МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра загальної математики

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА МАГІСТРА

на тему: **«РОЗВИТОК КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ПОКАЗНИКОВИХ ТА ЛОГАРИФМІЧНИХ РІВНЯНЬ ТА НЕРІВНОСТЕЙ В КУРСІ МАТЕМАТИКИ СТАРШОЇ ШКОЛИ»**

Виконала: студентка 2 курсу, групи 8.0144-м
спеціальності 014 Середня освіта
(шифр і назва спеціальності)
освітньої програми Середня освіта (Математика)
(назва освітньої програми)
О. В. Воєвода
(ініціали та прізвище)
Керівник доцент кафедри фундаментальної та прикладної математики, к.ф.-м.н. Манько Н. І.-В.
(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)
Рецензент в.о. завідувача кафедри комп'ютерних наук, доцент, к.пед.н. Пшенична О.С.
(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Запоріжжя – 2025

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет математичний

Кафедра загальної математики

Рівень вищої освіти магістр

Спеціальність 014 Середня освіта
(шифр і назва)

Освітня програма Середня освіта (Математика)

ЗАТВЕРДЖУЮ
Завідувач кафедри загальної
математики, к.ф.-м.н., доцент

_____ Зіновєєв І.В.
(підпис)
“ ___ ” _____ 2025 р.

З А В Д А Н Н Я
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ СТУДЕНТЦІ

Воєводі Олесі Віталіївні
(прізвище, ім’я та по-батькові)

1. Тема роботи Розвиток критичного мислення при розв’язуванні показникових та логарифмічних рівнянь та нерівностей в курсі математики старшої школи

керівник роботи Манько Наталія Іванівна-Володимирівна, к.ф.-м.н.
(прізвище, ім’я та по-батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом ЗНУ від « 28 » лютого 2025 року № 326-с

2. Строк подання студентом роботи 05.12.2025 р.

3. Вихідні дані до роботи 1. Постановка задачі.
2. Перелік літератури.

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити)
- теоретичні основи розвитку критичного мислення учнів старшої школи при вивченні теми "Показникові та логарифмічні рівняння і нерівності"
- методичні основи організації експериментального дослідження
- аналіз результатів педагогічного експерименту

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов’язкових креслень)
Презентація

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		Завдання видав	Завдання прийняв

7. Дата видачі завдання 17 .03 .2025 р.

К А Л Е Н Д А Р Н И Й П Л А Н

№	Назва етапів кваліфікаційної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1.	Розробка плану роботи.	березень-квітень	
2.	Збір вихідних даних.	квітень-червень	
3.	Обробка теоретичних джерел	травень-липень	
4.	Розробка першого і другого розділу.	серпень-вересень	
5.	Розробка третього розділу	жовтень	
6.	Оформлення і нормоконтроль.	листопад-грудень	
	кваліфікаційної роботи.		
7.	Захист кваліфікаційної роботи.	18.12.2025	

Студент _____ О. В. Воєвода
(підпис) (ініціали та прізвище)

Керівник роботи _____ Н. І.-В. Манько
(підпис) (ініціали та прізвище)

Нормоконтроль пройдено

Нормоконтролер _____ О.Г. Спиця
(підпис) (ініціали та прізвище)

РЕФЕРАТ

Кваліфікаційна робота магістра на тему «Розвиток критичного мислення при розв’язуванні показникових та логарифмічних рівнянь та нерівностей в курсі математики старшої школи»: 58 с., 2 рис., 5 табл., 34 джерела.

КОГНІТИВНА ГНУЧКІСТЬ, КОМУНІКАТИВНА КОМПЕТЕНТНІСТЬ, КРИТИЧНЕ МИСЛЕННЯ, ЛОГАРИФМІЧНІ РІВНЯННЯ, МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ, ПЕДАГОГІЧНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ, ПОКАЗНИКОВІ НЕРІВНОСТІ, САМОАНАЛІЗ, СТРУКТУРА УРОКУ.

Об’єкт дослідження – процес навчання математики у старшій школі, що охоплює змістові, методичні та когнітивні аспекти.

Мета дослідження – обґрунтування й аналіз ефективних способів формування в учнів уміння критично мислити в процесі виконання відповідних математичних завдань, а також визначення методичних підходів, що забезпечують усвідомлене та коректне застосування математичних властивостей і стратегій розв’язання.

Методи дослідження: логіко-теоретичний аналіз, систематизацію й узагальнення моделей формування критичного мислення, що дозволяє обґрунтувати перспективні методичні підходи до навчання показникових і логарифмічних тем..

Сучасна шкільна математична освіта орієнтована не лише на засвоєння алгоритмів та формул, а й на розвиток інтелектуальних умінь, що забезпечують самостійність мислення, здатність аналізувати інформацію, оцінювати її достовірність і робити обґрунтовані висновки. Одним із ключових компонентів цих умінь є критичне мислення, яке розглядають як здатність учня усвідомлено працювати з математичними даними, розуміти логіку формулювань, перевіряти правильність обраних стратегій і порівнювати альтернативні способи розв’язання задач. Саме курс алгебри старшої школи створює широкі можливості для формування таких навичок, адже включає змістові лінії, що потребують високого рівня аналітичності, зокрема показникові та логарифмічні рівняння й нерівності.

SUMMARY

Master's Qualifying Theses "Development of Critical Thinking in Solving Exponential and Logarithmic Equations and Inequalities in the High School Mathematics Course": 58 pages, 2 figures, 5 tables, 34 sources.

COGNITIVE FLEXIBILITY, COMMUNICATIVE COMPETENCE, CRITICAL THINKING, LOGARITHMIC EQUATIONS, METHODOLOGICAL FOUNDATIONS, PEDAGOGICAL EXPERIMENT, EXPONENTIAL INEQUALITIES, SELF-ANALYSIS, LESSON STRUCTURE.

Research object – the process of teaching mathematics in high school, encompassing content, methodological, and cognitive aspects.

Research aim – to justify and analyze effective methods for developing students' critical thinking skills while performing relevant mathematical tasks, as well as to identify methodological approaches that ensure the conscious and correct application of mathematical properties and problem-solving strategies.

Research methods: logical-theoretical analysis, systematization, and generalization of models for developing critical thinking, which allow for substantiating promising methodological approaches to teaching exponential and logarithmic topics.

Modern school mathematics education focuses not only on mastering algorithms and formulas but also on developing intellectual skills that foster independent thinking, the ability to analyze information, assess its reliability, and make well-founded conclusions. One of the key components of these skills is critical thinking, understood as a student's ability to work consciously with mathematical data, comprehend the logic of formulations, verify the correctness of chosen strategies, and compare alternative problem-solving methods. The high school algebra course provides broad opportunities for developing such skills, as it includes content areas that require a high level of analytical thinking, particularly exponential and logarithmic equations and inequalities.

ЗМІСТ

Завдання на кваліфікаційну роботу……...…….... 2
Реферат…….……... 4
Summary……..…… 5
Вступ…… 7
1 Теоретичні основи розвитку критичного мислення учнів старшої школи при вивченні теми «Показникові та логарифмічні рівняння і нерівності» ……..……...…… 10
1.1 Сутність, риси, особливості формування критичного мислення в учнів ……..…… 10
1.2 Психолого-педагогічні умови розвитку критичного мислення в процесі навчання математики……. 20
1.3 Можливості розвитку критичного мислення при вивченні показникових та логарифмічних рівнянь і нерівностей …… 24
2 Методичні основи організації експериментального дослідження.…. 29
2.1 Методика впровадження елементів критичного мислення учнів……..……...……... 29
2.2 Критерії та показники оцінювання рівня сформованості критичного мислення на уроках математики……..……... 35
3 Аналіз результатів педагогічного експерименту……..……... 37
3.1 Аналіз вхідного та вихідного рівня сформованості критичного мислення…...……..... 37
3.2 Аналіз результатів експерименту……..……... 39
3.3 Висновки щодо ефективності запропонованої методики…….. 44
Висновки……...……....…..…... 53
Перелік посилань……...……....…….. 55

ВСТУП

Сучасна шкільна математична освіта орієнтована не лише на засвоєння алгоритмів та формул, а й на розвиток інтелектуальних умінь, що забезпечують самостійність мислення, здатність аналізувати інформацію, оцінювати її достовірність і робити обґрунтовані висновки. Одним із ключових компонентів цих умінь є критичне мислення, яке розглядають як здатність учня усвідомлено працювати з математичними даними, розуміти логіку формулювань, перевіряти правильність обраних стратегій і порівнювати альтернативні способи розв’язання задач. Саме курс алгебри старшої школи створює широкі можливості для формування таких навичок, адже включає змістові лінії, що потребують високого рівня аналітичності, зокрема показникові та логарифмічні рівняння й нерівності.

Розв’язування цих задач вимагає від учнів уміння працювати з перетвореннями, встановлювати міжфункціональні зв’язки, оцінювати доцільність обраних методів та критично осмислювати кожен етап рішення. У старшокласників нерідко виникають труднощі, пов’язані з неправильним застосуванням властивостей логарифмів, неповним урахуванням області визначення функцій, хибним вибором стратегій або спрощеним копіюванням алгоритмів без розуміння їх сутності. Тому важливо дослідити, яким чином розвиток критичного мислення може підвищити якість опанування цього розділу алгебри, сприяти глибшому розумінню математичних залежностей і формуванню в учнів здатності до самостійного логічного міркування.

Об’єктом дослідження є процес навчання математики у старшій школі, що охоплює змістові, методичні та когнітивні аспекти.

Предметом дослідження виступають педагогічні умови, методи й прийоми розвитку критичного мислення під час розв’язання показникових та логарифмічних рівнянь і нерівностей.

Метою роботи є обґрунтування й аналіз ефективних способів формування в учнів уміння критично мислити в процесі виконання відповідних математичних завдань, а також визначення методичних підходів, що забезпечують усвідомлене та коректне застосування математичних властивостей і стратегій розв’язання.

Для досягнення поставленої мети необхідно розв’язати такі основні завдання:

- з’ясувати теоретичні засади поняття критичного мислення в контексті математичної освіти;
- проаналізувати типові труднощі, з якими стикаються старшокласники під час роботи з показниковими та логарифмічними завданнями;
- визначити інструменти, що сприяють формуванню аналітичності та рефлексивності мислення;
- окреслити методичні прийоми, які підвищують здатність учнів порівнювати способи розв’язання, перевіряти коректність отриманих результатів і робити логічно обґрунтовані висновки;
- розглянути можливість інтеграції елементів критичного мислення у традиційні та інноваційні форми навчання.

Методи дослідження включають аналіз наукових праць з педагогіки та методики навчання математики, порівняння існуючих підходів до розвитку критичного мислення, узагальнення результатів психолого-педагогічних досліджень, а також контент-аналіз навчальних матеріалів і типових задач старшої школи. У межах роботи застосовано логіко-теоретичний аналіз, систематизацію й узагальнення моделей формування критичного мислення, що дозволяє обґрунтувати перспективні методичні підходи до навчання показникових і логарифмічних тем.

Теоретична значущість дослідження полягає в уточненні змістового наповнення поняття критичного мислення в контексті розв’язування завдань алгебри, а також у визначенні тих елементів математичного мислення, які є

особливо важливими для правильного застосування властивостей показникових і логарифмічних функцій.

Практична значущість полягає у можливості використання отриманих результатів під час побудови уроків, розроблення тренувальних завдань, створення дидактичних матеріалів і впровадження методичних прийомів, що сприяють усвідомленому та більш глибокому опануванню зазначених тем. Застосування таких підходів підвищує точність, логічність і самостійність мислення учнів, що є важливою передумовою якісної математичної підготовки у старших класах.

1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ РОЗВИТКУ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ СТАРШОЇ ШКОЛИ ПРИ ВИВЧЕННІ ТЕМИ «ПОКАЗНИКОВІ ТА ЛОГАРИФМІЧНІ РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ»

1.1 Сутність, риси, особливості формування критичного мислення в учнів

Залежно від змістовного наповнення, характеру завдань і рівня інтелектуальної новизни, мислення класифікують на окремі типи. Серед них виокремлюють: наочно-образне, конкретно-дієве, абстрактне, теоретичне, практичне, творче, репродуктивне, критичне тощо [15].

