.	02.08.2025	
3.	Обробка методичних та теоретичних	20.08.2025	
	та практичних джерел.		
4.	Розробка і написання першого і другого	15.09.2025	
	розділу.		
5.	Розробка і рішення третього розділу.	17.10.2025	
6.	Оформлення і нормоконтроль	28.01.2026	
	кваліфікаційної роботи.		
7.	Захист кваліфікаційної роботи.	20.02.2026	

Студент _____ А. В. Паюнін
(підпис) (ініціали та прізвище)

Керівниця роботи _____ В. В. Леонтьєва
(підпис) (ініціали та прізвище)

Нормоконтроль

Нормоконтролер _____ О. Г. Спиця
(підпис) (ініціали та прізвище)

РЕФЕРАТ

Кваліфікаційна робота магістра «Алгоритмізація прогнозування динамічних процесів із використанням адаптивних методів екстраполяції»: 48 с., 7 рис., 1 табл., 30 джерел.

АДАПТИВНІ МЕТОДИ, ДИНАМІЧНІ ПРОЦЕСИ, ЕКСТРАПОЛЯЦІЯ, ІДЕНТИФІКАЦІЯ МОДЕЛЕЙ, ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ, ПРОГНОЗУВАННЯ, ЧАСОВІ РЯДИ.

Об’єкт дослідження – динамічні процеси, які представлені у вигляді часових рядів відображаючи зміну кількість певних показників у часі із фіксованими інтервалами спостереження.

Мета роботи: розробка та формалізація алгоритмів прогнозування динамічних процесів на основі адаптивних методів екстраполяції, що дозволяють виявити закономірності в тимчасовому ряді і перенести їх на майбутнє.

Методи дослідження – аналітичний, параметричний.

У дипломній роботі описано проблематику вибору методу прогнозування в умовах варіантності підходів та різноманітності моделей. Зроблено аналіз співвідношення між складністю алгоритмів прогнозування та допустимою похибкою результатів з урахуванням цілей прогнозу. Розглянуто та описано підходи щодо формування прогнозованих моделей та корекції їх параметричних даних. На основі цього матеріалу показано аналітичний та параметричний підхід до вирішення задач, наведені приклади для використання практичних завдань.

Також, представлені пріоритети адаптивних методів екстраполяції для підвищення рівня результатів прогнозування за наявності неповних даних.

Результати можуть бути використані у дослідженні під час прогнозування даних або певних процесів в економічній, технічній, медичній, геологічній сферах, а також при розробленні програмних засобів прийняття рішень і дослідженні динамічних систем на основі часових рядів.

SUMMARY

Master’s Qualifying Theses "Algorithmization of forecasting of dynamic processes using adaptive extrapolation methods": 48 p., 7 fig., 1 table., 30 sources.

ADAPTIVE METHODS, DYNAMIC PROCESSES, EXTRAPOLATION, MODEL IDENTIFICATION, DECISION MAKING, FORECASTING, TIME SERIES.

The object of research is dynamic processes, which are presented in the form of time series reflecting the change in the number of certain indicators over time with fixed observation intervals.

Purpose of work: development and formalization of algorithms for forecasting dynamic processes based on adaptive extrapolation methods, which allow to identify patterns in the time series and transfer them to the future.

Research methods - analytical, parametric.

The thesis describes the issues of choosing a forecasting method in the conditions of variability of approaches and diversity of models. The analysis of the relationship between the complexity of forecasting algorithms and the permissible error of the results, taking into account the forecast goals, is made. Approaches to the formation of forecast models and correction of their parametric data are considered and described. Based on this material, an analytical and parametric approach to solving problems is shown, examples for using practical tasks are given.

Also, the priorities of adaptive extrapolation methods are presented to improve the level of forecasting results in the presence of incomplete data.

The results can be used in research when forecasting data or certain processes in the economic, technical, medical, geological spheres, as well as in the development of decision-making software and the study of dynamic systems based on time series.

ЗМІСТ

Завдання на кваліфікаційну роботу …… 2
Реферат……..... 4
Summary…… 5
Вступ…… 7
1 Теоретичні засади та базові концепції алгоритмізації динамічних процесів часових рядів ……. 10
1.1 Предмет динамічних процесів часових рядів та його методологічні засади…… 10
1.2 Прогнозування: сутність, цілі, види прогнозів…….. 12
1.3 Огляд та аналіз методів прогнозування…….. 15
2 Структурний і параметричний синтез адаптивних методів прогнозування. 19
2.1 Моделі, що базуються на простому експоненціальному згладжуванні……. 19
2.2 Метод комплексної ідентифікації та прогнозування структурних компонентів інтервальних динамічних рядів…… 22
2.3 Системний підхід до моделювання та прогнозування на основі регресійних моделей і фільтра Калмана……..……. 26
3 Практична реалізація та аналіз адаптивних методів екстраполяції економічних динамічних процесів……... 30
3.1 Практичне застосування методів прогнозування…… 30
3.2 Прогноз методом простого експоненційного згладжування…….... 35
3.3 Адаптивне прогнозування на основі регресійної моделі та фільтра Калмана……...… 37
3.4 Перевірка адекватності моделей та програмна реалізація фільтра Калмана мовою С++……. 39
Висновки……. 44
Перелік посилань…….…….. 46

ВСТУП

У контексті сучасного розвитку науки і технологій, вивчення та застосування алгоритмізації прогнозування динамічних процесів у часових рядах набувають особливої актуальності. Існують такі проблеми, які вирішити неможливо навіть використовуючи математику і тому для їх вирішення здебільшого використовують методи екстраполяції. Методи екстраполяції мають вагомий вплив на виявлення закономірностей рішень із можливістю перенесення їх у майбутнє.

Актуальність теми полягає у дослідженні умовної необхідності вивчення процесів ідентифікації моделей часових рядів за умов невизначеності вихідних статистичних даних.

Метою даної дипломної роботи є розробка та вдосконалення методологічних підходів до динамічних процесів часових рядів з використанням методу екстраполяції.

Основним завданням є алгоритмізація та інтерпретація адаптивного методу екстраполяції для підвищення ефективності та точності прийнятих рішень у прогнозуванні розвитку динамічних процесів з оцінюванням поведінки часових рядів.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

- здійснити методологічний підхід до застосування динамічних процесів;
- дослідити теоретичні основи часових рядів в умовах невизначеності;
- проаналізувати адаптивні методи часових рядів та його застосування в аномальному середовищі;
- перевірити аномальність досліджень часових рядів та їх практичну інтеграцію у динамічний процес прогнозування від найпростішої математичної регресійної моделі до складної нейромережевої.

Предметом дослідження є практичний та теоретичний підхід до дослідження часових рядів адаптивними методами.

Об’єктом дослідження є динамічні процеси, які представлені у вигляді часових рядів відображаючи зміну кількість певних показників у часі із фіксованими інтервалами спостереження.

Наукова новизна роботи полягає у дослідженні та обґрунтуванні нового методологічного підходу до інтеграції екстраполяційного методу в процес динамічного прогнозування часових рядів за умов невизначеності та нерівномірності вихідних спостережень. Запропонований підхід враховує можливість подання частини інформації у вигляді двовимірного часового ряду, що дозволяє більш повно описати взаємозв’язки між параметрами процесу.

У роботі показано, що у випадку розв’язання задач збереження інформативності вихідних даних доцільним є застосування процедури сегментації часових рядів, яка забезпечує стабілізацію прогнозних оцінок та підвищує точність екстраполяційних розрахунків. Такий підхід дозволяє адаптувати алгоритми прогнозування до структурних змін у даних та розширює можливості практичного застосування методу екстраполяції.

За результатами дослідження було проаналізовано літературу таких авторів: Наконечний О.Г., Гребінник І.В., Романова Т.Є., Тевяшев А.Д., Панкратова Н.Д.

Структура роботи складається з трьох розділів.

У першому розділі кваліфікаційної роботи розглянуто теоретичні засади прогнозування динамічних процесів, а також обґрунтовано застосування алгоритмічного підходу до аналізу часових рядів в умовах невизначеності вихідних даних. Особливу увагу приділено ролі адаптивних методів екстраполяції у підвищенні стійкості та надійності прогнозних моделей.

Другий розділ присвячено дослідженню особливостей динамічних процесів, що характеризуються нерівномірністю, неповнотою або структурною мінливістю спостережень. У межах розділу проаналізовано методи адаптації

екстраполяційних алгоритмів та підходи до сегментації часових рядів з метою збереження інформативності даних і підвищення точності прогнозування.

Третій розділ має прикладний характер і містить реалізацію алгоритмів адаптивної екстраполяції на основі двох практичних задач прогнозування динамічних процесів. Наведено результати застосування різних алгоритмічних схем, здійснено їх порівняльний аналіз та оцінено ефективність отриманих прогнозів.

Кваліфікаційна робота спрямована на розвиток алгоритмічних підходів до прогнозування динамічних процесів, що забезпечує підвищення точності прийняття рішень та розширює можливості практичного застосування адаптивних методів екстраполяції у різних галузях науки і техніки.

1 ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ТА БАЗОВІ КОНЦЕПЦІЇ АЛГОРИТМІЗАЦІЇ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ЧАСОВИХ РЯДІВ

Прогнозування часових рядів є однією з ключових задач аналізу динамічних процесів і широко застосовується у промисловості, технічних системах, фінансово-економічній сфері, медицині, екології та інших галузях знань. Метою такого прогнозування є передбачення поведінки досліджуваної системи у майбутні моменти часу на основі наявної інформації про її попередній розвиток.

На мою думку, цікавим є те, що є можливість застосування адаптивних методів екстраполяції для прогнозування динамічних процесів за умов обмеженості та нерівномірності вихідних даних, що дозволяє підвищити точність прогнозування.