Попри те, що критичне мислення вважається окремим видом розумової активності, в окремих випадках психологи, педагоги та науковці трактують його як об’єднання аналітичного, логічного, творчого та інших типів мислення. Наприклад, аналізуючи літературу, присвячену критичному мисленню, можна помітити, що ряд авторів вживає розширене формулювання цього поняття. Зокрема, у публікації Сугробової Ю. Ю. та Карпової І. Д. 2012 року під назвою «Формування критичного мислення – інноваційна педагогічна технологія» використано термін «аналітичне критичне мислення» [21].

Подібну інтерпретацію зустрічаємо й у навчальному посібнику «Основи критичного мислення» для учнів 10(11) класів загальноосвітніх навчальних закладів, авторами якого є Пометун О. І., Пилипчатіна Л. М., Сущенко І. М. і Баранова І. О. Це видання було опубліковане двічі – у 2010 та 2016 роках [22].

Інколи критичне мислення визначається як «спрямоване» або «цілеспрямоване», адже його головне завдання – досягнення певного результату. Сучасний український дослідник Тягло О. В., автор посібника «Критичне мислення», називає його «удосконаленою формою сучасної логіки».

Деякі науковці, зокрема Нищета В. А., наголошують на понятті «критичного творчого мислення», яке охоплює здатність особистості критично аналізувати проблеми, творчо підходити до пошуку рішень та робити вибір серед альтернатив. Авторка зазначає: «Індивід із розвиненим мисленням вищого рівня володіє гнучкістю, вмінням виявляти протиріччя, використовує широкий спектр когнітивних стратегій, здатен генерувати нестандартні ідеї» [6].

Таким чином, розглядаючи різні підходи до трактування критичного мислення, варто уточнити, чим воно принципово відрізняється від мислення загального характеру. Для цього доцільно порівняти їх основні характеристики (див. таблицю 1.1).

Таблиця 1.1 – Порівняльна характеристика рис традиційного та критичного мислення

Традиційне мислення	**Критичне мислення**
Припущення на інтуїтивному рівні	Обґрунтовані судження
Поспішні висновки без аналізу	Продумані та виважені оцінки
Прийняття інформації без сумнівів	Використання гіпотез
Суб’єктивність, емоційна заангажованість	Об’єктивність та нейтральність
Узагальнені та банальні твердження	Оцінка значущості фактів
Відсутність відповідності дійсності	Співвіднесення з реальністю
Частковість інформації	Повноцінність аргументації
Нечіткість формулювань	Точність і конкретність
Вагання та розмитість	Однозначність висновків
Помилкові міркування	Ретельна перевірка
Невиразність думок	Ясність і чіткість
Поверхове осмислення	Глибоке аналізування
Логічна непослідовність	Послідовність та узгодженість
Асоціативне поєднання понять	Орієнтація на загальні закономірності
Необґрунтовані висновки	Логічно побудовані судження
Розрізнені, непов’язані аргументи	Структурованість та логіка аргументації

В межах сучасної педагогіки, зокрема у концепції розвивального навчання, критичне мислення, окрім уже зазначених характеристик, має ще низку відмінних рис, які відображають його глибину та ефективність. Серед них особливу увагу варто приділити: аналітичності, логічності, асоціативності, системності та самостійності.

Аналітичність – здатність аналізувати, порівнювати та співставляти факти і явища. Саме ця риса дозволяє критичному мисленню ґрунтуватися на обґрунтованих доказах, розглядати альтернативні точки зору та висувати контраргументи.

Логічність полягає в послідовному вибудовуванні міркувань. Вона забезпечує цілісність розумових процесів, дозволяє аргументовано розв’язувати проблеми, дотримуючись внутрішньої логіки думки.

Асоціативність – це вміння встановлювати зв’язки між новими знаннями та вже засвоєною інформацією. Такі асоціації можуть базуватися на аналогіях, контрастах або подібності, що значно збагачує мислення.

Системність означає здатність бачити проблему в її багатовимірному контексті, включаючи всі складові та взаємозв’язки. Такий підхід дозволяє ефективно доповнювати відсутні елементи логічного ланцюга та робити правильні висновки навіть за умов браку повної інформації [31].

Самостійність мислення – це здатність самостійно формулювати нові питання, висувати проблеми та шукати шляхи їх вирішення без зовнішнього впливу.

Окремо варто акцентувати, що критичне мислення є вищим рівнем самостійності розумової діяльності. Воно завжди має індивідуальний характер. Людина, яка володіє критичним мисленням, не просто відтворює чужі судження, а формує власні переконання та висновки. Водночас така особистість готова прийняти думку іншої людини – лише тоді, коли її аргументи дійсно переконливі. І приймає вона їх не під зовнішнім тиском, а керуючись власними критеріями істинності.

Технологія розвитку критичного мислення належить до сучасних інноваційних педагогічних практик, які сприяють переходу до нового формату освіти – гуманістично-орієнтованої та інноваційної. Основний акцент у цьому випадку переноситься з традиційної передачі знань на процес їх активного засвоєння, осмислення та перетворення учнями в особистісно значущі компетентності.

Варто зазначити, що навички критичного мислення не формуються автоматично. Їх розвиток потребує цілеспрямованого педагогічного підходу та належної організації освітнього процесу. При впровадженні системної роботи з використанням методик критичного мислення в умовах загальноосвітньої школи, учні поступово оволодівають цією технологією не лише як способом навчання, але й як інструментом для самостійного здобуття знань, оцінювання інформації та використання набутих знань у повсякденному житті. Саме завдяки цим процесам пізнавальна діяльність учнів набуває індивідуального, усвідомленого та продуктивного характеру [16].

Під критичним мисленням слід розуміти такий ментальний процес, у якому першим етапом є ознайомлення з інформацією, а завершальним – ухвалення обґрунтованого рішення. Особа, яка вміє самостійно аналізувати дані, помічати логічні похибки як у власному, так і в чужому мисленні, аргументовано захищати свою точку зору і при цьому визнавати помилки – демонструє навички критичного мислення.

Педагогічна технологія розвитку критичного мислення передбачає використання широкого спектру методів і прийомів, орієнтованих на активізацію дослідницького, пізнавального та творчого потенціалу учнів. Ця система допомагає учням осмислено засвоювати навчальний матеріал, узагальнювати знання та формувати особистісно значущі висновки.

Критичне мислення школярів проявляється через низку характерних ознак, кожна з яких має власне смислове наповнення:

а) самостійність у мисленні та незалежність суджень передбачає:
   1) прагнення до особистого аналізу навчального матеріалу;
   2) активне висловлювання власної точки зору під час уроків;
   3) готовність не погоджуватися з думкою більшості чи вчителя без страху висловити незгоду;

б) спротив навіюванню зовнішніх думок і шаблонних суджень включає:
   1) здатність розпізнавати хибні судження однолітків;
   2) вміння аргументовано відстоювати власну позицію;
   3) зацікавленість у розумінні причин висловлених тверджень чи вимог;

в) саморефлексія та критичність до власних суджень означає:
   1) усвідомлення та визнання власних помилок;
   2) здатність адекватно оцінити рівень засвоєного матеріалу;
   3) уважне сприймання конструктивної критики від вчителя чиодноклассників [5];

г) пошуково-дослідницька установка в мисленні характеризується:
   1) сумнівом щодо «єдиноправильних» відповідей;
   2) прагненням самостійно перевірити істинність інформації;
   3) активністю у пошуку більш ефективних чи нестандартних способів розв’язання навчальних завдань;

д) здатність до діалогу та співпраці в освітньому процесі виявляється через:
   1) логічне й аргументоване формулювання власних думок;
   2) повагу до альтернативних точок зору;
   3) вміння працювати в команді з метою досягнення спільного результату.

Розвиток критичного мислення є складним і багатовимірним процесом. Він тісно пов’язаний не лише з освітньою діяльністю учнів, а й із загальним формуванням їхньої особистості, здатної до рефлексії, аналізу та

усвідомленого прийняття рішень. Візуалізоване представлення ключових характеристик критичного мислення наведено на рисунку 1.1.

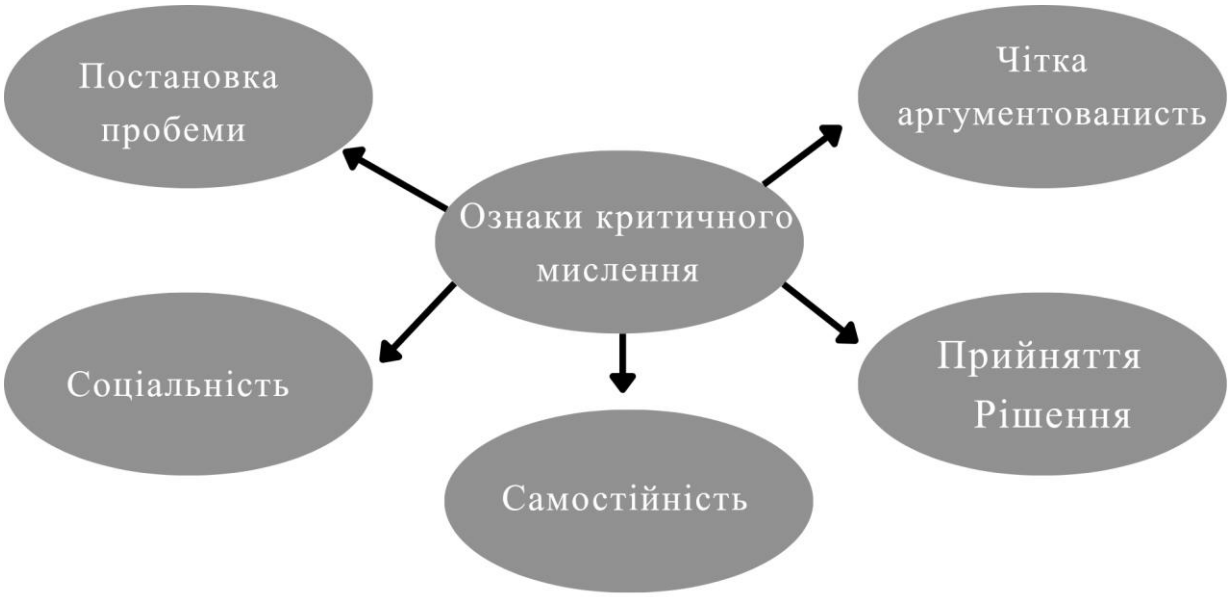


Рисунок 1.1 – Ознаки критичного мислення

У сучасному світі здатність аналізувати, фільтрувати інформацію та перевіряти її на правдивість і актуальність є невід'ємною складовою життєвої компетентності людини. Саме розвиток критичного мислення формує в учнів навички, які необхідні не лише для успішного навчання, а й для подальшої побудови логічних міркувань, прийняття обґрунтованих рішень та адаптації до швидкозмінного інформаційного простору.

Учитель, який активно впроваджує технології критичного мислення у навчальний процес, спрямовує своїх учнів на осмислення знань через постановку запитань. Зокрема, учні вчаться рефлексувати й аналізувати матеріал за допомогою таких формулювань [7]:

а) яка моя власна думка щодо цього питання?

б) як нові знання співвідносяться з тим, що я вже знаю?

в) що я можу змінити у власному підході після опрацювання нової інформації?

г) яким чином нова інформація може вплинути на прийняті мною рішення?

Навчити учнів правильно формулювати запитання – завдання не з легких. Педагогу необхідно не лише досконало володіти методикою, але й розуміти, які саме питання доцільно ставити у конкретній ситуації, кому з учнів їх адресувати та якою має бути їх форма. Щоб технологія критичного мислення сприяла формуванню креативної особистості у молодших школярів, вчитель повинен орієнтуватися в основних рисах критичного стилю мислення учнів, а саме [17]:

а) впевнене володіння навчальним матеріалом, а також здатність аналізувати і оцінювати рівень достовірності інформації;

б) відкритість до нестандартного підходу у вирішенні завдань, гнучкість мислення;

в) готовність до конструктивної взаємодії, вміння відстоювати власну думку й за потреби змінювати її, опираючись на аргументи;

г) самоаналіз сформованих умінь та навичок, що дозволяє учневі усвідомлено будувати траєкторію свого розвитку;

д) рефлексивне ставлення до освітнього процесу, що передбачає осмислення власного шляху навчання в контексті підготовки до майбутньої професії.

Педагог має глибоко розуміти послідовність етапів критичного мислення та прогнозувати поведінку учнів на кожному з них. Це дозволяє ефективніше керувати навчальним процесом і сприяти формуванню мислячої, активної та самостійної особистості. Ключові стадії реалізації технології критичного мислення у навчальному процесі представлено в таблиці 1.2.

Таблиця 1.2 – Послідовність етапів критичного мислення та відповідна діяльність учнів

№ з/п	**Етап критичного мислення**	**Діяльність учнів**
1.	Ознайомлення з новим матеріалом	Учні досліджують тему, намагаючись зрозуміти її суть та ключові поняття.
2.	Аналіз альтернативних позицій	Порівнюють різні думки, вивчають кілька підходів до розуміння інформації.
3.	Формування власної позиції	Учень висловлює особисту точку зору, узагальнює власне бачення.
4.	Аргументація своєї думки	Учні обґрунтовують свої висновки за допомогою переконливих доказів.
5.	Прийняття рішення на основі фактів	Учні чітко формулюють свою позицію, аргументовано її захищають.

Варто врахувати, що впровадження технології розвитку критичного мислення не дає миттєвого результату. Неможливо навчити дитину критично мислити вже на першому уроці – цей процес вимагає системної, наполегливої роботи та педагогічного супроводу, яка здійснюється поступово, з уроку в урок. Формування критичного мислення – це складний, багатокомпонентний процес, який вимагає створення відповідних умов [4]. До таких умов належать:

а) надання часу для знайомства з різними поглядами, їх обговорення та аналіз;

б) можливість самостійно фіксувати гіпотези, аналізувати їх достовірність;

в) створення відкритої атмосфери, у якій допускається різноманітність думок;

г) залучення учнів до обговорення, розвиток відповідальності за власну позицію;

д) виховання поваги до інших поглядів і думок [32].

Крім того, структура заняття, на якому застосовуються елементи критичного мислення, зазвичай включає три ключові етапи: актуалізація,

осмислення та рефлексія. У практиці окремих педагогів також зустрічаються додаткові компоненти, такі як мотиваційна розминка та обґрунтування цілей навчання, що візуалізовано на рисунку 1.2.



Рисунок 1.2 – Структура уроку з елементами технології розвитку критичного мислення

На початковому етапі – актуалізації – вчитель зосереджує увагу на розвитку пізнавальних здібностей школярів: мислення, пам’яті, уваги, уяви, а також комунікативних навичок. Тут же формується проблемне запитання, що потребує осмислення, організовується колективне обговорення цілей уроку, формуються перші припущення.

Під час етапу усвідомлення учні безпосередньо знайомляться з новою інформацією: слухають, читають, проводять практичні дослідження або виконують спостереження, активно працюють з матеріалом [23].

Завершальним є етап рефлексії, коли школярі висловлюють власні думки щодо отриманих знань, обговорюють нову інформацію в колективі, формують та уточнюють власне розуміння, активізують мовлення, поповнюють словниковий запас. У процесі обміну ідеями відбувається глибше осмислення та засвоєння матеріалу.

Основні складові уроку, побудованого за технологією критичного мислення, включають:

а) розминку – створення доброзичливої атмосфери, налаштування на продуктивну роботу;

б) окреслення цілей – формулювання теми й мети заняття, стимулювання зацікавленості до вивчення нового матеріалу;

в) актуалізацію – виклик інтересу, нагадування попередніх знань, що стануть у пригоді на уроці;

г) осмислення змісту – робота з новими фактами, їх аналіз, критичне переосмислення, співвіднесення з власним досвідом;

д) рефлексію – центральний момент, на якому учні:

1) осмислюють і переробляють отримані знання;

2) запам'ятовують матеріал через його осмислення;

3) активно дискутують;

4) вдосконалюють мовлення;

5) формують власні судження;

5) обирають найбільш обґрунтовану точку зору [14].

Щоб критичне мислення стало ефективним інструментом навчання, учень має розвивати в собі низку інтелектуальних і особистісних якостей. На думку Д. Халперн, до таких належать:

а) організованість мислення – здатність структурувати думки, впорядковувати міркування, вибудовувати логічну послідовність. Це – ознака впевненості в процесі мислення;

б) гнучкість розуму – вміння відкрито сприймати альтернативні ідеї. Людина, яка не слухає інших, не здатна породжувати власні ідеї.

Гнучкість дозволяє відкласти поспішні судження, доки не буде зібрана достатня інформація;

в) наполегливість у досягненні мети – вміння долати інтелектуальні труднощі без відкладення вирішення на потім. Розвиваючи розумову витримку, учень підвищує якість навчальних досягнень;

г) самокритичність – готовність визнавати власні помилки й використовувати їх як ресурс для подальшого навчання;

д) рефлексивність – здатність аналізувати власні дії та думки в процесі розумової діяльності, контролювати логіку міркувань;

е) вміння знаходити компроміси – необхідність формулювати такі рішення, які будуть прийнятні не лише особисто, а й для інших учасників спілкування чи навчального процесу [30].

Критичне мислення формується не через відтворення готових відповідей, а через постановку запитань та пошук рішень. Його мета – навчити школярів осмислено досліджувати інформацію, ставити перед собою проблеми і поступово знаходити на них відповіді [18].

Отже, формування критичного мислення у школярів означає навчити їх самостійно ставити питання, аналізувати ситуацію, робити обґрунтовані висновки та шукати ефективні рішення. І для того, щоб кожен учень мав змогу реалізувати свій потенціал, необхідно забезпечити мудре педагогічне керівництво та сприятливе навчальне середовище.

1.2 Психолого-педагогічні умови розвитку критичного мислення в процесі навчання математики

Сучасна освітня система перебуває в стані постійного оновлення та трансформації. Основною метою навчального процесу сьогодні є не лише передача знань, а й формування у здобувачів освіти здатності до самостійного мислення, аналізу, оцінки інформації, прийняття обґрунтованих рішень.

Особливо актуальною ця мета стає у контексті вивчення математики – навчальної дисципліни, що безпосередньо пов’язана з логікою, аналізом, синтезом, доказами та точністю суджень. Саме тому питання розвитку критичного мислення в процесі навчання математики набуває особливого значення. Ефективність цього процесу багато в чому залежить від дотримання певних психолого-педагогічних умов, які забезпечують комфортне, мотивуюче і продуктивне середовище для розумового зростання учнів [8].

Передусім варто зазначити, що критичне мислення не виникає стихійно, воно потребує цілеспрямованої та систематичної педагогічної діяльності, яка враховує психологічні особливості учнів. Однією з основних умов є створення позитивного психологічного клімату в навчальному середовищі. Коли учень не боїться висловлювати свої думки, помилятися, дискутувати, відстоювати власну позицію – саме тоді він має змогу тренувати критичне мислення. Учитель у такому випадку виступає не лише як носій знань, а як консультант, координатор пізнавального процесу. Його завдання – створити простір, де кожна дитина відчуває себе безпечною, впевненою і вмотивованою до роздумів [13].

Іншою надзвичайно важливою умовою є побудова навчання на основі проблемного підходу. Математика як наука базується на постановці задач, пошуку рішень, аналізі припущень і перевірці результатів. Саме тому вчитель математики повинен активно використовувати проблемні ситуації, які стимулюють учнів до висування гіпотез, до аргументації та оцінювання варіантів розв’язання. При цьому завдання мають бути не лише стандартними, а й відкритими, тобто такими, що допускають кілька способів або варіантів рішень. Це змушує учнів самостійно обирати шлях, аналізувати, помилятися і виправлятися, що є сутністю критичного мислення [24].

Важливим психолого-педагогічним фактором розвитку мислення є мотиваційний компонент навчального процесу. Учень має бачити практичну цінність математичних знань. Якщо вчитель вміло демонструє зв’язок навчального матеріалу з реальним життям, прикладами з повсякденності, то

зацікавленість і залученість учнів зростає. Наприклад, задачі з використанням даних статистики, приклади розв’язання життєвих проблем за допомогою формул чи обчислень формують у школярів розуміння значущості мислення, логіки та аналізу. Учні, які усвідомлюють, для чого їм знання, значно охочіше долучаються до складних інтелектуальних процесів [3].

Наприклад, під час вивчення теми, пов’язаної з логарифмами, вчитель пропонує учням проаналізувати реальні дані про зростання кількості користувачів соціальних мереж або мобільних додатків за останні роки. Учні працюють із графіками та таблицями, вчаться визначати, яким чином логарифмічні функції описують уповільнення темпів зростання після стрімкого старту. Ще один приклад – задача, в якій потрібно розрахувати приблизну гучність звуку в децибелах на основі логарифмічної шкали, щоб визначити, наскільки безпечним є певний рівень шуму в повсякденному житті (наприклад, у навушниках чи на вулиці). Такий підхід дає змогу учням побачити, що математичні поняття не є абстракцією, а активно застосовуються в реальних ситуаціях, які їх безпосередньо стосуються. У результаті школярі починають краще розуміти, навіщо їм потрібні ці знання, і з більшою мотивацією беруть участь у розв’язанні задач, що, в свою чергу, стимулює розвиток їхнього критичного мислення.

Також слід зазначити, що для розвитку критичного мислення надзвичайно важливою є організація навчального діалогу. Учні мають не просто слухати вчителя або виконувати вправи за зразком, а брати активну участь у дискусіях, висловлювати аргументи, запитувати, обговорювати різні точки зору. У процесі такого діалогу формується здатність бачити проблему з різних ракурсів, аналізувати не лише зміст завдання, а й логіку міркувань інших. Групова робота, взаємооцінювання, спільне обговорення розв’язків задач – усе це сприяє розвитку вміння критично осмислювати інформацію, порівнювати, формулювати власні висновки.

Ще однією важливою умовою є етапність та системність у формуванні мислення. Як свідчить педагогічна практика, критичне мислення не

розвивається одномоментно – воно потребує тривалої, систематичної роботи. Важливо, щоб на кожному уроці математики використовувалися завдання, які потребують аналітичного підходу, порівняння, доказу. Крім того, учитель повинен відслідковувати динаміку розумового розвитку кожного учня, добирати індивідуальні або диференційовані завдання, враховуючи темп засвоєння та рівень мислення [9].

Суттєвим компонентом розвитку критичного мислення є рефлексія. Учень повинен мати змогу не лише вирішити задачу, а й пояснити, чому він діяв саме так, який шлях обрав, які помилки допустив. Рефлексія допомагає осмислити власну діяльність, вчить робити висновки, змінювати стратегії розв’язання, удосконалювати підходи до навчання. Педагог повинен регулярно включати в уроки елементи самоспостереження, самооцінки, аналізу виконаного.

До психолого-педагогічних умов також відноситься використання технологій критичного мислення, таких як метод «Таблиця ЗХД», інтелект-карти, дебати, кейс-методи, евристичні бесіди. У математиці вони можуть бути адаптовані до логіки предмета, наприклад, через «ланцюжки міркувань», обґрунтування тверджень, побудову логічних схем.

Ще одним важливим чинником є роль учителя як наставника і модератора. Він має володіти методиками розвитку мислення, сам бути прикладом логічного, критичного підходу, вміти аргументувати, ставити питання, керувати пізнавальною діяльністю. Учитель, який самостійно не мислить критично, не зможе сформувати такі навички в учнів. Тому важливим є і безперервний професійний розвиток педагогів, підвищення їх психолого-педагогічної, методичної і комунікативної компетентності [19].