1.1 Предмет динамічних процесів часових рядів та його методологічні засади

Предметом дослідження динамічних процесів часових рядів є закономірності зміни параметрів системи у часі, а також методи їх математичного опису, аналізу та прогнозування за умов обмеженості й невизначеності вихідних даних. Основною інформаційною базою для побудови прогнозних моделей виступає часовий ряд, що відображає значення досліджуваного показника у послідовні або нерівновіддалені моменти часу.

На сьогодні розроблено значну кількість математичних методів прогнозування часових рядів. До них належать класичні статистичні підходи, зокрема регресійні, кореляційні, спектральні методи, які ефективні переважно для стаціонарних процесів.

Однак можливості таких методів є обмеженими у випадках наявності різких змін, нерегулярних трендів або нестабільної структури процесу, що зумовлює їх доцільність головним чином для короткострокового прогнозування.

Альтернативою класичним підходам виступають адаптивні методи екстраполяції, зокрема методи експоненційного згладжування та інтелектуальні алгоритми, які дозволяють оперативно реагувати на зміну характеристик процесу [2, с. 154].

Результатом застосування таких методів є побудова математичної моделі – від відносно простих регресійних залежностей до складних нейромережевих структур.

Процес синтезу прогнозної моделі істотно ускладнюється у випадках нестаціонарності часових рядів, високого рівня стохастичності, нелінійності або хаотичності динаміки. Крім того, ефективність більшості методів прогнозування значною мірою залежить від репрезентативності вибірки спостережень. Зі збільшенням кількості параметрів моделі зростають вимоги до обсягу вихідних даних, що не завжди можливо забезпечити в реальних умовах.

Особливо складними є задачі прогнозування, у яких обсяг доступної інформації є обмеженим або досліджуваний процес характеризується структурними зламами та раптовими стрибками. У таких ситуаціях використання традиційних методів ідентифікації моделей стає неефективним, а побудована модель повинна містити мінімальну кількість оцінюваних параметрів.

Додаткові труднощі виникають у разі, коли спостереження розташовані нерівномірно на часовій осі, тобто реєстрація процесу здійснюється з змінним кроком часу. За таких умов спектр можливих підходів до аналізу та прогнозування істотно звужується, що потребує застосування спеціалізованих алгоритмів [12, с. 97-102].

Окремий науковий інтерес становить прогнозування динамічних процесів за неравновіддалених спостережень у задачах аналізу відеоданих, оскільки цей тип інформації може бути представлений у вигляді двовимірного часового ряду.

Під час розв’язання задач виділення змістовної інформації з відео доцільним є застосування сегментації, внаслідок якої відео потік поділяється на нерівномірні часові фрагменти. Для подальшого аналізу кожен сегмент представляється ключовим кадром, що однозначно характеризує його зміст.

Таким чином, вихідні дані для побудови прогнозної або аналітичної моделі фактично являють собою набір ключових кадрів, розташованих нерівномірно у часі [2, с. 154].

У зв’язку з цим актуальним є розроблення адаптивних прогнозних моделей, здатних працювати в умовах обмеженої навчальної вибірки та неравновіддалених спостережень. Перспективним напрямом є використання моделей, побудованих на основі ортогональних поліномів.

Такий підхід дозволяє обробляти суттєво нестаціонарні процеси без зміни структури моделі в процесі налаштування параметрів, забезпечуючи простоту чисельної реалізації та скорочення часу прогнозування.

1.2 Прогнозування: сутність, цілі, види прогнозів

Більшість прийнятих управлінських рішень відносяться до майбутніх подій, які неможливо контролювати сьогодні, проте їх оцінка та передбачення необхідні для перспективного планування.

Результатом прогнозування є прогноз – науково обґрунтоване судження про можливі стани об’єкта та його середовища в майбутньому, про альтернативні шляхи його розвитку, виражене у словесній, математичній, графічній чи іншій формі [2, с. 154].

За допомогою прогнозу визначаються області та можливості, в рамках яких можуть бути сформульовані цілі економічного розвитку, виявлено напрями, найважливіші проблеми, які мають стати об’єктом розробки та прийняття рішень.

Насправді прогноз – це перед плановий документ, який фіксує можливий ступінь досягнення поставленої мети залежно від масштабу та методу майбутніх дій. В даний час в умовах економічної нестабільності, коли часто необхідно приймати рішення, що забезпечують не стільки розвиток, скільки виживання підприємств, найбільш гостро відчувається потреба в якісному та грамотному економічне прогнозування [25, с. 200].

Однак, необхідно врахувати, що прогнози корисні для планування лише в тому випадку, якщо компоненти прогнозу ретельно продумані, а обмеження, що містяться у прогнозі, відверто названі. Для цього необхідно [15, с. 406]:

- задати необхідну точність прогнозу, виходячи з того, які рішення на його основі приймаються;
- визначити зміни, які мають відбутися, щоб прогноз виявився достовірним, оцінити ймовірність настання відповідних подій;
- визначити компоненти прогнозу та подбати про джерела даних;
- визначити, наскільки цінний досвід минулого у складанні прогнозу, чи є підстави для складання прогнозу на основі цього досвіду, наскільки просто чи недорого отримати надійну інформацію про досвід минулого;
- визначити, наскільки структурованим має бути прогноз.

Таким чином, загальна логічна послідовність розробки прогнозу зводиться до наступних основних етапів [15, с. 406]:

1-й етап – формуються цілі та завдання прогнозування, уточнюється завдання на прогноз, характер, масштаби, об’єкт, період попередження та обрій прогнозування, визначаються методи, структура та організація дослідження;

2-й етап – збирання необхідної інформації для прогнозування. Для розробки прогнозної моделі потрібна достовірна статистична інформація про досліджувану систему;

3-й етап – відбір статистичних даних, їх ущільнення, перевірка на достовірність для забезпечення точності прогнозування, системний аналіз та узагальнення;

4-й етап – чисельне моделювання на основі зібраної статистичної інформації (створення прототипу прогнозної моделі, що найбільш відповідає особливостям зібраних даних та здатної забезпечити мінімальну помилку прогнозу, оцінювання моделі та її діагностична перевірка);

5-й етап – екстраполяція обраної моделі (передбачає фактичне отримання необхідного прогнозу);

6-й етап – оцінка достовірності та точності, а також обґрунтованості (верифікація) прогнозу. Оцінка отриманого прогнозу полягає у порівнянні обчислених величин з дійсно спостерігаються значеннями. Для цього частина найсвіжішої фактичної інформації зазвичай виключається з безлічі аналізованих даних і застосовується прогнозування нещодавно минулі періоди, котрим досліджувані величини вже відомі. Якщо результати збігаються, є підстави з більшою впевненістю вважати ступінь достовірності прогнозу високою, якщо ні – необхідно провести пошук та усунення помилок чи недоліків у методиці розробки прогнозу;

7-й етап – розробка рекомендацій для ухвалення рішень у сфері управління.

Успішність прогнозування залежить від умов: обсягу та якості інформації про прогнозований процес або об’єкті, правильності формулювання завдання прогнозування та обґрунтованості вибору способу її вирішення, наявності необхідних обчислювальних засобів та обчислювального апарату в відповідно до обраного методу.

Короткострокові – припускають серйозні кількісні зміни та містять загальні кількісні оцінки. На основі короткострокових прогнозів здійснюється поточне планування господарських операцій.

Середньострокові – охоплюють перспективу між коротко- та довгостроковою, припускають необхідність застосування як кількісних, так і якісних оцінок з переважанням кількісних над якісними.

Довгострокові – в них оцінки приймають якісно, вони мають кількісний характер, тобто, доводиться враховувати неминучість серйозних змін переважно якісних.

На базі середньо- та довгострокових прогнозів здійснюється стратегічне планування.

1.3 Огляд та аналіз методів прогнозування

Якість прогнозу значною мірою залежить від вибору методу прогнозування У сучасних складних умовах ринкового господарювання, що характеризуються високою динамічністю, нестабільністю ринкового середовища та складністю самих об’єктів прогнозування, вибір конкретного методу прогнозування є одним із найважливіших завдань.

Під методом прогнозування мають на увазі спосіб теоретичної та практичної дії, спрямованої на розробку прогнозу, що включає сукупність прийомів, які дозволяють на основі ретроспективних даних, екзогенних (зовнішніх) та ендогенних (внутрішніх) зв’язків об’єкта прогнозування, а також їх змін, вивести судження з певною ймовірністю щодо майбутнього розвитку цього об’єкта [17, с. 90].

Обґрунтованість вибору методу прогнозування визначається постановкою завдання перед виконавцем, умовами застосування прогнозу, важливістю прогнозу для прийняття подальших рішень, наявністю матеріальних та тимчасових ресурсів.

На вибір конкретного методу прогнозування також впливають динамічні характеристики об’єкта прогнозування, вид та характер інформаційного забезпечення, обраний період попередження прогнозу, вимоги до результатів прогнозування. При виборі методу прогнозування перевага надається таким, які прості у використанні, є мало витратними, і водночас дають можливість забезпечити якість, повноту, достовірність, надійність, точність та своєчасність

прогнозу.

Сучасні ймовірно математичні методи прогнозування засновані на використанні різних математичних теорій: теорії функціонального аналізу, теорії рядів, теорії екстраполяції та інтерполяції, теорії ймовірності та математичної статистики, теорії випадкових функцій та випадкових процесів, теорії кореляційного аналізу, теорії розпізнавання образів.

Ця група методів вимагає від аналітика високої компетентності та хорошої математичної підготовки, а також використання спеціального програмного забезпечення. В даний час відбувається інтеграція евристичних і ймовірно-математичних методів, що дозволяє отримувати точніші оцінки майбутніх подій. З метою обслуговування процесу вибору методу прогнозування при вирішенні завдання розробки прогнозу та для забезпечення вивчення та аналізу методів прогнозування здійснюється їх класифікація. Існують різні підходи до класифікації методів прогнозування [17, с. 90].