Прикладом ефективної реалізації ролі вчителя як наставника може слугувати урок, на якому учитель математики не просто демонструє готовий спосіб розв’язання логарифмічного рівняння, а навмисно ставить перед класом запитання, які спонукають до сумніву та аналізу. Наприклад, він пропонує два різні шляхи розв’язання однієї й тієї ж задачі, але в одному з них міститься

помилка. Завдання учнів – виявити цю помилку, пояснити, чому вона виникла, і як вплинула на результат. Під час обговорення учитель не нав’язує свою думку, а ставить уточнюючі запитання, підштовхує учнів до самостійних висновків, модерує дискусію, забезпечуючи безпечне середовище для вільного висловлення думок. Він не боїться визнати власну помилку або допустити, що хтось із учнів може запропонувати ефективніше рішення. Така позиція педагога як партнера у пізнанні формує довіру, стимулює критичне ставлення до інформації та власних суджень, а також демонструє, як дорослий, досвідчений фахівець може мислити критично й відкрито. Це не лише сприяє розвитку мислення в учнів, а й мотивує їх наслідувати та розвивати подібні навички.

Таким чином, ефективне формування критичного мислення в процесі навчання математики можливе лише за умови комплексного дотримання низки психолого-педагогічних чинників. Серед них: створення безпечного та мотивуючого середовища, організація проблемно-пошукової діяльності, стимулювання навчального діалогу, залучення учнів до рефлексії, використання технологій розвитку мислення та підтримка активної позиції самого вчителя. Впровадження цих умов у навчальну практику сприяє тому, що учні не лише засвоюють математичний матеріал, а й набувають цінні для життя навички критичного мислення – аналізу, оцінки, обґрунтування, прийняття рішень, що є основою формування успішної, мислячої особистості в сучасному суспільстві.

1.3 Можливості розвитку критичного мислення при вивченні показникових та логарифмічних рівнянь і нерівностей

Критичне мислення можна визначити як здатність оцінювати інформацію, аналізувати аргументи, формулювати власні висновки та робити обґрунтовані рішення. У контексті математики воно проявляється у:

а) аналізі умов задачі – виявлення ключових елементів, прихованих залежностей, необхідних для вибору методів розв’язання;

б) порівнянні різних підходів – оцінка ефективності кожного способу розв’язання;

в) перевірці правильності та адекватності результату – контроль на всіх етапах розв’язання.

Критичне мислення є однією з ключових компетенцій сучасного учня, оскільки воно забезпечує здатність аналізувати, оцінювати та синтезувати інформацію, робити обґрунтовані висновки і приймати рішення на основі логіки та доказів. У процесі вивчення математики критичне мислення проявляється не лише у правильності виконання обчислень, а й у здатності вибирати оптимальний метод розв’язання задач, аналізувати структуру задачі, оцінювати її умови, робити висновки на основі доказів і перевіряти правильність результату. Особливо важливим і сприятливим середовищем для формування критичного мислення є тема «Показникові та логарифмічні рівняння і нерівності», оскільки вона поєднує в собі алгебраїчні навички, логічне мислення та аналіз області визначення функцій. Ця тема є складною для учнів старших класів, оскільки потребує одночасного використання кількох математичних прийомів, планування послідовності дій і перевірки адекватності отриманих результатів. Вивчення показникових рівнянь, логарифмічних рівнянь та нерівностей стимулює учнів до аналітичного мислення, формує здатність до логічних міркувань, аналізу можливих помилок і перевірки власних результатів.

Показникові рівняння, наприклад, вигляду $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, де $a > 0$ і $a \neq 1$, вимагають від учнів уміння розпізнавати закономірності та перетворювати рівняння до зручної форми для порівняння показників. Наприклад, рівняння $3^{2x-1} = 9^{x+1}$ змушує учнів помітити, що $9 = 3^2$, і перетворити рівняння до вигляду $3^{2x-1} = 3^{2x+2}$. Далі, порівнюючи показники, вони отримують протиріччя $2x + 1 = 2x + 2$, що дозволяє зробити висновок про відсутність розв’язків. Такий аналіз допомагає учням розвивати здатність до логічного

мислення, перевірки власних висновків і аргументації кожного кроку. Логарифмічні рівняння, наприклад, $log_3(x^2 - 4) \leq 2$, потребують одночасного аналізу області визначення функції та розв'язання нерівності. Учні повинні визначити, що $x^2 - 4 > 0$, тобто $x < -2$ або $x > 2$, а далі перетворити нерівність на $x^2 \leq 13$ і об'єднати отриманий результат з областю визначення, отримавши множину розв'язків $2 < x \leq \sqrt{13}$ або $-\sqrt{13} \leq x < -2$. Цей процес вчить учнів аналізувати умови задачі, перевіряти правильність кроків та робити обґрунтовані висновки.

Критичне мислення розвивається також через порівняння різних методів розв'язання. Наприклад, нерівність $log_2(x - 3) < 4$ можна розв'язати алгебраїчно, визначивши, що $x - 3 < 16$ і $x > 3$, отримавши розв'язок $3 < x < 19$, або графічно, побудувавши графік функції $y = log_2(x - 3)$ і прямої $y = 4$ та визначивши область перетину. Учні аналізують переваги та недоліки кожного методу, оцінюють їх ефективність, що формує аналітичне мислення та здатність робити вибір на основі логіки. Використання графічного аналізу є надзвичайно важливим для розуміння показникових та логарифмічних нерівностей. Наприклад, нерівність $2^x > x^2$ легше зрозуміти, якщо побудувати графіки $y = 2^x$ і $y = x^2$ та визначити області перетину, що дозволяє учням візуально аналізувати поведінку функцій і робити обґрунтовані висновки про множину розв'язків.

Дискусії та аргументація також сприяють розвитку критичного мислення. При розв'язанні логарифмічного рівняння $log_5(x + 1) + log_5(x - 1) = 1$ учні повинні пояснити кожен крок, наприклад, що $log_5((x + 1)(x - 1)) = 1$ і відповідно $(x + 1)(x - 1) = 5$. Учні обговорюють різні методи розв'язання, порівнюють результати і обирають найбільш ефективний підхід. Така практика формує навички логічного мислення, вміння аргументувати свої дії та комунікативні навички. Важливим елементом формування критичного мислення є також робота з помилками. Наприклад, рівняння $log_2(-x) = 3$ не має розв'язків, оскільки аргумент логарифма повинен бути додатним. Аналіз подібних помилок навчає учнів критично оцінювати власні

дії, перевіряти логіку кожного кроку і виявляти протиріччя, що підвищує точність мислення та уважність.

Практика показує, що для ефективного формування критичного мислення у процесі вивчення показникових та логарифмічних рівнянь і нерівностей необхідно використовувати комплексний підхід, який поєднує проблемні та нестандартні завдання, графічний аналіз, дискусії, роботу з помилками та порівняння різних методів розв'язання. Наприклад, завдання $log_3(x^2 - 4) \leq 2$ розвиває навички роботи з областю визначення функції і комплексного аналізу умов нерівності. Показникові нерівності вимагають логічного перетворення у квадратне рівняння та перевірки коренів. Обговорення завдань типу $log_2(x - 1) + log_2(2 - x) = 0$ навчає учнів аналізувати обмеження функцій і виявляти протиріччя, що формує глибоке розуміння математичних закономірностей. Показникове рівняння $\left(\frac{1}{2}\right)^x - 2 = 9$ стимулює аналіз зміни знака підстави та логічне мислення, а також розвиває навички аргументації.

Організація уроку відіграє важливу роль у формуванні критичного мислення. Важливо дотримуватися поступовості навчання, починаючи з простих показникових рівнянь і поступово переходячи до складних логарифмічних нерівностей, активно залучати учнів до роботи в парах і групах, використовувати реальні приклади з фінансової або наукової сфери, контролювати рефлексію учнів, щоб вони пояснювали вибір методу і перевіряли правильність отриманих результатів, а також застосовувати інтерактивні методи, такі як дискусії, мозкові штурми та ігрові ситуації з логічними протиріччями. Реальні спостереження та дослідження методистів показують, що систематичне використання проблемних завдань, графічного аналізу, дискусій і роботи з помилками значно підвищує рівень критичного мислення учнів, робить навчальний процес більш інтерактивним і результативним, сприяє глибокому розумінню математичних закономірностей

і розвитку аналітичних навичок, що є необхідними для успішного навчання та подальшого професійного зростання.

Таким чином, формування критичного мислення при вивченні показникових та логарифмічних рівнянь і нерівностей забезпечується комплексним поєднанням проблемних завдань, аналізу різних методів розв’язання, графічного аналізу, дискусій, роботи з помилками та активного залучення учнів у процес навчання. Учні навчаються аналізувати умови задач, оцінювати ефективність обраного методу, робити обґрунтовані висновки, перевіряти правильність результатів, аргументувати власні дії та виявляти логічні протиріччя, що в кінцевому результаті формує глибокі математичні компетенції та розвиває критичне мислення, яке є важливою складовою сучасної освіти.

2 МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ ОРГАНІЗАЦІЇ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

2.1 Методика впровадження елементів критичного мислення на уроках математики

Сучасний урок математики вже давно вийшов за межі традиційної схеми «вчитель пояснює – учень слухає». Щоб зробити навчання ефективним, потрібен перехід до таких форм організації пізнавальної діяльності, які сприяють самостійному осмисленню інформації, формуванню власної позиції, аналізу, порівнянню та оцінці – іншими словами, розвитку критичного мислення. Методика впровадження елементів критичного мислення в процес навчання математики передбачає системний, послідовний підхід, який інтегрує ці навички у структуру кожного етапу уроку [34].

Перший крок – створення психологічно комфортного освітнього середовища, в якому учень не боїться помилятися, висловлювати власну думку, ставити запитання. Це надзвичайно важливий етап, адже саме емоційна безпека дозволяє розкрити інтелектуальний потенціал школяра. Учитель має організувати таке середовище, де цінується не лише правильна відповідь, а й хід міркувань, спроба знайти альтернативу, логічна аргументація. Атмосфера підтримки й довіри формує готовність учнів брати участь у відкритих обговореннях, аналізувати помилки, висловлювати припущення.

Другий елемент методики – постановка проблемного запитання або створення проблемної ситуації. Замість подачі готового правила чи формули учитель формулює задачу або приклад, у якому необхідно знайти кілька варіантів рішення, зважити можливі підходи, висунути припущення. Наприклад, при вивченні нової теми не дається однозначне пояснення, а натомість створюється ситуація, яка стимулює мислення – учні мають дослідити, припустити, перевірити. Такий підхід активізує когнітивну

діяльність, заохочує до самостійного пошуку знань, створює мотивацію до навчання. Наступний компонент методики – активна діяльність учнів із використанням методів розвитку критичного мислення. До таких методів можна віднести аналіз ситуацій, порівняння методів розв'язання, групове обговорення, самостійне формулювання висновків. Учням пропонується не лише розв'язати задачу, а й аргументувати свій вибір методу, порівняти його з іншими варіантами, оцінити ефективність. Крім того, на цьому етапі доцільно використовувати такі прийоми як «мозковий штурм», робота з діаграмами, таблицями, побудова логічних ланцюжків – усе це сприяє формуванню навичок логічного мислення, уважності до деталей, аналізу структури математичних об'єктів [28].

Не менш важливою є рефлексійна частина уроку, яка полягає в аналізі виконаної роботи, обговоренні результатів, виявленні сильних і слабких сторін запропонованих рішень. Учитель спонукає учнів не лише дати відповідь, а й пояснити хід розв'язання, оцінити його правильність, звернути увагу на помилки, знайти способи їх уникнення в майбутньому. Такі обговорення сприяють усвідомленню учнями цінності процесу мислення, формуванню відповідальності за власне навчання, а також розвитку вміння конструктивно сприймати зауваження. Учні мають здобувати знання не шляхом пасивного запам'ятовування, а через активне включення в пізнавальний процес, дослідження і самостійне відкриття закономірностей. Зміст сучасного уроку математики має орієнтуватися на активне, особистісно значуще навчання, у якому пріоритет надається взаємодії, співпраці та діалогу. Учитель у цьому процесі виконує роль координатора, наставника, який підтримує учня в процесі пошуку рішень та допомагає розвивати аналітичне і критичне мислення. Для досягнення таких цілей у навчанні доцільно використовувати різні методи, які можна згрупувати за етапами навчального процесу. Зокрема, методи навчання математики поділяються на кілька ключових блоків [1]:

а) методи активізації навчальної діяльності – спрямовані на залучення уваги учнів, збудження пізнавального інтересу, формування внутрішньої мотивації. До цієї групи належать методи мотивації, створення проблемної ситуації, методи стимулювання пізнавального інтересу;

б) методи подання нового матеріалу – використовуються на етапі ознайомлення з новими поняттями або способами дій. Тут можуть застосовуватись різноманітні підходи: метод постановки навчальних задач, індуктивний підхід від конкретного до загального, дедуктивний – від загального до конкретного, евристичне викладання через спрямовані запитання, дослідницький підхід, що базується на експериментах та відкриттях;

в) методи закріплення знань – передбачають повторення, систематизацію і вправляння в застосуванні нового матеріалу. До них належать метод супровідного закріплення, повторення, а також систематичне виконання вправ;

г) методи навчання розв’язування задач – орієнтовані на розвиток умінь і навичок аналізу задач і формування стратегій вирішення. До них відносять метод наслідування, метод проб і помилок, евристичні підказки, поступове ускладнення задач [29].

Ефективне поєднання вказаних методів із елементами технології критичного мислення дає змогу трансформувати традиційний урок у динамічний, пізнавально насичений процес (див. табл. 2.1). Зокрема, велике значення має впровадження трифазової моделі уроку критичного мислення, яка включає три етапи: виклик, осмислення, рефлексія.

Інтеграція методів критичного мислення в процес навчання математики сприяє формуванню всебічно розвиненої особистості, здатної самостійно орієнтуватися в складному інформаційному середовищі, приймати обґрунтовані рішення та відповідати за власні висновки.

Таблиця 2.1– Методи навчання математики

Структура уроку критичного мислення	**Методи навчання математики** Збудження інтересу Мотивації Проблемних ситуацій Доцільних задач Стимулювання Конкретно-індуктивний
Фаза актуалізації	**Методи критичного мислення** Швидке письмо Семантична карта Ходимо навколо, говоримо навколо Обміркуйте – Об’єднайтесь у пари – Обміняйтесь думками
Фаза побудови знань	**Методи навчання математики** Заучування Конкретно-індуктивний Абстрактно-дедуктивний Сократичний Евристичний Дослідницький Проскриптивний Інскриптивний Супровідного закріплення Наслідування Спроб та помилок
	Методи критичного мислення «Знаю – Хочу дізнатися – Дізнався» Схема Венна Семантичний аналіз ознак
Фаза консолідації	**Методи навчання математики** Вправ, повторення Поступового ускладнення Евристичних наставлянь
	Методи критичного мислення Нова проблема Семантична карта

Сучасний урок математики уже давно вийшов за межі традиційної схеми «вчитель пояснює – учень слухає». Щоб зробити навчання ефективним, необхідно перейти до таких форм організації пізнавальної діяльності, які стимулюють самостійне осмислення інформації, формування власної позиції, аналіз, порівняння та оцінку − тобто розвиток критичного мислення. Методика впровадження елементів критичного мислення передбачає системний і послідовний підхід, який інтегрує ці навички у структуру кожного етапу уроку.

Перший крок – створення психологічно комфортного освітнього середовища, де учень не боїться помилятися, висловлювати власну думку та ставити запитання. Учитель організовує середовище, у якому цінується не лише правильна відповідь, а й хід міркувань, логічна аргументація та пошук альтернативних рішень. Наприклад, перед розв'язанням показникового рівняння $32x-1=9x+13^{2x-1}=9^{x+1}*32x-1=9x+1$ можна запропонувати учням обговорити, які перетворення можливі, та висловити свої гіпотези про хід розв'язання. Такий підхід формує готовність до відкритих обговорень та аналізу помилок.

Другий елемент методики – постановка проблемного запитання або створення проблемної ситуації. Замість прямого пояснення правила чи формули учитель ставить задачу, яка має кілька можливих рішень або підходів. Наприклад, при вивченні логарифмічних нерівностей можна запропонувати завдання: «Знайдіть усі x, для яких $log_2(x-3)<\frac{4}{log_2(x-3)}<4log_2(x-3)<4$, і поясніть, чому вибрано саме такий метод розв'язання». Учні обирають спосіб, перевіряють його та порівнюють з іншими можливими варіантами, що стимулює активну когнітивну діяльність і заохочує до самостійного пошуку знань.

На етапі активної діяльності доцільно використовувати методи аналізу ситуацій, порівняння методів розв'язання, групове обговорення, самостійне формулювання висновків. Наприклад, учням пропонується спочатку знайти

область визначення функції, потім використати алгебраїчний метод розв’язання, а також спробувати графічний метод на координатній площині. Після цього вони обговорюють у групах, який метод ефективніший та чому. Така практика розвиває навички логічного мислення, уважності до деталей і здатності аргументовано доводити власну точку зору.

Рефлексійна частина уроку полягає в аналізі виконаної роботи, обговоренні результатів, виявленні сильних і слабких сторін запропонованих рішень. Наприклад, після розв’язання показникових нерівностей учні обговорюють: «Що було найскладнішим? Які помилки ми припустилися при визначенні області розв’язків? Як можна уникнути цих помилок у майбутньому?» Це допомагає усвідомити цінність процесу мислення та відповідальність за власне навчання.

Практичні вправи для розвитку критичного мислення можуть включати:

а) вправа «Альтернативне рішення» – учні отримують завдання розв’язати показникове або логарифмічне рівняння, після чого мають знайти хоча б два різні способи розв’язання та обґрунтувати, який метод ефективніший;

б) вправа «Поясни колезі» – один учень розв’язує рівняння, інший слухає і задає уточнюючі питання, потім ролі змінюються. Це сприяє формуванню аргументованої мови та здатності аналізувати чужі помилки;

в) групова дискусія з проблемним завданням. Групи обговорюють можливі підходи, роблять висновки, а потім презентують рішення класу;

г) вправа «Виявлення помилки» – учням пропонується вже розв’язана задача з навмисною помилкою. Вони повинні знайти помилку, пояснити причину і запропонувати правильний варіант.

Інтеграція навчального матеріалу з життєвими ситуаціями також підвищує ефективність. Наприклад, при вивченні експоненціальних функцій можна запропонувати завдання, пов’язане з ростом населення або відсотками

на банківському рахунку. Учні не лише застосовують математичні методи, а й бачать практичну цінність знань.

Групова форма роботи дозволяє учням спільно вирішувати завдання, висловлювати і обговорювати ідеї, приймати колективні рішення. У процесі такої співпраці формується вміння вести дискусію, чути іншу здумку, аргументовано доводити власну позицію, що розвиває критичне мислення, комунікативні навички, толерантність і гнучкість мислення.

Ефективність методики зростає, якщо поєднувати психологічний комфорт, мотивацію, проблемні ситуації, активну розумову діяльність, рефлексію та інтеграцію знань у практичний контекст. Учитель стає координатором та наставником, допомагає розвивати аналітичне та критичне мислення, а учні вчаться самостійно аналізувати умови задач, обирати методи розв’язання, аргументовано оцінювати власні висновки та застосовувати знання у реальному житті.

2.2 Критерії та показники оцінювання рівня сформованості критичного мислення учнів

Оцінювання рівня сформованості критичного мислення учнів при розв’язуванні показникових та логарифмічних рівнянь і нерівностей передбачає комплексну оцінку когнітивних, рефлексивних, комунікативних та мотиваційних компонентів їх діяльності. Критичне мислення проявляється насамперед у здатності учня усвідомлено аналізувати задачі, обирати стратегію розв’язання та логічно обґрунтовувати власні рішення.

Важливим показником цього є пояснення ходу розв’язання з виділенням ключових етапів, наведення аргументів на користь обраного методу, порівняння його з альтернативними способами та виявлення логічних помилок у власних або чужих рішеннях. Одночасно оцінюється активність учня у пошуку рішень: здатність пропонувати власні гіпотези та способи їх

перевірки, застосовувати різні методи для досягнення результату та готовність експериментувати з підходами до задач.

Не менш важливим є розвиток рефлексії, що проявляється у здатності аналізувати результати власної діяльності, виявляти сильні та слабкі сторони рішень, коригувати стратегію та пропонувати способи уникнення помилок у майбутньому. Критичне мислення також включає когнітивну гнучкість – здатність адаптуватися до нових умов задачі, виділяти різні аспекти та взаємозв'язки між математичними об'єктами, комбінувати різні способи розв'язання та переглядати початкові припущення при отриманні нових даних.

Важливим аспектом є комунікативна компетентність, яка проявляється у здатності обговорювати рішення з однокласниками, аргументувати власну позицію, надавати конструктивні зауваження та враховувати думки інших. Учень має вміти формулювати власні висновки усно чи письмово, логічно обґрунтовуючи їх. Крім того, розвиток критичного мислення передбачає наявність внутрішньої мотивації та зацікавленості, що виражається у стійкому інтересі до розв'язування складних задач, прагненні глибше розуміти математичні закономірності та готовності до самостійного пошуку знань і досліджень.

Таким чином, оцінювання критичного мислення виходить за межі перевірки правильності відповідей і базується на системному аналізі процесу пізнавальної діяльності учня. Воно дозволяє не лише визначати рівень сформованості навичок аналізу, аргументації та рефлексії, але й стимулювати самостійну роботу учнів, сприяти усвідомленому та активному засвоєнню знань, а також формувати уміння приймати рішення, оцінювати альтернативи і відповідально ставитися до власного навчання.

3 АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ПЕДАГОГІЧНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

3.1 Аналіз вхідного та вихідного рівня сформованості критичного мислення

Для оцінювання ефективності розвитку критичного мислення при розв’язуванні показникових та логарифмічних рівнянь і нерівностей доцільно проводити порівняльний аналіз вхідного та вихідного рівня сформованості цих навичок у учнів. У рамках досліду учнів було розділено на дві групи: експериментальну та контрольну. Експериментальна група працювала за методикою з використанням елементів критичного мислення, що включала постановку проблемних запитань, активне обговорення різних способів розв’язання, аналіз помилок та рефлексію. Контрольна група займалася за традиційною схемою «вчитель пояснює – учень слухає», де пріоритет надавався відтворенню алгоритмів розв’язання та виконанню типових вправ.

На етапі вхідного контролю обом групам пропонувалася однакова серія завдань із показникових і логарифмічних рівнянь та нерівностей, що дозволяло визначити початковий рівень критичного мислення за кількома критеріями: усвідомленість та аргументованість мислення, самостійність у пошуку рішень, здатність до рефлексії, когнітивна гнучкість, комунікативна компетентність та внутрішня мотивація. Вхідні результати демонстрували приблизно однаковий середній рівень сформованості навичок у обох групах (див. табл. 3.1).

Після впровадження методики критичного мислення протягом навчального модуля обидві групи пройшли вихідне тестування за аналогічними завданнями (див. табл. 3.2). Очікуваним результатом було суттєве підвищення рівня критичного мислення учнів експериментальної групи, що проявлялося у більшій кількості аргументованих рішень, здатності

порівнювати різні методи та робити усвідомлені висновки. Контрольна група демонструвала покращення знань із розв’язування рівнянь, проте розвиток критичного мислення залишався на нижчому рівні через відсутність систематичної роботи над формуванням когнітивних та рефлексивних умінь.