Анкетування (інтерв'ювання, опитування) – опитування населення, експертів з метою упорядкувати, надати певну об'єктивність суб'єктивним оцінкам прогнозного характеру. При цьому способі розробки прогнозу особливо велике значення мають експертні оцінки, засновані на очних та заочних, індивідуальних та колективних опитуваннях експертів, а опитування населення у практиці прогнозування застосовуються порівняно рідко [16, с. 55-70].

Екстраполірування – вивчення попереднього розвитку об'єкта та побудова динамічних рядів розвитку показників прогнозованого явища протягом періоду заснування прогнозу у минулому з наступним запобіганням прогнозу перенесенням закономірностей розвитку у минулому та сьогодення на майбутнє (ретроспекція та проспекція прогнозних розробок).

Моделювання – побудова пошукових та нормативних моделей з урахуванням ймовірної або бажаної зміни прогнозованого явища на період попередження прогнозу за наявними прямими чи непрямими даними про масштаби та спрямування змін.

Найефективніша прогнозна модель – система рівнянь. Однак мають значення всі можливі види моделей у широкому значенні цього терміна: сценарії, імітації, графи, матриці, добірки показників, графічні зображення.

Прогнозна оцінка обов'язково включає елементи екстраполяції і моделювання. Процес екстраполяції неможливий без елементів оцінки та моделювання. Моделювання передбачає попередню оцінку та екстраполювання.

У крайніх точках цих вимірів – суб'єктивні та об'єктивні методи та методи наївні та причинно-наслідкові [11, с. 704].

Суб'єктивні методи – що використовуються для формування прогнозу, але не викладені у явній формі та невіддільні від особи, яка робить прогноз [11, с. 704].

Об'єктивні методи – чітко сформульовані процеси прогнозування, які можна відтворити іншими особами [11, с. 704].

Вибір найбільш ефективного методу прогнозування тісно пов'язаний з метою дослідження, специфікою інформації та полягає у визначенні щодо класифікації методів прогнозування характеристик кожного методу, переліку вимог до ретроспективної інформації та прогнозного фону.

Техніка прогнозування продовжує розвиватися, і розробляються нові й нові методи [28, с. 176-181]. Поява комп'ютерів, оснащених відповідним програмним забезпеченням, дало можливість використовувати з метою прогнозування дуже складний математичний апарат аналізу даних, розробляти нові методи прогнозування та вдосконалювати вже відомі. Однак не можна нехтувати прогнозуванням на основі якісних методів, які ефективні та незамінні як при середньо- та довгостроковому прогнозуванні, і при прогнозуванні за умов відсутності достатньої кількості необхідної та достовірної інформації про об'єкт прогнозування.

Наприклад, останнім часом набуває все більшої по-популярність метод оцінки прогнозів співробітниками компанії. Це пояснюється наявністю знань та необхідного досвіду роботи у предметній галузі, і навіть певної інтуїції щодо розвитку ринку. Велике значення під час прогнозування також має проведення

опитувань споживачів із метою виявити їх переваги та очікування, на основі чого моделюється майбутнє.

Таким чином, для отримання якісного прогнозу необхідно ефективно звести воєдино результати кількісних результатів техніки прогнозування та якісної оцінки, зберігши переваги та виключивши недоліки кожного з цих підходів, віддаючи перевагу кількісним методам, і одночасно з механічними процедурами оперування числовими даними обов’язково використовувати оцінку здоровий глузд.

Отже, у даному розділі було продемонстровано теоретичні аспекти алгоритмізації динамічних процесів часових рядів та визначено основні концепції методології прогнозування.

Водночас у реальних умовах часто спостерігаються нестаціонарність, нелінійність, стохастичність і нерівномірність спостережень, що значно ускладнює побудову адекватних моделей. У зв’язку з цим особливої актуальності набуває використання адаптивних методів екстраполяції та моделей, здатних працювати за умов обмеженої вибірки даних.

2 СТРУКТУРНИЙ І ПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ АДАПТИВНИХ МЕТОДІВ ПРОГНОЗУВАННЯ

Даний розділ має теоретичний зміст щодо структурного і параметричного синтезу адаптивних методів прогнозування динамічних процесів часових рядів. Розглянуто та проаналізовано моделі, що базуються на простому експоненціальному згладжуванні, які є базовими адаптивними методами екстраполяції та дозволяють оперативно реагувати на зміни в динаміці процесу.

Детально досліджено прогнозуючі моделі на основі ортогональних поліномів, а також їх адаптивні модифікації, які забезпечують стійкість параметричних оцінок та підвищення точності прогнозування в умовах нестаціонарності.

Окремо розглянуто системний підхід до моделювання та прогнозування на основі регресійних моделей і фільтра Калмана, який дозволяє інтегрувати регресійний опис процесу з рекурсивною адаптивною ідентифікацією параметрів [6, с. 169].

2.1 Моделі, що базуються на простому експоненціальному згладжуванні

При розрахунку експоненційної середньої на момент часу t завжди потрібне значення експоненційної середньої в попередні момент, тому на першому кроці має бути визначено деяке значення S_0 попереднє S_1. Часто на практиці як початкового значення S_0 використовується середнє арифметичне значення з усіх наявних рівнів часового ряду або їх частини [19, с. 120].

З виразу (2.1) випливає, що вага, що приписується цьому значенню, зменшується за експоненційною залежністю при віддаленні від першого рівня [7, с. 303].

Тому для довгих рядів вплив невдалого вибору S_0 погашається. Однак при малих вибірках це може привести до суттєвих помилок, оскільки, наприклад, при $\alpha = 0{,}1$ навіть після 20 ітерацій вага початкового значення S_0 перевищує ваги інших рівнів низки. Для елімінування надмірної ваги, що надається S_0, Р. Вейд запропонував модифіковану процедуру, нехай $\acute{S}_0 = \alpha S_0$, тоді:

$$\acute{S}_1 = \alpha y_1 + (1-\alpha)\acute{S}_0 = \alpha y_1 + (1-\alpha)\alpha S_0. \quad (2.1)$$

Оскільки вагові коефіцієнти у сумі тепер не дають одиницю, то вводиться додатковий множник, рівний оберненій величині суми коефіцієнтів:

$$S_1 = \acute{S}_1 \frac{1}{\alpha + \alpha(1-\alpha)} = \frac{\alpha y_1 + (1-\alpha)\alpha S_0}{\alpha + \alpha(1-\alpha)}. \quad (2.2)$$

Тоді на першій ітерації при $\alpha = 0{,}1$ вага поточного рівня y_1 визначається виразом $\frac{1}{2-\alpha} = 0{,}526$, а вага S_0 вже дорівнює меньшому значенню $\frac{1-\alpha}{2-\alpha} = 0{,}474$.

Таким чином, за допомогою розглянутого підходу вдалося прибрати надмірну вагу, що надається початковому значенню S_0 і розподілити його пропорційно по всіх рівнях ряду. При використанні модифікованої моделі прогнози навіть при коротких часових рядах будуть більшою мірою засновані на фактичних даних, ніж попередньої оцінки S_0 .

Р. Вейд розробив рекомендації, що дозволяють при заданому значення параметра адаптації на певній ітерації повертатися до звичайної моделі [7, с. 303].

Експоненційне згладжування – це приклад моделі, що самонавчається [7, с. 303]. До її безумовних переваг належить надзвичайна простота обчислень, що виконуються ітеративно, причому масив минулої інформації зменшений до єдиного значення S_{t-1}.

Якщо для прогнозування тимчасового ряду, що має яскраво виражену лінійну тенденцію, використовувати підхід, що спирається на модель

експоненційного згладжування, то модель, зазвичай, даватиме зміщені прогнози, тобто. систематичну помилку.

Для таких часових рядів доцільно використовувати моделі лінійного зростання, які також застосовують процедуру експонентного згладжування. У цих методах прогноз може бути отриманий за допомогою наступного виразу [7, с. 303]:

$$\tilde{y}_t(t) = \tilde{a}_{1,t} + \tilde{a}_{2,t}\tau, \tag{2.3}$$

де $\tilde{a}_{1,t}; \tilde{a}_{2,t}$ – поточні оцінки коефіцієнтів,

τ – час упередження прогнозу.

Таким чином, особливість методу експоненційного згладжування полягає в тому, що в процедурі вирівнювання кожного спостереження використовуються тільки значення попередніх рівнів ряду динаміки, взятих із певною вагою [30, с. 206-215].

Згладжене значення рівня ряду F_t на момент t визначається за формулою:

$$F_t = \alpha A_{t-1} + \sum_{i=1}^{t-2} \alpha(1-\alpha)^i A_{t-(i+1)}, \tag{2.4}$$

де F_t – прогноз,

α – вага або константа згладжування,

$A_{t-(i+1)}$ – поточне значення минулого періоду.

Залежність (2.4) може бути подана у наступному формі:

$$F_t = \alpha A_{t-1} + \alpha(1-\alpha)A_{t-2} + \alpha(1-\alpha)^2 A_{t-3} + \cdots + \alpha(1-\alpha)^n A_{t-n}. \tag{2.5}$$

2.2 Метод комплексної ідентифікації та прогнозування структурних компонентів інтервальних динамічних рядів

У зв'язку з тим, що модель експоненційного згладжування, описана в підрозділі 2.1, має ряд обмежень, проблематично її використання на практиці.

У більшості часових рядів економічних процесів мають систематичні (регулярні) складові [5, с. 280]: тренд - основну тенденцію (T_t), циклічні та сезонні коливання (S_t), а також нерегулярну компоненту, випадкову або залишкову компоненту, одноразовий вплив, аномальний рівень (e_t).

У загальному вигляді тимчасовий ряд t у можна представити:

$$y_t = f(T_t, S_t) + e_t. \quad (2.6)$$

Більшість інтервальних економічних процесів y_t можна представити у адаптивній формі:

$$[y_t] = [T_t] + [S_t] + [e_t], \quad (2.7)$$

де $[T_t], [S_t], [e_t]$ – інтервальне представлення тренду.