Таблиця 3.1 – Вхідний рівень сформованості критичного мислення учнів (середній бал за критеріями, за 10-бальною шкалою)

Критерій	**Експериментальна група**	**Контрольна група**
Усвідомленість та аргументованість мислення	5,2	5,1
Самостійність у пошуку рішень	4,8	4,9
Рефлексія та оцінка результатів	5,0	5,1
Когнітивна гнучкість	4,7	4,8
Комунікативна компетентність	5,1	5,0
Мотивація та зацікавленість	5,3	5,2

Таблиця 3.2 – Вихідний рівень сформованості критичного мислення учнів (середній бал за критеріями, за 10-бальною шкалою)

Критерій	**Експериментальна група**	**Контрольна група**
Усвідомленість та аргументованість мислення	8,1	6,0
Самостійність у пошуку рішень	7,9	5,8
Рефлексія та оцінка результатів	8,0	6,1
Когнітивна гнучкість	7,8	5,7
Комунікативна компетентність	8,2	6,0
Мотивація та зацікавленість	8,3	6,2

Таким чином, аналіз вхідного та вихідного рівня сформованості критичного мислення показав ефективність інтеграції елементів критичного мислення в процес навчання математики. Учні експериментальної групи продемонстрували значне підвищення рівня усвідомленості, гнучкості мислення та здатності до рефлексії, що підтверджує доцільність використання

проблемно-орієнтованих завдань, групових обговорень та методів аналізу альтернативних рішень у старшій школі. Контрольна група, хоча й покращила загальні знання, не продемонструвала такого значного прогресу у розвитку критичного мислення.

3.2 Аналіз результатів експерименту

Аналіз результатів експерименту щодо розвитку критичного мислення учнів при розв’язуванні показникових та логарифмічних рівнянь і нерівностей дозволяє виділити кілька ключових аспектів ефективності застосованої методики. Перш за все, експеримент підтвердив гіпотезу про те, що інтеграція елементів критичного мислення в навчальний процес сприяє значному підвищенню когнітивної активності та формуванню умінь самостійно аналізувати задачі, обирати методи їх розв’язання та аргументувати власні рішення. У ході експерименту було визначено, що учні експериментальної групи продемонстрували суттєво більший приріст показників усвідомленості мислення, самостійності у пошуку рішень та рефлексії, порівняно з контрольною групою.

На вхідному етапі середній рівень сформованості критичного мислення в обох групах був приблизно однаковим, що свідчить про порівнянність вихідних умов. Учні експериментальної групи та контрольної групи мали низьку до середньої здатність до самостійного аналізу задач, обмежену здатність пропонувати альтернативні підходи та обґрунтовувати власні дії. Рівень рефлексії також був недостатньо високим: більшість учнів могла перевірити правильність розв’язання, але не аналізувала причини помилок та способи їх усунення. Це демонструє, що традиційне навчання в основному формує технічні навички розв’язування рівнянь, але не стимулює розвиток глибоких когнітивних процесів.

У ході експерименту учні експериментальної групи працювали з використанням комплексної методики розвитку критичного мислення, яка передбачала створення проблемних ситуацій, активне обговорення різних способів розв'язання, порівняння альтернатив, використання групових дискусій та рефлексію результатів. Наприклад, при вивченні логарифмічних рівнянь учням пропонувалося не просто виконати вправи, а обговорити можливість застосування різних підходів, передбачити наслідки вибору того чи іншого методу та пояснити свій вибір. Подібні завдання стимулювали учнів до самостійного пошуку, порівняння та аналізу, що значно підвищувало рівень когнітивної активності та мотивації.

Аналіз даних вихідного тестування показав, що середній бал за критеріями усвідомленості мислення, самостійності, рефлексії, когнітивної гнучкості, комунікативної компетентності та мотивації у експериментальній групі значно зріс і коливався у межах 7,8-8,3 балів із 10, тоді як у контрольній групі результати залишалися на рівні 5,7-6,2 балів. Це свідчить про те, що систематичне впровадження елементів критичного мислення дозволяє не лише покращити вміння розв'язувати математичні задачі, а й формує здатність до усвідомленого аналізу, порівняння та оцінки різних методів розв'язання.

Особливо примітним є те, що учні експериментальної групи демонстрували високу гнучкість мислення: вони легко адаптувалися до зміни умов задач, пропонували нові підходи, які раніше не застосовували, та виявляли здатність до самокорекції в ході виконання завдань. Така когнітивна гнучкість була набагато слабше виражена в контрольній групі, де учні переважно дотримувалися відомих алгоритмів, не вдаючись до порівняння та аналізу альтернативних шляхів розв'язання.

Для більш детальної оцінки результатів експерименту доцільно розглянути кожен критерій сформованості критичного мислення окремо. Перш за все, усвідомленість та аргументованість мислення у експериментальної групи значно зросла. Учні не лише виконували завдання, а й пояснювали логіку своїх дій, порівнювали обраний метод з альтернативними

підходами та оцінювали ефективність кожного способу. Наприклад, при розв’язанні показникових рівнянь вони демонстрували вміння обирати між застосуванням логарифмічних властивостей або перетворенням рівняння на стандартну форму, аргументуючи свій вибір і перевіряючи правильність отриманого результату. Вихідні результати показали середній бал 8,1 у порівнянні з 6,0 у контрольній групі, що підтверджує ефективність використаної методики.

Що стосується самостійності у пошуку рішень, учні експериментальної групи активно пропонували різні підходи до задач, формували припущення, перевіряли їх та коригували стратегію при отриманні проміжних результатів. Вони навчились не боятися робити помилки, а використовували їх як джерело аналізу та вдосконалення ходу мислення. Контрольна група, хоча й демонструвала знання алгоритмів розв’язання, переважно слідувала готовим схемам та мала обмежену здатність до пошуку альтернативних рішень.

Рефлексія та оцінка результатів показала ще одну суттєву різницю. Учні експериментальної групи аналізували не лише кінцевий результат, а й сам процес розв’язання, виявляли сильні і слабкі сторони обраного підходу та пропонували способи уникнення помилок у майбутньому. Такі дії сприяли формуванню відповідальності за власне навчання і розвитку критичного підходу до оцінки інформації. У контрольній групі рефлексія була обмежена перевіркою правильності відповіді без глибокого аналізу, що зменшувало ефективність розвитку мисленнєвих умінь.

Когнітивна гнучкість у експериментальній групі проявлялася у здатності швидко адаптуватися до ускладнених або модифікованих завдань, комбінувати різні методи та застосовувати знання у нових ситуаціях. Учні демонстрували готовність переглядати початкові припущення, якщо отримані проміжні результати не відповідали очікуваному. Така гнучкість дозволяла їм ефективно розв’язувати нетипові показникові та логарифмічні рівняння, що значно підвищувало рівень критичного мислення. У контрольній групі подібні навички були виявлені лише у одиниць, а середній бал склав 5,7–6,0.

Комунікативна компетентність також показала суттєву різницю між групами. Учні експериментальної групи активно обговорювали різні підходи до задач у групах, аргументували власні рішення та враховували думки однокласників. Це сприяло не лише формуванню умінь критичного мислення, але й розвитку навичок співпраці та конструктивного діалогу. У контрольній групі обговорення були обмежені, переважно учні слухали пояснення вчителя і рідко висловлювали власні припущення.

Мотиваційний компонент експерименту також дав важливі результати. Учні експериментальної групи демонстрували високий рівень внутрішньої зацікавленості та активності. Вони прагнули самостійно досліджувати задачі, знаходити нові способи розв’язання, обговорювати їх із однокласниками та експериментувати з методами. Це, у свою чергу, підвищувало ефективність засвоєння матеріалу та формування навичок критичного мислення. У контрольній групі мотивація була значно нижчою, оскільки навчальна діяльність обмежувалася виконанням завдань за шаблоном.

Таким чином, аналіз результатів експерименту підтвердив, що використання методики розвитку критичного мислення суттєво впливає на формування когнітивних, рефлексивних, комунікативних та мотиваційних компонентів у процесі розв’язування показникових та логарифмічних рівнянь. Усі показники експериментальної групи продемонстрували помітне зростання, тоді як контрольна група залишалася на приблизно початковому рівні або показувала незначний прогрес.

Порівняльний аналіз динаміки змін у сформованості критичного мислення учнів експериментальної та контрольної групи дозволяє зробити кілька важливих висновків. По-перше, найбільший прогрес експериментальна група продемонструвала у таких критеріях, як усвідомленість та аргументованість мислення, самостійність у пошуку рішень і рефлексія. Середній приріст балів за цими показниками становив від 2,9 до 3,0, тоді як у контрольній групі приріст не перевищував 1,0-1,1 балів. Це свідчить про те, що систематична робота з використанням проблемно-орієнтованих завдань, активних обговорень та рефлексії дозволяє учням значно глибше

усвідомлювати логіку математичних операцій, аналізувати власні дії та порівнювати альтернативні стратегії розв’язання.

По-друге, когнітивна гнучкість та комунікативна компетентність учнів експериментальної групи збільшилися на 3-3,2 бала, що підкреслює важливість інтеграції групових дискусій та обговорення альтернативних методів розв’язання. Учні навчились швидко адаптуватися до змін у задачі, комбінувати різні методи, обговорювати хід розв’язання з однокласниками і конструктивно реагувати на пропозиції інших. У контрольній групі ці показники зросли лише на 0,7-1,0 балів, що демонструє недостатню ефективність традиційного навчання для розвитку критичного мислення та співпраці.

Мотиваційний компонент також показав значну різницю. Учні експериментальної групи продовжували проявляти інтерес до задач навіть після завершення уроку, пропонували власні додаткові приклади для обговорення та шукали альтернативні шляхи розв’язання. Контрольна група залишалася орієнтованою на отримання правильної відповіді та виконання завдання за інструкцією вчителя. Така різниця свідчить про те, що методика критичного мислення не лише формує когнітивні навички, а й підвищує внутрішню мотивацію учнів, що є ключовим фактором для розвитку самостійного навчання.

На основі проведеного експерименту можна також визначити закономірності, які відображають специфіку розвитку критичного мислення у старшокласників. Перш за все, найбільший ефект досягається тоді, коли навчальний процес включає кілька взаємопов’язаних компонентів: постановку проблемних запитань, групове обговорення альтернативних рішень, застосування різних методів розв’язання, рефлексію та аналіз результатів. Поєднання цих елементів стимулює активне мислення, розвиток когнітивної гнучкості та умінь самостійно аргументувати вибір стратегії.

Крім того, результати експерименту показали, що формування критичного мислення потребує систематичності та послідовності: одноразове впровадження елементів методики дає обмежений ефект, тоді як регулярне

застосування проблемних завдань, дискусій та рефлексії протягом модуля забезпечує помітний і стабільний приріст усіх компонентів критичного мислення. Це підкреслює необхідність інтеграції методики у структуру кожного уроку, а не лише у випадкові заняття чи тематичні блоки.

Отже, аналіз результатів експерименту підтверджує, що використання елементів критичного мислення у процесі навчання математики старшої школи значно підвищує рівень сформованості когнітивних, рефлексивних, комунікативних і мотиваційних навичок учнів. Найбільш ефективними виявилися методи проблемного навчання, групові обговорення, порівняння альтернативних способів розв’язання, рефлексія та активна участь у дискусіях. Контрольна група, яка працювала за традиційною схемою, показала лише незначне покращення знань і обмежений розвиток критичного мислення, що підтверджує доцільність переходу до сучасних інтерактивних методів навчання.

В цілому, експериментальна робота демонструє, що системне впровадження технологій розвитку критичного мислення не лише підвищує ефективність засвоєння матеріалу з показникових та логарифмічних рівнянь, а й сприяє формуванню ключових компетенцій сучасного учня: здатності аналізувати, порівнювати, робити аргументовані висновки, самостійно приймати рішення та відповідально ставитися до власного навчання. Отримані результати є вагомою підставою для рекомендацій щодо інтеграції таких методик у навчальні програми з математики старшої школи.

3.3 Висновки щодо ефективності запропонованої методики

Проведене дослідження щодо розвитку критичного мислення учнів при розв’язуванні показникових та логарифмічних рівнянь і нерівностей підтвердило високу ефективність запропонованої методики. Основним висновком є те, що систематичне впровадження елементів критичного мислення дозволяє досягти комплексного розвитку когнітивних,

рефлексивних, комунікативних та мотиваційних навичок учнів старшої школи. На відміну від традиційного навчання, яке орієнтується переважно на відтворення алгоритмів та правильних відповідей, інтеграція проблемно-орієнтованих завдань, групових обговорень та рефлексії стимулює активне мислення та формує здатність учнів самостійно оцінювати ефективність обраних методів розв'язання.

Аналіз вхідного та вихідного рівня сформованості критичного мислення експериментальної та контрольної груп показав значну різницю у динаміці розвитку ключових компетенцій. Учні експериментальної групи продемонстрували помітне підвищення рівня усвідомленості мислення, здатності до самостійного пошуку рішень, рефлексії та оцінки результатів, когнітивної гнучкості, комунікативної компетентності та мотивації. Середній приріст балів у цих критеріях становив від 2,8 до 3,0, тоді як у контрольній групі спостерігалося лише незначне зростання (0,7-1,1 балів). Це підтверджує, що запропонована методика сприяє не лише підвищенню рівня знань із конкретного математичного матеріалу, а й формуванню більш загальних умінь критичного аналізу, оцінки та самокорекції.

Особливу увагу слід приділити ефекту від поєднання кількох компонентів методики. Найбільший вплив на розвиток критичного мислення мали такі елементи: створення проблемної ситуації, активне обговорення альтернативних способів розв'язання, використання методів порівняння, аналіз помилок та рефлексія. Учні, які активно брали участь у групових дискусіях, демонстрували високий рівень когнітивної гнучкості та здатність адаптуватися до нових умов задач, що є важливими ознаками сформованого критичного мислення.

Важливим аспектом ефективності методики є також мотиваційний компонент. Учні експериментальної групи проявляли значну внутрішню зацікавленість до процесу навчання, активно шукали альтернативні способи розв'язання, пропонували додаткові приклади для дослідження та залучалися до обговорення результатів. Це підтверджує, що методика не лише формує когнітивні навички, а й стимулює розвиток самостійного та активного

ставлення до навчання, що є ключовим фактором ефективності освітнього процесу.

Детальний аналіз результатів експерименту дозволяє виокремити кілька ключових аспектів впливу запропонованої методики на розвиток критичного мислення. По-перше, учні експериментальної групи значно покращили здатність до аргументованого обґрунтування вибору способу розв’язання задач. Вони навчились пояснювати кожен крок, порівнювати ефективність різних методів та самостійно перевіряти правильність виконання завдання. Такі навички дозволяють учням не просто виконувати математичні дії, а усвідомлено застосовувати знання, аналізувати можливі помилки та обирати оптимальний шлях розв’язання, що є основою критичного мислення.

По-друге, експеримент показав позитивний вплив методики на розвиток когнітивної гнучкості. Учні експериментальної групи легко адаптувалися до змінених умов задач, пропонували альтернативні способи розв’язання, комбінували методи та самостійно коригували хід міркувань у разі виникнення помилок. Це свідчить про те, що впровадження проблемно-орієнтованих завдань та групових обговорень стимулює не лише технічні навички розв’язання рівнянь, а й формує здатність до творчого підходу та гнучкого мислення у складних ситуаціях.

Ще одним важливим аспектом є розвиток рефлексивних умінь учнів. У процесі експерименту вони навчились не лише перевіряти правильність відповіді, а й оцінювати ефективність обраного методу, визначати причини можливих помилок, формулювати рекомендації щодо їх уникнення. Контрольна група, яка працювала за традиційною схемою, переважно зосереджувалася на отриманні правильного результату, без систематичного аналізу ходу розв’язання. Це підтверджує, що методика критичного мислення значно підвищує глибину та якість засвоєння навчального матеріалу.

Критерії комунікативної компетентності також продемонстрували позитивну динаміку. Учні експериментальної групи активно взаємодіяли під час обговорення задач, аргументували власну позицію, враховували думки однокласників, узгоджували спільні рішення та робили висновки на основі

колективного аналізу. Така форма організації навчальної діяльності сприяє розвитку умінь конструктивного спілкування, вміння висловлювати власну думку та приймати аргументи інших, що є важливими компонентами критичного мислення та соціальної компетентності.

Особливо слід відзначити ефективність використання проблемних завдань та рефлексії у поєднанні з індивідуальним і груповим аналізом результатів. Учні експериментальної групи активно застосовували методи порівняння альтернатив, будували логічні ланцюжки, аналізували структуру математичних об’єктів та формували власні висновки. Ці навички сприяли розвитку аналітичного мислення, уважності до деталей та самостійності у пошуку рішень.

Таким чином, запропонована методика довела свою ефективність у комплексному розвитку критичного мислення учнів, поєднуючи когнітивні, рефлексивні, комунікативні та мотиваційні компоненти. Вона забезпечує формування навичок усвідомленого аналізу, аргументованого обґрунтування рішень, адаптивності до нових умов та активної взаємодії в навчальному процесі. Порівняльний аналіз з контрольними групами підкреслює, що традиційні методи навчання, орієнтовані лише на відтворення алгоритмів, не забезпечують такого рівня розвитку критичного мислення.

Проведений експериментальний аналіз дозволяє остаточно констатувати високу ефективність запропонованої методики розвитку критичного мислення учнів при розв’язуванні показникових та логарифмічних рівнянь і нерівностей. У порівнянні з традиційною системою навчання, що орієнтується на репродуктивне виконання завдань та відтворення алгоритмів, запропонований підхід сприяє формуванню всебічно розвинених когнітивних, рефлексивних, комунікативних і мотиваційних компетентностей. Учні експериментальної групи показали стійке зростання результатів за всіма досліджуваними критеріями, що підтверджує практичну значущість та доцільність інтеграції елементів критичного мислення в курс математики старшої школи.

Зокрема, найбільш помітні позитивні зміни спостерігалися у сфері усвідомленості та аргументованості мислення. Учні не лише виконували вправи, а й пояснювали логіку обраного методу, порівнювали його з альтернативними підходами, оцінювали ефективність та обґрунтовували кожен крок. Такий розвиток навичок дозволяє школярам не просто відтворювати математичні алгоритми, а усвідомлено застосовувати знання у різних ситуаціях, аналізувати власні помилки, формувати стратегії самостійного розв'язання нових задач і навіть модифікувати підхід залежно від умов. Ця здатність до гнучкого мислення є ключовим компонентом критичного мислення і важливою компетенцією сучасного учня.

Не менш важливим є значне зростання когнітивної гнучкості та самостійності у пошуку рішень. Учні експериментальної групи легко адаптувалися до змінених умов завдань, застосовували різні способи розв'язання, комбінували методи та коригували хід міркувань при виникненні проміжних помилок. Завдяки цьому вони змогли не лише розв'язувати стандартні показникові та логарифмічні рівняння, а й ефективно справлятися з більш складними, нетиповими або модифікованими задачами, що підтверджує глибокий розвиток аналітичного та критичного мислення.

Рефлексивна складова методики також виявилася ефективною. Учні експериментальної групи аналізували не лише кінцевий результат, а й хід розв'язання, виявляли сильні та слабкі сторони обраного методу, обговорювали можливі помилки та пропонували способи їх уникнення. Такий підхід формує в учнів відповідальність за власне навчання, уміння конструктивно оцінювати результати, приймати зауваження та коригувати власні дії. У контрольній групі рефлексія обмежувалася перевіркою правильності відповіді та дотриманням алгоритму, що свідчить про обмеженість традиційного підходу у розвитку глибоких когнітивних навичок.

Комунікативні уміння експериментальної групи значно покращилися завдяки активним обговоренням у групах, аргументуванню власних рішень, конструктивній взаємодії та врахуванню альтернативних точок зору. Учні навчились не лише формулювати власну позицію, а й критично оцінювати

чужі аргументи, спільно приймати рішення та будувати обґрунтовані висновки. Розвиток таких навичок є важливим, оскільки сучасний освітній процес вимагає від учнів не лише знань, а й здатності активно взаємодіяти, приймати аргументовані рішення та критично оцінювати інформацію.

Мотиваційний компонент методики також показав помітні результати. Учні експериментальної групи проявляли високу внутрішню зацікавленість до процесу навчання, активно шукали альтернативні способи розв'язання задач, пропонували власні приклади для обговорення та дослідження. Така внутрішня мотивація є важливою передумовою самостійного навчання та формування активного, відповідального ставлення до навчального процесу. У контрольній групі учні залишалися орієнтованими на отримання правильної відповіді без глибокого аналізу, що обмежувало розвиток критичного мислення та внутрішньої мотивації.

Підсумовуючи результати, можна стверджувати, що запропонована методика розвитку критичного мислення демонструє комплексну ефективність: вона одночасно підвищує усвідомленість мислення, формує когнітивну гнучкість, розвиває рефлексивні та комунікативні навички, активізує внутрішню мотивацію та стимулює самостійне мислення. Експериментальні дані свідчать, що такі результати досягаються тільки при систематичному та послідовному застосуванні методики на всіх етапах навчального процесу, що підкреслює необхідність її інтеграції у навчальні програми з математики старшої школи.

Отже, методика розвитку критичного мислення при розв'язуванні показникових та логарифмічних рівнянь і нерівностей є високоефективною та практично значущою. Вона дозволяє трансформувати традиційний урок у динамічний, інтерактивний та пізнавально насичений процес, сприяє формуванню ключових компетенцій сучасного учня і може бути рекомендована для впровадження у навчальні програми старшої школи, забезпечуючи розвиток аналітичного, критичного та творчого мислення.

Загалом, вдосконалення процесу розвитку критичного мислення під час опрацювання показникових і логарифмічних рівнянь та нерівностей у старшій

школі передбачає комплекс змін у змісті навчання, доборі методичних прийомів, побудові завдань та організації навчального середовища. Насамперед доцільно поступово відходити від домінування алгоритмічних, репродуктивних способів роботи, адже вони не стимулюють учнів до глибшого аналізу умов задачі, зіставлення різних способів розв'язання чи формулювання власних суджень. Рекомендується впроваджувати завдання, які потребують осмислення структури рівнянь або нерівностей, порівняння схожих і відмінних властивостей показникової та логарифмічної функцій, розуміння обмежень області визначення та відстеження наслідків трансформацій. Такий підхід не лише розширює інструментарій учнів, а й формує здатність самостійно обирати оптимальний шлях розв'язання.

Важливо посилити роль проблемно-пошукового підходу. Учні мають отримувати не лише задачі з однозначним шляхом розв'язання, а й такі, де можливі різні методи, що дає змогу зіставити способи та оцінити їх ефективність. Наприклад, рівняння можна розв'язати через логарифмування, підстановку, аналіз монотонності чи приведення до спільної основи. Учителю доцільно пропонувати учням обговорювати й аргументувати, який метод буде найраціональнішим у конкретній ситуації. Такий аналіз сприяє формуванню вміння бачити загальну структуру математичного об'єкта, передбачати наслідки застосованих перетворень і свідомо обирати стратегію розв'язання, що є ключовою ознакою критичного мислення.

Наступним важливим напрямом є створення умов для роботи з помилками. Часто учні не розуміють, чому саме отримали неправильний результат, а показникові й логарифмічні рівняння є одними з тих тем, де кількість типових помилок досить велика: ігнорування області визначення, некоректне застосування властивостей логарифмів, неправильне використання зміни основ, хибне відкидання коренів тощо. Рекомендується організовувати спеціальні заняття «аналіз помилок», де учні самостійно знаходять недоліки у запропонованих розв'язаннях, формулюють правильні міркування та пояснюють, чому той чи інший етап є хибним. Такий підхід не

лише допомагає закріпити правила роботи з логарифмами й показниковими функціями, а й формує навички самоперевірки та рефлексії [12].

Доцільно ширше застосовувати елементи математичного моделювання. Учням важливо показати, що показникові та логарифмічні функції не є абстрактними конструкціями, а мають значну кількість застосувань у реальних ситуаціях – зростання населення, розпад радіоактивних елементів, обчислення pH-значення, моделі інфляції, зміна інтенсивності світла. Завдання, у яких потрібно самостійно перевести умову реальної проблеми в показникове або логарифмічне рівняння, підсилюють глибину розуміння й спонукають до критичного оцінювання отриманих результатів. Учні вчаться ставити запитання щодо того, наскільки адекватною є модель, чи існують обмеження її застосування, як зміняться результати за інших параметрів.