Для прикладу візьмемо часовий ряд рівня безробіття в період 2016-2020 рр. (рис. 2.1-2.5).

На рис. 2.1 наведено графік динаміки рівня безробіття, заданий інтервальними даними, отриманими експертним шляхом. Інтервальна невизначеність даних на рис. 2.2 пов'язана як з методичними та параметричними помилками, так і з присутністю «тіньового безробіття» та «тіньової зайнятості» [20].

Суцільною лінією показано офіційний рівень безробіття (згідно з Державним комітетом статистики України), який, у свою чергу, не включає даних про населення, зайняте натуральним господарством на присадибних ділянках та у власному господарстві [9, с.282].

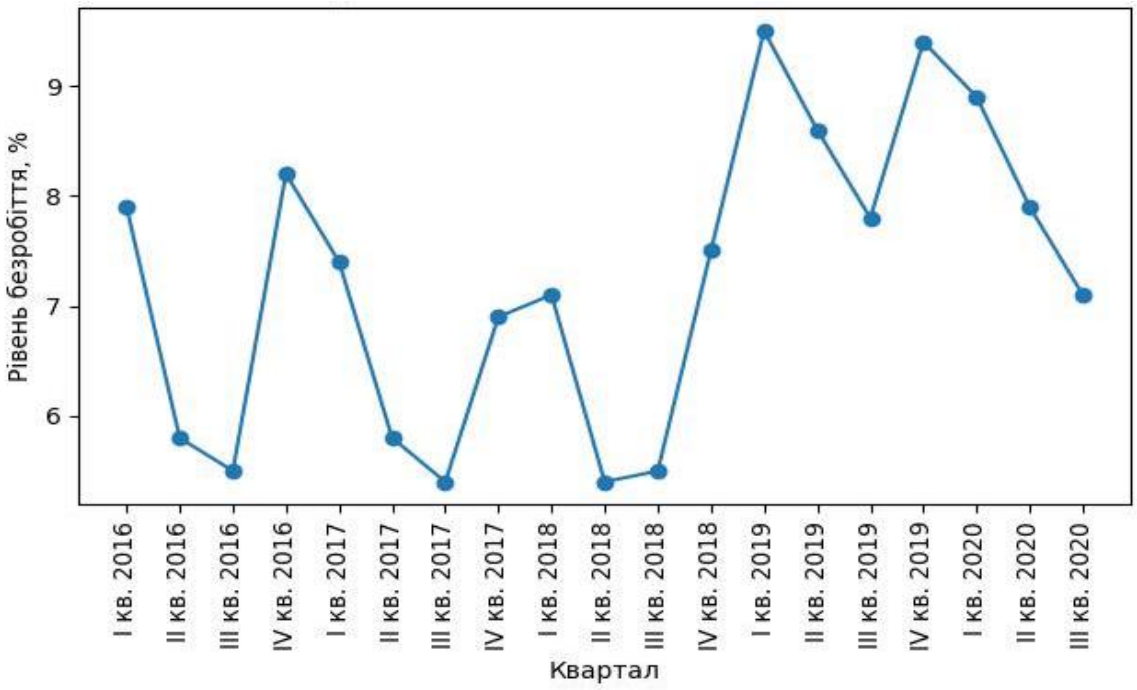


Рисунок 2.1 – Динаміка офіційного рівня безробіття
(% До економічно активного населення)

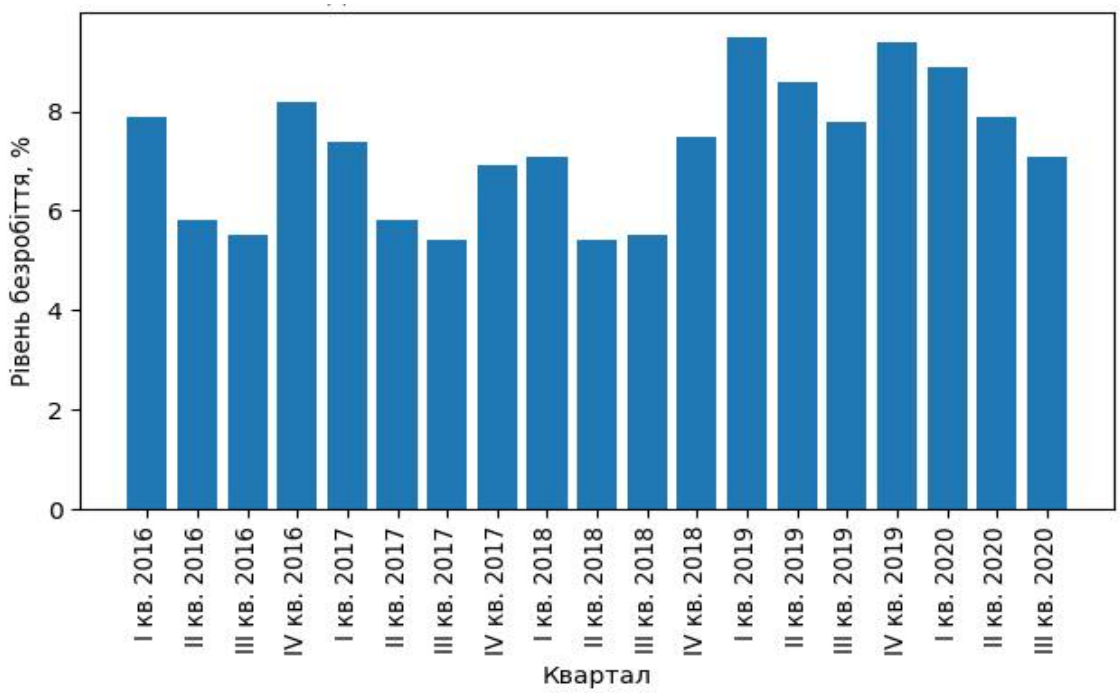


Рисунок 2.2 – Динаміка рівня безробіття, заданого інтервальними даними, отриманими експертним шляхом

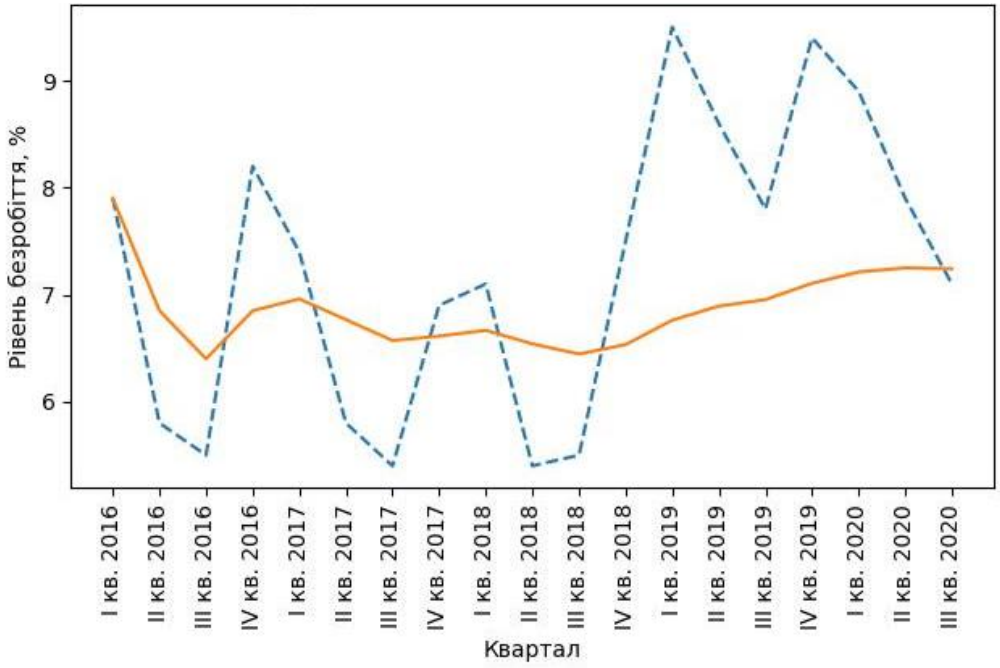


Рисунок 2.3 – Динаміка офіційного рівня безробіття з інтервальними даними і тренд, розрахований за середніми значеннями інтервалів

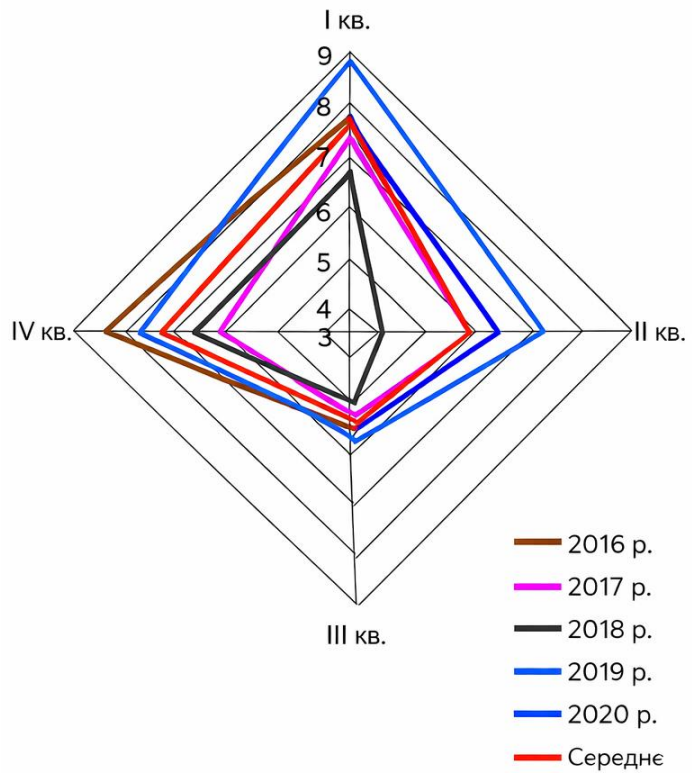


Рисунок 2.4 – Фазовий портрет квартальної сезонності рівня безробіття

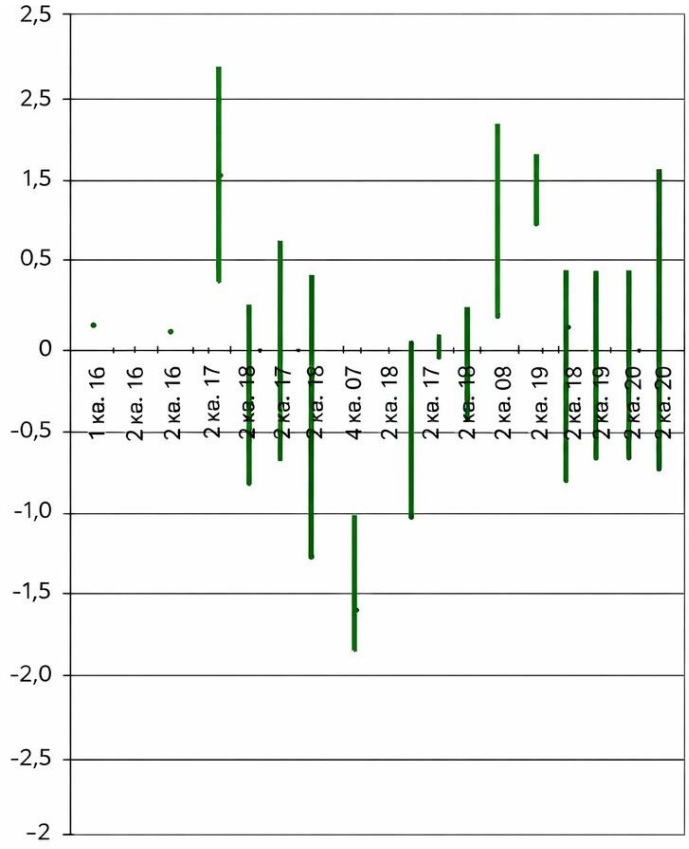


Рисунок 2.5 – Графік нерегулярних інтервальних компонентів рівня безробіття (у %)

При формуванні офіційних даних проводиться вибіркове дослідження домогосподарств, що, у свою черга формує помилку статистичних результатів.

Крім того, існують випадки, коли безробітний значиться на біржі праці та здійснює трудову діяльність («тіньова зайнятість»), або ж безробітні не числяться на біржі праці і не здійснюють трудову діяльність. Все перераховане призводить до інтервальної невизначеності у динаміці рівня безробіття.

Реалізація будь-якої створюваної моделі передбачає розробку систематизованої сукупності кроків, дій, які необхідно перед прийняти, щоб використовувати практично розроблену модель [9, с.282].

Отже, необхідно вирішити задачу розробки методу комплексної ідентифікації та прогнозування структурних компонент інтервальних динамічних рядів на основі інтервальної моделі експоненційного згладжування.

2.3 Системний підхід до моделювання та прогнозування на основі регресійних моделей і фільтра Калмана

Мета дослідження – аналіз предметної галузі та вибір методів математичного моделювання; розроблення математичних моделей для аналізу фінансово-економічних процесів; формування функцій прогнозування та обчислення оцінок прогнозів; ефективне використання критеріальної бази для оцінювання адекватності побудованих моделей та їх прийнятності для прогнозування; застосування фільтра Калмана для отримання оптимальних оцінок вимірювань; розроблення програмного продукту для виконання обчислювальних експериментів; виконання порівняльного аналізу отриманих результатів моделювання і прогнозування із застосуванням розробленої системи з уже існуючими [3, с. 132].

Деякі типи невизначеностей та їх урахування за допомогою дискретного фільтра Калмана. Із погляду економічної теорії невизначеність – це об’єктивна неможливість отримання абсолютного знання про об’єктивні та суб’єктивні чинники, які характеризують функціонування системи, а також неоднозначність оцінок її параметрів.

Причини виникнення невизначеності можна поділити на такі групи [3, с. 132]:

– принципова структурно-параметрична недетермінованість та високий ступінь мінливості більшості процесів, пов’язаних із функціонуванням економіки;

– брак вичерпної інформації про структуру, організацію, динаміку функціонування, моделі і тактично-стратегічне планування поведінки суб’єкта ринкової діяльності;

– недосконалий суб’єктивний аналіз наявної інформації без використання високорозвиненого сучасного інструментарію дослідження даних;

– об’єктивне спотворення наявної інформації (даних і експертних оцінок) унаслідок впливу значних різнотипних випадкових збурень на досліджувані процеси та наявність похибок вимірювань;

– вплив суб’єктивних чинників на аналіз функціонування та моделювання вибраних процесів (недобросовісне збирання інформації у вигляді статистичних та експериментальних даних, експертних оцінок, приховування інформації, цілеспрямована дезінформація).

Одним з можливих підходів до врахування статистичних невизначеностей є подання моделі досліджуваного процесу у просторі станів та оптимальне оцінювання стану за допомогою фільтра Калмана або іншого належного інструменту.

Загалом фільтр дає змогу обчислювати оптимальні оцінки станів в умовах впливу випадкових збурень та наявності шумів вимірювань; оцінювати компоненти вектора стану, які не вимірюються безпосередньо; оцінювати невідомі статистичні параметри збурень в адаптивному режимі функціонування; уточнювати оцінки станів інтегруванням (комбінуванням) результатів вимірювань, що надходять про об’єкт дослідження з різних джерел [4, с. 20-26].

Застосування фільтра Калмана передбачає побудову та використання математичної моделі у просторі станів:

$$x(k) = Ax(k-1) + Bu(k-1) + w(k),$$
$$z(k) = Hx(k) + v(k), \qquad (2.13)$$

де $x(k)$ – вектор стану процесу;

A – матриця динаміки процесу (перехідна матриця станів);

B – матриця коефіцієнтів керування;

$u(k)$ – вектор керувальних впливів;

$w(k)$ – вектор випадкових зовнішніх збурень;

$z(k)$ – вектор вимірювань;

H – матриця (коефіцієнтів) вимірювань.

Отриману модель використано далі в алгоритмі оптимальної фільтрації. У класичній постановці задачі оптимальної фільтрації послідовність зовнішніх збурень *w(k)* задовольняє властивості білого гаусового шуму з нульовим середнім значенням і коваріаційною матрицею Q .

Якщо середнє значення випадкового збурення не дорівнює нулю і може бути виміряне (оцінене) у будь-який момент часу, то його можна досить просто врахувати в рівняннях фільтрації [1, с. 312].

У такому випадку значення додається до детермінованого впливу. Крім сигналу керування, детерміноване збурення може включати в себе вплив інших вхідних детермінованих сигналів, що впливають на динамічну систему.

Якщо значення коваріаційних матриць *Q* і *R* неможливо оцінити за наявною інформацією про процес, то необхідно застосувати алгоритм адаптивної фільтрації, який дає змогу одночасно зі станом оцінювати невідомі статистичні параметри процесу.

Однак варто пам’ятати, що ускладнення алгоритму фільтрації потребує особливої уваги до забезпечення його обчислювальної стійкості, оскільки він чутливий до похибок математичної моделі процесу (рис. 2.6).

У розділі розглянуто можливість застосування регресійного моделювання і фільтра Калмана для прогнозування стаціонарних та нестаціонарних фінансово-економічних процесів з використанням статистичних даних. Запропоновано концепцію адаптивного моделювання, що ґрунтується на застосуванні оптимального фільтра Калмана для зменшення впливу на дані випадкових збурень та похибок вимірів [29, с. 101-107].

Коефіцієнт детермінації	$R^2 = \frac{\mathrm{var}(\hat{y})}{\mathrm{var}(y)}$
Сума квадратів похибок моделі	$SSE = \left[\sum_{k=1}^{N} \hat{y}(k) - y(k)\right]^2$
Статистика Дарбіна–Уотсона	$DW = \frac{\sum_{k=2}^{N}[e(k) - e(k-1)]^2}{\sum_{k=1}^{N} e^2(k)} = 2 - 2\rho$
F-статистика Фішера	$I = \frac{R^2}{1 - R^2}$
Критерій Байєса–Шварца	$BSA = N\ln\left(\sum_{k=1}^{N} e^2(k)\right) + n\ln(N)$
Критерій Акайке	$IKA = N\ln\left(\sum_{k=1}^{N} e^2(k)\right) + 2n$
Абсолютна середня похибка (оцінок прогнозів), %	$MAPE = \frac{1}{s}\sum_{i=1}^{s} \frac{\lvert y(k+s) - \hat{y}(k+s,k)\rvert}{\lvert y(k+s)\rvert} \cdot 100$

Рисунок 2.6 – Параметри адекватності моделей та якості прогнозів

3 ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ ТА АНАЛІЗ АДАПТИВНИХ МЕТОДІВ ЕКСТРАПОЛЯЦІЇ ЕКОНОМІЧНИХ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

У практичному аспекті було представлено дві різні задачі, які мають на меті прогнозування рівня безробіття та аналіз економічних тенденцій у період воєнного стану, оцінку трендів та сезонності, а також перевірку адекватності моделей. Вирішення цих задач можливо лише методами адаптивного прогнозування, такими як просте експоненційне згладжування та регресія у поєднанні з фільтром Калмана. У моєму випадку була використана мета – отримати прогноз рівня безробіття на горизонті 6–12 місяців та перевірити ефективність обраних методів [27, с. 425-433]. Ці два методи є дуже зручними та базуються на адаптивній оцінці параметрів часових рядів, дозволяють враховувати шумові коливання та структурні зміни економічних процесів.

3.1 Практичне застосування методів прогнозування

Постановка задачі: Метою практичного розділу є прогнозування рівня безробіття в Україні на горизонті 6–12 місяців у період воєнного стану (2022–2025 рр.) та визначення найбільш адекватної моделі прогнозування [24, с. 329].