Окрему увагу варто приділити формуванню вміння аргументувати власні математичні рішення. У старшій школі учні часто вміють виконати технічні перетворення, але не можуть чітко пояснити логіку вибраного методу. Рекомендується впроваджувати усні міні-презентації, короткі письмові пояснення, роботу в парах і групах, де кожен учень має обґрунтувати послідовність своїх дій. Це розвиває не лише критичне мислення, а й комунікативну компетентність – здатність точно формулювати математичні твердження, будувати логічно зв’язні міркування і відповідати на зауваження однокласників.

Значну ефективність демонструє використання завдань відкритого типу. На відміну від стандартних задач, де є конкретний результат, відкриті завдання допускають кілька правильних розв’язань або варіантів інтерпретації. Наприклад, «запропонуйте три різні логарифмічні рівняння, що мають один і той самий корінь», або «сконструюйте показникову нерівність, яка має два корені і один із них дорівнює…». Виконання таких завдань активізує творчий компонент мислення й спонукає до аналізу властивостей функцій на більш глибокому рівні [10].

Варто також інтегрувати інформаційні технології. Використання динамічних математичних середовищ дозволяє учням візуалізувати поведінку

показникових та логарифмічних функцій, спостерігати за змінами графіків під час варіювання параметрів, перевіряти припущення та тестувати гіпотези. Візуальна підтримка особливо важлива для учнів, які мають труднощі з абстрактним мисленням: вона допомагає швидше встановлювати зв'язки між алгебраїчним і графічним підходами, а також формує здатність критично оцінювати взаємозалежності.

До рекомендацій належить і вдосконалення форм оцінювання навчальних досягнень. Замість тестового контролю, що переважно перевіряє технічні навички, варто застосовувати комплексні завдання, які оцінюють здатність аналізувати, порівнювати, аргументувати та обґрунтовувати рішення. Можна використовувати рубрики оцінювання, де передбачено критерії щодо логічності міркувань, коректності обґрунтувань, уміння працювати з обмеженнями та оцінювати правильність проміжних результатів.

Рекомендовано розвивати культуру математичної дискусії. Обговорення суперечливих моментів, розгляд альтернативних шляхів розв'язання, аналіз тверджень «правда чи неправда» формують у старшокласників готовність ставити уточнювальні запитання, перевіряти гіпотези та критично ставитися до будь-якого запропонованого розв'язання. Така форма роботи підсилює інтерес до предмета і сприяє усвідомленню, що розв'язання рівнянь та нерівностей – не механічний процес, а логічно вмотивована діяльність [33].

Узагальнюючи, рекомендації передбачають комплексне оновлення змістових, методичних і організаційних аспектів навчання. Поєднання проблемного підходу, аналізу помилок, моделювання, завдань відкритого типу, аргументації та інтерактивних технологій створює умови, за яких розвиток критичного мислення у процесі розв'язання показникових і логарифмічних рівнянь стає не додатковим компонентом, а невід'ємною складовою навчального процесу. Такі зміни сприятимуть формуванню самостійності, гнучкості мислення та здатності приймати обґрунтовані рішення – компетентностей, що є ключовими для сучасного старшокласника.

ВИСНОВКИ

Проведене дослідження дозволило узагальнити теоретичні підходи та практичні можливості розвитку критичного мислення учнів старшої школи під час вивчення показникових і логарифмічних рівнянь та нерівностей. Аналіз психолого-педагогічної літератури засвідчив, що критичне мислення є ключовою інтелектуальною здатністю сучасного учня, оскільки забезпечує вміння ставити запитання, аналізувати умови задач, формулювати й перевіряти припущення, аргументувати вибір методів розв’язування та оцінювати правильність отриманих результатів. У старшій школі ці вміння особливо важливі через ускладнення навчального матеріалу та потребу усвідомленого застосування математичних знань.

У ході роботи з’ясовано, що теми, пов’язані з показниковими та логарифмічними рівняннями і нерівностями, створюють значне підґрунтя для розвитку критичного мислення. Такі завдання потребують точного аналізу області визначення, вміння перевіряти еквівалентність перетворень, обирати доцільний метод розв’язання, порівнювати різні підходи, робити логічні висновки та обґрунтовувати кожен крок розв’язку. Саме ці інтелектуальні дії формують у старшокласників навички рефлексії, логічності, доказовості та самоконтролю.

Результати дослідження свідчать, що розвиток критичного мислення буде значно ефективнішим за умов використання спеціально дібраних методів і прийомів навчання: проблемних запитань, порівняння альтернативних способів розв’язання, аналізу типових помилок, навчального діалогу, поетапного коментування власних доведень, а також завдань з елементами дослідження. Такі методи активізують пізнавальну діяльність учнів і формують у них стійку навчальну мотивацію.

Також підтверджено, що роль учителя у формуванні критичного мислення є визначальною. Саме вчитель має забезпечити логічну

послідовність пояснення, організувати процес аналізу умов задач, продемонструвати різні підходи до розв’язання, створити умови для самостійного пошуку та обґрунтування рішень. Важливим є індивідуальний супровід учнів, які стикаються з труднощами у розумінні властивостей показникових і логарифмічних функцій.

Здійснений аналіз дозволяє стверджувати, що цілеспрямована методика навчання показникових і логарифмічних рівнянь та нерівностей не лише підвищує рівень математичної підготовки, а й формує у старшокласників здатність критично інтерпретувати інформацію, перевіряти правильність рішень та усвідомлено застосовувати математичні поняття у складних ситуаціях. Це, своєю чергою, сприяє підготовці учнів до подальшої освіти, зовнішнього оцінювання та реальних життєвих задач, що потребують аналітичного підходу.

Отже, розвиток критичного мислення в процесі розв’язання показникових та логарифмічних рівнянь і нерівностей є важливим компонентом сучасної математичної освіти. Поєднання теоретично обґрунтованих педагогічних стратегій та практичних прийомів навчання створює умови для підвищення якості знань, формування інтелектуальної самостійності та готовності учнів до розв’язання складних завдань на основі аналізу, доказів і об’єктивної оцінки результатів.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Алексюк А. М. Концепція вихідних засад демократизації навчального процесу в освітніх закладах України. 1997. С. 58–77.

2. Бачинська Р. С. Логічна складова математичної компетентності учнів базової школи. Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики: зб. наук. праць за матеріалами Міжнар. наук.-практ. конф., м. Вінниця, 2018. С. 194–196.

3. Бикова Ю. О. Прийоми розвитку критичного мислення на уроках математики. *Методичний пошук. Розвиток критичного мислення учнів на уроках математики*. 2018. Вип. 8. С. 11–15.

4. Боряк О. В. Феномен критичного мислення у педагогічних дослідженнях. *Студентська звітна конференція*. 2020. Вип.14. С. 7–11

5. Буковська О. Розвиток креативного мислення учнів на уроках математики. *Математика в рідній школі*. 2018. № 9. С. 9–17.

6. Буряк В. Формування у студентів критичного стилю мислення. *Вища школа*. 2007. № 3. С. 21– 30.

7. Векслер С. І. Розвиток критичного мислення учнів у процесі навчання. *Рад. Школа*. 1971. С. 5-7

8. Войтович Н. В., Найдьонова А. В. Використання хмарних технологій Google та сервісів web 2.0 в освітньому процесі. Дніпро : ДПТНЗ «Дніпровський центр ПТОТС», 2017. 103 с.

9. Володько В. М. Індивідуалізація й диференціація навчання: понятійно-категорійний аналіз. *Педагогіка і психологія*. 1997. № 4. С. 9–17.

10. Волошин А. Педагогічна методологія. Методологія навчаня. Прага, 1943. 207 с.

11. Волошина Н. Й. Новаторські форми заняття. *Всесвітня література та культура*. 2003. № 3. С. 4–5.

12. Воронкін О. Класифікація інформаційно-комунікаційних технологій навчання. *Вища освіта України*. 2015. № 2. С. 95−102.

13. Вукіна Н., Дементієвська Н. Критичне мислення: як цього навчати. Харків : Основа, 2007. 112 с.

14. Геллер Т. Дискусія як засіб формування критичного мислення. *Історія України*. 2006. № 5. С. 14–18

15. Гринчук Л. В. Медіаосвіта на заняттях з математики : навчальне видання. Київ : АУП, ЦВП, 2021. 37 с.

16. Державний стандарт базової середньої освіти, затверджений постановою Кабінету Міністрів України. 2020. № 898.

17. Заїкіна В. Розвиток критичного мислення при вивченні математичних та економічних дисциплін *Університетські наукові записки*. 2015. № 1. С. 426–434.

18. Козира В. М. Технологія розвитку критичного мислення у навчальному процесі : навчально-методичний посібник для вчителів. Тернопіль : ТОКІППО, 2017. 60 с.

19. Концепція розвитку природничо-математичної освіти (STEM – освіти), схвалена розпорядженням Кабінету Міністрів України від 5 серпня 2020 року № 960-р.

20. Клустер Д. Що таке критичне мислення. *Педагогічний вісник*. 2015. № 2. С. 3-5.

21. Пометун О. І., Пилипчатіна Л. М., Сущенко І. М. та ін. Основи критичного мислення : навчальний посібник для учнів старших класів загальноосвітньої школи. Тернопіль : Навчальна книга-Богдан, 2010. 216 с.

22. Пометун О. І. Урок, що розвиває критичне мислення. 70 методів в одній книзі : навч.-метод. посіб. Київ, 2020. 104 с.

23. Шеремет М. До проблеми формування критичного мислення особистості. 2006. №7-8.

24. Ягупов В. Суб’єктність учнів як основна детермінанта дистанційного навчання в системі професійно-технічної освіти. *Науковий*

вісник Інституту професійно-технічної освіти НАПН України. Сер. : Професійна педагогіка. 2016. №. 11. С. 29-36.

25. Jesslyn Nicole Farros Online Learning: The Effect of Synchronous Discussion Sessions in Asynchronous Courses, PhD dissertation, Endicott College, 2019. P. 72-75

26. Junianto, & Wijaya, A. (2019). Developing Students' Mathematical Literacy through Problem Based Learning. In A. A.M., W. A., & V. J.A. (Eds.), 2nd *International Seminar on Innovation in Mathematics and Mathemathics Education, ISIMMED* 2018 (Vol. 1320, Issue 1). Institute of Physics Publishing. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1320/1/012035

27. Koculu, A., Topcu, M. S., & Ciftci, A. (2022). The Effect of STEM Education on Pre-Service Science Teachers' Perceptions of 21st Century Skills and Competences and Problem Solving Skills. *Open Journal for Educational Research*, 6(2), 165–172. https://doi.org/10.32591/coas.ojer.0602.05165k

28. Kurniati, D., Purwanto, As'ari, A. R., Dwiyana, Subanji, & Susanto, H. (2019). Development and validity of problems with contradictory information and no specified universal set to measure the truth-seeking of pre-service mathematics teachers. *TEM Journal*, 8(2), 545– 553. https://doi.org/10.18421/TEM82-30

29. Kusaeri, & Aditomo, A. (2019). Pedagogical beliefs about Critical Thinking among Indonesian mathematics pre-service teachers. *International Journal of Instruction*, 12(1), 573–590. https://doi.org/10.29333/iji.2019.12137a

30. Kusharyadi, R.; Pertiwi, S.; Yohanna, E. S. S.; Dasari, D. (2023). Bibliometric Analysis : Sofware Usage Trends GeoGebra in Mathematics Learning From 2017 – 2022. 11(1), 196–205.

31. Marasabessy, R., Hasanah, A., & Angkotasan, N. (2021). Efforts to improve students' mathematical critical thinking ability by using Team Assisted Individualization learning model. *Journal of Physics: Conference Series*, 1882(1), 12051. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1882/1/012051

32. Noura Badawi Undergraduate Student Attitudes Towards Synchronous Events in Online Instruction, PhD dissertation, Argosy University/Phoenix, 2017. P. 21-28

33. Rachel C. Fowler Effects of Synchronous Online Course Orientation on Student Attrition, PhD dissertation, University of South Carolina, 2019. P. 3-7

34. Robert Zotti The Implementation of Web Conferencing Technologies in Online Graduate Classes, PhD dissertation, Stevens Institute of Technology, 2017. P. 11-23