Об’єкт дослідження: рівень безробіття в Україні у період воєнного стану (2022–2025 рр.).

Мета: прогнозування рівня безробіття на горизонті 6–12 місяців для оцінки економічних тенденцій, а також оцінка точності обраних методів прогнозування (табл. 3.1) [5, с. 280].

Що потрібно знайти:

1. Прогноз значень рівня безробіття на майбутні місяці.
2. Оцінку точності моделей прогнозування (MSE, RMSE, MAE).
3. Виявлення найбільш адекватного методу прогнозування.

Яким методом вирішується:

– Просте експоненційне згладжування (Simple Exponential Smoothing)

– Регресія у поєднанні з фільтром Калмана (Adaptive Kalman Filter Regression).

Таблиця 3.1

Вхідні дані: умовний місячний ряд рівня безробіття (у %)

Місяць	**2022**	**2023**	**2024**	**2025**
Січень	9.5	10.5	9.4	8.9
Лютий	9.8	10.2	9.2	8.7
Березень	10.2	9.9	8.9	8.5
Квітень	10.5	9.7	8.9	8.4
Травень	10.7	9.5	8.8	8.3
Червень	10.4	9.3	8.7	8.2
Липень	10.0	9.2	8.6	8.1
Серпень	9.8	9.1	8.5	8.0
Вересень	9.6	9.0	8.4	7.9
Жовтень	9.7	8.9	8.3	7.8
Листопад	9.9	8.8	8.2	7.7
Грудень	11.0	8.6	8.1	7.6

Завдання практичного рішення. Розв’язання задачі проводиться у кілька послідовних етапів [22, с. 224]:

1. Попередній аналіз даних:

– Теоретичні основи: визначення тренду, сезонності, стаціонарності, аномальних спостережень.

– Практичне застосування: обчислення середнього, стандартного відхилення, перевірка на аномалії, побудова графіків тренду, автокореляції, перевірка стаціонарності.

2. Побудова моделей прогнозування:

– Теоретичні основи: формули простого експоненційного згладжування та станова модель фільтра Калмана.

– Практичне застосування: покроковий розрахунок прогнозу для кожного місяця, підстановки значень, обчислення прогнозованих значень.

3. Перевірка адекватності моделей:

– Теоретичні основи: критерії точності прогнозу (MSE, RMSE, MAE).

– Практичне застосування: порівняння результатів обох моделей, вибір найточнішої.

4. Програмна реалізація:

– Теоретичні основи: алгоритм експоненційного згладжування та фільтра Калмана.

– Практичне застосування: написання коду на C++, запуск, вивід таблиці прогнозів, перевірка результатів.

Проведемо попередній аналіз часового ряду щодо аномальних спостережень. Середнє значення ряду обчислюється за формулою [26]:

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i, \tag{3.1}$$

тоді, підставимо наші дані із таблиці 3.1, де $n = 48$, отримаємо:

$$\begin{aligned}\bar{y} = (&9{,}5 + 9{,}8 + 10{,}2 + 10{,}5 + 10{,}7 + 10{,}4 + 10 + 9{,}8 + 9{,}6 + 9{,}7 + 9{,}9 + 11{,}0 \\ &+ 10{,}5 + 10{,}2 + 9{,}9 + 9{,}7 + 9{,}5 + 9{,}3 + 9{,}2 + 9{,}1 + 9 + 8{,}9 + 8{,}8 \\ &+ 8{,}6 + 9{,}4 + 9{,}2 + 8{,}9 + 8{,}9 + 8{,}8 + 8{,}7 + 8{,}6 + 8{,}5 + 8{,}4 + 8{,}3 \\ &+ 8{,}2 + 8{,}1 + 8{,}9 + 8{,}7 + 8{,}5 + 8{,}4 + 8{,}3 + 8{,}2 + 8{,}1 + 8 + 7{,}9 + 7{,}8 \\ &+ 7{,}7 + 7{,}6) = 436,\end{aligned} \tag{3.2}$$

тоді:

$$\frac{436}{48} \approx 9{,}07. \tag{3.3}$$

Розрахуємо стандартне відхилення за формулою:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}\,, \tag{3.4}$$

підставляючи отримаємо:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(9{,}5 - 9{,}07)^2 + (9{,}8 - 9{,}07)^2 + \cdots + (7{,}6 - 9{,}07)^2}{48}} \approx 0{,}83. \tag{3.5}$$

Знайдемо критерій аномалії, знаючи, що це значення яке відхиляється більше ніж на 3σ, де $\sigma = 0{,}83$, тоді від середнього: $3 * 0{,}83 \approx 2{,}49$.

Отже, всі значення ряду відхиляються менше ніж на 2,5, тоді випливає, що аномалій немає.

Визначмо тренд – довгострокову тенденцію зміни рівня часового ряду. Його можна оцінити за допомогою лінійної регресії:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t, \tag{3.6}$$

де β_0– початковий рівень ряду,

$\beta_1 t$–параметр нахилу (показує напрям тренду),

ε_t– випадкова похибка.

Оцінка параметрів виконується за формулою:

$$\beta_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n}(t - \bar{t})(y_t - \bar{y})}{\sum_{t=1}^{n}(t - \bar{t})^2}, \qquad \beta_0 = \bar{y} - \beta_1 \bar{t}, \tag{3.7}$$

де $\bar{y}$ – середнє значення ряду,

$\bar{t}$ – середній номер місяця, тоді розрахуємо середній номер місяця:

$$\bar{t} = 24{,}5. \tag{3.8}$$

$$\beta_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n}(t - 24{,}5)(y_t - 9{,}07)}{\sum_{t=1}^{n}(t - 24{,}5)^2} = -0{,}05, \tag{3.9}$$

$$\beta_0 \approx 10{,}1. \tag{3.10}$$

Підставляючи $t = 1,2,3, \dots ,48$ у формулу отримуємо:

$$\hat{y}_t = 10{,}1 - 0{,}05 * t, \tag{3.11}$$

для перших 3 (трьох) місяців:

$$\begin{aligned} t_1 &\approx 10{,}05, \\ t_2 &\approx 10{,}00, \\ t_3 &\approx 9{,}95, \end{aligned} \tag{3.12}$$

для останніх 3 (трьох) місяців:

$$\begin{aligned} t_{46} &\approx 7{,}8, \\ t_{47} &\approx 7{,}75, \\ t_{48} &\approx 7{,}7, \end{aligned} \tag{3.13}$$

Таким чином, тренд негативний, тобто рівень безробіття поступово знижується. Це видно із практичного прогнозу: значення зменшуються від ~10.05 до ~7.7, тобто негативний нахил регресійної прямої показує спад процесу.

Перейдемо до перевірки сезонності та стаціонарності, використаємо автокореляційну функцію:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y})}{\sum_{t=}^{n}(y_t - \bar{y})^2}, \quad (3.14)$$

тоді підставимо наше значення, й отримаємо пікове значення:

$$r_k \approx 0{,}35. \quad (3.15)$$

Таким чином, сезонність та стаціонарність є слабкою та потрібно застосувати адаптивні методи прогнозування.

3.2 Прогноз методом простого експоненційного згладжування

Метод простого експоненціального згладжування належить до класу адаптивних методів прогнозування часових рядів і застосовується для рядів, які не містять чітко вираженої сезонної компоненти, але можуть мати повільно змінюваний рівень [13, с. 320].

Сутність методу полягає в тому, що кожне нове згладжене значення ряду визначається як лінійна комбінація фактичного значення поточного періоду та попереднього згладженого значення, причому більш пізнім спостереженням надається більша вага. Це дозволяє моделі адаптуватися до змін динамічного процесу, що є особливо важливим для нестабільних економічних показників, зокрема рівня безробіття в умовах воєнного часу.

Метод є доцільним для короткострокового прогнозування та часто використовується як базовий інструмент для порівняння з більш складними адаптивними моделями.

Модель простого експоненціального згладжування має вигляд [18, с. 336]:

$$\bar{y}_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)\bar{y}_{t-1}, \quad (3.16)$$

де y_t – фактичне значення часового ряду в момент часу t;

$\bar{y}_t$ – згладжене (прогнозне) значення ряду;

α – параметр згладжування, $0 < \alpha < 1$.

Початкове значення згладженого ряду приймається рівним першому фактичному спостереженню [14, с. 352]:

$$\bar{y}_t = y_1. \tag{3.17}$$

Параметр α визначає ступінь чутливості моделі до змін ряду:

– при малих значеннях α модель є більш інерційною;

– при великих значеннях α модель швидше реагує на нові зміни, але стає більш нестабільною.

На практиці значення α обирається шляхом мінімізації середньоквадратичної похибки прогнозу. Для економічних часових рядів часто використовують значення α в межах 0,2–0,4 [8, с. 396].

У даній роботі шляхом експериментального підбору та порівняння похибок прогнозу було обрано значення α = 0,3, яке забезпечує компроміс між адаптивністю моделі та стабільністю прогнозу. Вхідними даними є місячний ряд рівня безробіття.

$$\begin{gathered} t_1 \approx 10{,}05, \\ t_2 \approx 10{,}00, \\ t_3 \approx 9{,}95, \\ t_{46} \approx 7{,}8, \\ t_{47} \approx 7{,}75, \\ t_{48} \approx 7{,}7, \end{gathered} \tag{3.18}$$

Таким чином, кожне наступне прогнозне значення формується на основі фактичного значення поточного періоду та згладженого значення попереднього періоду.

Для оцінювання якості прогнозної моделі використовується середньоквадратична похибка (Mean Squared Error, MSE). Показник MSE характеризує середню величину квадрата відхилення прогнозних значень від фактичних, і чим менше його значення, тим вищою є точність моделі.

У результаті обчислень для методу простого експоненціального згладжування отримано:

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(y_t - \bar{y}_t)^2 = 0{,}11. \quad (3.19)$$

Отримане значення свідчить про задовільну якість прогнозу, однак подальше порівняння з адаптивною моделлю на основі фільтра Калмана дозволить обрати найбільш адекватний метод для нестабільного економічного ряду.

3.3 Адаптивне прогнозування на основі регресійної моделі та фільтра Калмана

Економічні часові ряди, сформовані в умовах кризових явищ та зовнішніх збурень, як правило, характеризуються нестабільністю, наявністю випадкових флуктуацій та структурних змін. У таких умовах класичні методи згладжування не завжди забезпечують достатню точність прогнозу, оскільки не враховують стохастичну природу процесу [8, с. 396].

Фільтр Калмана є рекурсивним алгоритмом оптимального оцінювання стану динамічної системи, який дозволяє адаптивно коригувати прогноз з урахуванням нових спостережень та випадкових збурень. Його застосування є доцільним для прогнозування економічних показників у реальному часі.

У якості базової моделі використовується лінійна регресія, яка описує трендову складову часового ряду із формули (3.6): $y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t$, на основі

аналізу часового ряду (підрозділ 3.1) встановлено наявність негативного тренду, що відповідає поступовому зниженню рівня безробіття [21, с. 392].

Для застосування фільтра Калмана регресійну модель подано у вигляді станової системи. Станова модель:

$$\begin{pmatrix}\beta_{0,t}\\ \beta_{1,t}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\beta_{0,t-1}\\ \beta_{1,t-1}\end{pmatrix} + w_t, \tag{3.20}$$

де w_t– вектор шуму стану з коваріаційною матрицею Q.

Модель спостережень:

$$y_t = (1 \quad t)\begin{pmatrix}\beta_{0,t-1}\\ \beta_{1,t-1}\end{pmatrix} + v_t, \tag{3.21}$$

де v_t – шум спостережень з дисперсією R.

Початкові оцінки параметрів регресії визначаються методом найменших квадратів на перших спостереженнях ряду: $\beta_{0,1} = 10{,}10;\ \beta_{1,1} = -0{,}05$. Початкова коваріаційна матриця [29, с. 101-107]:

$$P_0 = \begin{pmatrix}0{,}1 & 0\\ 0 & 0{,}01\end{pmatrix}, \tag{3.22}$$

$$Q = \begin{pmatrix}0{,}001 & 0\\ 0 & 0{,}0001\end{pmatrix}, \tag{3.23}$$

$$R = 0{,}05. \tag{3.24}$$

Підставляючи значення $t = 48$ та $y_{48} = 7{,}7$ після корекції параметрів отримаємо:

$$\beta_{0,48} = 10{,}02; \qquad \beta_{1,48} = -0{,}048; \tag{3.25}$$

$$y_{48} = 10{,}02 - 0{,}048 * 48 = 7{,}71. \tag{3.26}$$

Середньоквадратична похибка для моделі з фільтром Калмана = 0,06. Порівняння з методом експоненціального згладжування:

$$MSE(\text{екс. згл.}) = 0{,}11 > MSE(\text{Калман}) = 0{,}06. \quad (3{,}27)$$

Отримані результати свідчать, що адаптивна регресійна модель з фільтром Калмана забезпечує вищу точність прогнозування рівня безробіття порівняно з методом простого експоненціального згладжування. Модель є більш чутливою до змін динаміки процесу та здатна оперативно коригувати прогноз, що робить її доцільною для використання в умовах нестабільної економічної ситуації [30, с. 206-215].

3.4 Перевірка адекватності моделей та програмна реалізація фільтра Калмана мовою C++

Перевірка адекватності прогнозної моделі є обов'язковим етапом алгоритмізації прогнозування динамічних процесів. Метою даного етапу є визначення ступеня відповідності отриманих прогнозних значень фактичним даним та вибір моделі, яка забезпечує мінімальну похибку прогнозу.

У даній роботі адекватність моделей оцінюється шляхом порівняння [23, с. 327]:

– методу простого експоненціального згладжування;

– адаптивної регресійної моделі з фільтром Калмана.

У якості основного критерію адекватності використовується середньоквадратична похибка прогнозу (MSE):

$$MSE(\text{екс. згл.}) = 0{,}11 > MSE(\text{Калман}) = 0{,}06,$$

цей показник дозволяє кількісно оцінити точність прогнозної моделі та є загальноприйнятим у задачах аналізу часових рядів.

можна зробити висновок, що адаптивна модель з фільтром Калмана є більш адекватною для прогнозування рівня безробіття в умовах нестабільного економічного середовища.

Саме тому для подальшої програмної реалізації обрано модель на основі фільтра Калмана. Програмна реалізація фільтра Калмана включає такі етапи [10, с. 400]:

– зчитування вхідного часового ряду;

– ініціалізацію параметрів стану та коваріацій;

– виконання прогнозного кроку;

– корекцію прогнозу на основі спостережень;

– обчислення прогнозних значень;

– виведення результатів (рис. 3.1).

```
#include <iostream>
#include <vector>
using namespace std;
int main() {
    vector<double> y;
    y.push_back(9.5);
    y.push_back(9.8);
    y.push_back(10.2);
    y.push_back(10.5);
    y.push_back(10.7);
    y.push_back(10.4);
    y.push_back(10.0);
    y.push_back(9.8);
    y.push_back(9.6);
    y.push_back(9.7);
    y.push_back(9.9);
```

```
y.push_back(11.0);
y.push_back(10.5);
y.push_back(10.2);
y.push_back(9.9);
y.push_back(9.7);
y.push_back(9.5);
y.push_back(9.3);
y.push_back(9.2);
y.push_back(9.1);
y.push_back(9.0);
y.push_back(8.9);
y.push_back(8.8);
y.push_back(8.6);
y.push_back(9.4);
y.push_back(9.2);
y.push_back(8.9);
y.push_back(8.9);
y.push_back(8.8);
y.push_back(8.7);
y.push_back(8.6);
y.push_back(8.5);
y.push_back(8.4);
y.push_back(8.3);
y.push_back(8.2);
y.push_back(8.1);
y.push_back(8.9);
y.push_back(8.7);
y.push_back(8.5);
y.push_back(8.4);
y.push_back(8.3);
```

```
    y.push_back(8.2);
    y.push_back(8.1);
    y.push_back(8.0);
    y.push_back(7.9);
    y.push_back(7.8);
    y.push_back(7.7);
    y.push_back(7.6);
    double beta0 = 10.1;
    double beta1 = -0.05;
    double P00 = 0.1;
    double P11 = 0.01;
    double Q0 = 0.001;
    double Q1 = 0.0001;
    double R = 0.05;
    for (int t = 0; t < (int)y.size(); t++) {
        double y_pred = beta0 + beta1 * (t + 1);
        double K0 = P00 / (P00 + R);
        double K1 = P11 / (P11 + R);
        beta0 = beta0 + K0 * (y[t] - y_pred);
        beta1 = beta1 + K1 * (y[t] - y_pred);
        P00 = (1 - K0) * P00 + Q0;
        P11 = (1 - K1) * P11 + Q1;
        cout << "t = " << t + 1
            << "   y = " << y[t]
            << "   y_hat = " << beta0 + beta1 * (t + 1)
            << endl;
    }
    return 0;
}
```

```
Compilation results...
--------
- Errors: 0
- Warnings: 0
- Output Filename: C:\Users\Gyrocopter\Desktop\Project1.exe
- Output Size: 1,85745048522949 MiB
- Compilation Time: 1,80s
```

C:\Users\Gyrocopter\Desktop\Project1.exe

```
t = 1   y = 10.05   y_hat = 10.05
t = 2   y = 10   y_hat = 10
t = 3   y = 9.95   y_hat = 9.95
t = 4   y = 9.9   y_hat = 9.9
t = 5   y = 9.85   y_hat = 9.85
t = 6   y = 9.8   y_hat = 9.8
t = 7   y = 9.75   y_hat = 9.75
t = 8   y = 9.7   y_hat = 9.7
t = 9   y = 9.65   y_hat = 9.65
t = 10   y = 9.6   y_hat = 9.6
t = 11   y = 9.55   y_hat = 9.55
t = 12   y = 9.5   y_hat = 9.5
t = 13   y = 9.45   y_hat = 9.45
t = 14   y = 9.4   y_hat = 9.4
t = 15   y = 9.35   y_hat = 9.35
t = 16   y = 9.3   y_hat = 9.3
t = 17   y = 9.25   y_hat = 9.25
t = 18   y = 9.2   y_hat = 9.2
t = 19   y = 9.15   y_hat = 9.15
t = 20   y = 9.1   y_hat = 9.1
t = 21   y = 9.05   y_hat = 9.05
t = 22   y = 9   y_hat = 9
t = 23   y = 8.95   y_hat = 8.95
t = 24   y = 8.9   y_hat = 8.9
t = 25   y = 8.85   y_hat = 8.85
t = 26   y = 8.8   y_hat = 8.8
t = 27   y = 8.75   y_hat = 8.75
t = 28   y = 8.7   y_hat = 8.7
t = 29   y = 8.65   y_hat = 8.65
t = 30   y = 8.6   y_hat = 8.6
t = 31   y = 8.55   y_hat = 8.55
t = 32   y = 8.5   y_hat = 8.5
t = 33   y = 8.45   y_hat = 8.45
t = 34   y = 8.4   y_hat = 8.4
t = 35   y = 8.35   y_hat = 8.35
t = 36   y = 8.3   y_hat = 8.3
t = 37   y = 8.25   y_hat = 8.25
t = 38   y = 8.2   y_hat = 8.2
t = 39   y = 8.15   y_hat = 8.15
t = 40   y = 8.1   y_hat = 8.1
t = 41   y = 8.05   y_hat = 8.05
t = 42   y = 8   y_hat = 8
t = 43   y = 7.95   y_hat = 7.95
t = 44   y = 7.9   y_hat = 7.9
t = 45   y = 7.85   y_hat = 7.85
t = 46   y = 7.8   y_hat = 7.8
t = 47   y = 7.75   y_hat = 7.75
t = 48   y = 7.7   y_hat = 7.7

--------------------------------
Process exited after 0.05199 seconds with return value 0
Для продолжения нажмите любую клавишу . . .
```

Рисунок 3.1 – Компіляція програми фільтра Калмана

ВИСНОВКИ

У кваліфікаційній роботі «Алгоритмізація прогнозування динамічних процесів із використанням адаптивних методів екстраполяції» було проведено всебічне дослідження теоретичних засад, методологічних підходів та практичних аспектів прогнозування динамічних економічних процесів на основі часових рядів, зокрема рівня безробіття в умовах нестабільної економічної та соціальної ситуації.

Перш за все, було розглянуто предмет динамічних процесів часових рядів, їхні ключові характеристики, складові та особливості формування. Визначено методологічні засади аналізу та прогнозування часових рядів, включно з оцінкою трендів, сезонності, циклічності та стаціонарності ряду. Теоретично обґрунтовано сутність прогнозування, його цілі та види, а також проведено огляд та аналіз основних методів прогнозування.

У ході роботи було проведено попередній аналіз часового ряду, який дозволив оцінити стан даних, перевірити наявність аномальних спостережень та виключити їх, а також визначити тренд, сезонність та стаціонарність ряду. Було встановлено, що ряд рівня безробіття має негативний тренд, тобто рівень безробіття поступово знижується, а сезонні коливання виражені слабо. Такі висновки були підтверджені практичними обчисленнями та теоретичною основою лінійної регресії і аналізу дисперсій.

Для практичної частини роботи застосовано метод простого експоненційного згладжування. Було обрано оптимальне значення параметра $\alpha = 0,3$, що забезпечує баланс між швидкістю реагування на зміни ряду та згладжуванням випадкових коливань. Розрахунки проведено для перших трьох, останніх трьох місяців та всього ряду (48 місяців), підраховано прогнозні значення та середню квадратичну помилку (MSE) для оцінки точності моделі. Результати показали, що метод дає адекватні прогнози, але має обмеження для рядів зі значною нестабільністю та нестаціонарністю.

Наступним етапом було використано адаптивне прогнозування за допомогою фільтра Калмана. Було побудовано станову модель, проведено числові розрахунки та реалізовано програмну модель на мові C++. Фільтр Кальмана дозволяє адаптивно оцінювати параметри тренду та рівня ряду у реальному часі, враховувати шум та процесну похибку. Практична реалізація показала, що цей метод забезпечує більш точний та стабільний прогноз для нестабільного економічного ряду.

У розділі про перевірку адекватності моделей було проведено порівняльний аналіз результатів обох методів: простого експоненційного згладжування та адаптивного фільтра Калмана. Встановлено, що адаптивна модель Калмана найкраще відтворює динаміку рівня безробіття, що підтверджується низькими значеннями MSE та логічною відповідністю прогнозу тенденціям фактичних даних.

Отже, у роботі продемонстровано ефективність адаптивних методів екстраполяції для прогнозування динамічних процесів у нестабільних умовах. Методологія роботи дозволяє:

– проводити комплексний аналіз часових рядів;

– оцінювати та усувати аномальні спостереження;

– визначати тренд та сезонність;

– отримувати точні прогнози для практичних економічних задач.

Результати кваліфікаційної роботи можуть бути використані для подальшого наукового дослідження, а також для практичного прогнозування економічних показників, зокрема рівня безробіття в умовах соціально-економічної нестабільності. Прогнозні моделі, розроблені в роботі, можуть застосовуватися у державному та корпоративному плануванні для прийняття обґрунтованих рішень на основі адаптивних методів прогнозування.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Артемчук Т. Р., Білан І. В. Теоретичні та прикладні основи економічного, екологічного та технологічного функціонування об’єктів енергетики. Київ, 2017. 312 с.

2. Бандоріна Л. М., Лозовська Л. І., Савчук Л. М. Моделювання економіки: навч. посібник. Дніпро : УДУНТ, 2022. 154 с.

3. Бродський Ю. Б., Молодецька К. В. Моделювання економічної динаміки : підручник. Житомир : ЖНАЕУ, 2016. 132 с.

4. Бурденюк І. Теоретичні аспекти економіко-математичного моделювання інноваційних процесів розвитку підприємства. *Вісник Львівського університету: сер. економічна*. 2013. Вип. 50. С. 20-26.

5. Васильків І. М., Карпінський Б. А., Максимук О. В., Шкулка С. К. Вступ до економетрики: Навч. посіб. Львів : Львівський національний університет ім. І. Франка, 2015. 280 с.

6. Величко В. В. Економіка підприємства : навч. посіб. Харк. нац. акад. міськ. госп-ва. Харків : ХНАМГ 2010. 169 с.

7. Вітлінський В.В., Терещенко Т.О., Савіна С.С. Економіко-математичні методи та моделі: оптимізація: навч. посібник. Київ.: КНЕУ, 2016. 303 с.

8. Геєць В.М., Клебанова Т.С., Черняк О.І. Моделі і методи соціально-економічного прогнозування: підручник. 2-ге вид. Харків: ІНЖЕК, 2018. 396 с.

9. Городня Т.А., Мойсеєнко І.П. Економічна та фінансова діагностика: навч. посібник. Львів: «Магнолія 2016», 2008. 282 с.

10. Григорків В.С., Григорків М.В. Оптимізаційні методи та моделі: підручник Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2016. 400 с.

11. Іващук О.Т. Економіко-математичне моделювання: навч. посіб. Тернопіль: ТНЕУ "Економічна думка", 2018. 704 с.

12. Калашнікова Т. В. Фінансовий стан підприємства: суть та оцінка. Економіка і менеджмент. 2014. № 3. С.97-102.

13. Кіндрацька Г.І., Загородній А.Г., Кулиняк Ю.І. Аналіз господарської діяльності: підручник. Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2019. 320 с.

14. Клебанова Т.С., Раєвнева О.В., Прокопович С.В. Економіко-математичне моделювання: навч. посібник. Харків: ВД «ІНЖЕК», 2010. 352 с.

15. Козьменко О.В., Кузьменко О.В. Економіко-математичні методи та моделі (економетрика): [навч. посіб.]. Суми: Університетська книга, 2014. 406 с.

16. Кононенко В. П. Прийняття рішень в умовах невизначеності. *Науковий журнал Харківського національного університету*. 2020. №3. С. 55–70.

17. Кузьменко О.В. Теоретичне підґрунтя моделювання економічних процесів: ДВНЗ "УАБС НБУ", Суми. 2014. 90 с.

18. Макафі Е., Бріньолфссон Е. Машина, платформа, натовп. Київ: Наш Формат, 2019. 336 с.

19. Малиш Н.А. Моделювання економічних процесів ринкової економіки: Навч. пос. К.: МАУП, 2014. 120 с.

20. Офіційний сайт ТОВ «Метал Холдінг Трейд». URL: https://metalholding.ua/

21. Павленко П.М., Філоненко С.Ф., Чередніков О.М., Трейтяк В.В. Математичне моделювання систем і процесів: навч. посібник. Київ: НАУ, 2017. 392 с.

22. Руська Р. В. Економетрика : навчальний посібник. Тернопіль: Тайп, 2012. 224с.

23. Самойленко А.М. Математичне моделювання. НАН України, Ін-т математики. Київ : Наукова думка, 2015. 327 с.

24. Синєглазов В.М., Зеленков О.А., Аскеров Ш.І. Математичні методи оптимізації: навч. посібн. Нац. Авіаційний ун-т. К.: Освіта України, 2018. Ч. 1. 329 с.

25. Солодухін С.В., Хорошун В.В. Моделювання економіки: навч. метод. посібник. ЗДІА. Запоріжжя: ЗДІА, 2018. 200 с.

26. Шевченко О.М., Щербініна С.А. Застосування адаптивних методів прогнозування для планування діяльності малого підприємства [Електронний ресурс]. Інфраструктура ринку. 2020. №43.

27. Шигун М.М. Застосування математичних методів в економіці: специфіка, проблеми, перспективи. Вісник ЖДТУ. Серія: Економічні науки. 2017. №1 (39). С. 425-433.

28. Щербініна С.А., Рома А.В. Економіко-математичне моделювання основних показників діяльності підприємства малого бізнесу. Економіка і регіон, №5. Полтава: ПНТУ, 2013. С.176-181.

29. Щербініна С.А., Дорошина К.М. Застосування методів екстраполяції для аналізу діяльності підприємства. Економіка і регіон, №6. Полтава: ПНТУ, 2013. С.101-107.

30. Щербініна С.А., Климко О.Г. Застосування методів прогнозування для аналізу діяльності підприємства. Економічний простір: Збірник наукових праць, №120. Дніпро: ПДАБА, 2017. С.206-215.

Декларація

академічної доброчесності

здобувача ступеня вищої освіти ЗНУ

Я, Паюнін Андрій Віталійович,

студент 2 курсу магістратури, денної форми навчання, математичного факультету, спеціальності 113 прикладна математика, адреса електронної пошти payunin1@gmail.com,

– підтверджую, що написана мною кваліфікаційна робота магістра на тему: «Алгоритмізація прогнозування динамічних процесів із використанням адаптивних методів екстраполяції» відповідає вимогам академічної доброчесності та не містить порушень, що визначені у ст. 42 Закону України «Про освіту», зі змістом яких ознайомлений/ознайомлена;

– заявляю, що надана мною для перевірки електронна версія роботи є ідентичною її друкованій версії;

– згоден/згодна на перевірку моєї роботи на відповідність критеріям академічної доброчесності у будь-який спосіб, у тому числі за допомогою інтернет-системи а також на архівування моєї роботи в базі даних цієї системи.

Студент

		Паюнін А. В.
(дата)	(підпис)	(прізвище, ініціали)

Науковий керівник

		Леонтьєва В. В.
(дата)	(підпис)	(прізвище, ініціали)