МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Є.В. Стєганцев, П.Г. Стєганцева

ПРОФЕСІЙНО-ОРІЄНТОВАНИЙ ПРАКТИКУМ ІНОЗЕМНОЮ МОВОЮ

Практикум
для здобувачів ступеня вищої освіти магістра
спеціальності Середня освіта
предметної спеціальності Середня освіта (Фізика та астрономія)
освітньо-професійної програми «Середня освіта (Фізика та астрономія)»

Затверджено
вченою радою ЗНУ
Протокол №12 від 01.07.2025

Запоріжжя

2025

УДК 811.111’276.6:[53+52] (076.5)

С 79

Стєганцев Є. В., Стєганцева П. Г. Професійно-орієнтований практикум іноземною мовою : практикум для здобувачів ступеня вищої освіти магістра спеціальності «Середня освіта» предметної спеціальності «Середня освіта (Фізика та астрономія)» освітньо-професійної програми «Середня освіта (Фізика та астрономія)». Запоріжжя : Запорізький національний університет, 2025. 72 с.

Практикум побудований на матеріалі, який використовується авторами при проведенні занять з дисципліни «Професійно-орієнтований практикум іноземною мовою».

До змісту практикуму включено тексти, вправи, тематика яких відповідає силабусу навчальної дисципліни підготовки здобувачів ступеня вищої освіти магістра спеціальності «Середня освіта» предметної спеціальності «Середня освіта (Фізика та астрономія)».

Метою видання є надання здобувачам освіти допомоги у формуванні запланованих освітньо-професійною програмою «Середня освіта» компетентностей. Матеріал практикуму розбито на 10 тем. До кожної теми надано стислі теоретичні відомості, методичні рекомендації та інструкції, приклади виконання завдань.

Рецензент

С. В. Іваненко, кандидат філологічних наук, доцент, завідувач кафедри іноземних мов професійного спрямування

Відповідальний за випуск

І. В. Зіновєєв, кандидат фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри загальної математики

ЗМІСТ

ВСТУП 4

 Topic 1 Basic mathematical terminology 6

 Topic 2 Writing a report on the given theme 11

 Topic 3 Working with foreign sources 15

 Topic 4 Translation of scientific and technical texts on speciality from a foreign language 17

 Topic 5 Listening to audio in a foreign language 25

 Topic 6 Translation of scientific texts on speciality into a foreign language 27

 Topic 7 Written professional communication in a foreign language 30

 Topic 8 Oral professional communication in a foreign language 36

 Topic 9 Making an abstract of the scientific and technical article in a foreign language. 38

 Topic 10 Making an abstract of your qualification thesis in a foreign language 65

ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА 68

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА 69

ІНФОРМАЦІЙНІ РЕСУРСИ 70

 **Application** 71

ВСТУП

Дисципліна «Професійно-орієнтований практикум іноземною мовою» є обов'язковою та входить до циклу загальної підготовки спеціальності А4 Середня освіта за освітньою програмою «Середня освіта (Фізика та астрономія)». Курс базується на знаннях та навичках, отриманих під час навчання на освітньому рівні бакалавр. Він взаємопов'язаний з курсом «Методологія наукових досліджень». Набуті при вивченні курсу знання будуть корисними для подальшого вивчення обов'язкових та вибіркових дисциплін за вказаною спеціальністю, зокрема «Методика навчання фізики та астрономії в профільній школі», «Комп'ютеризація шкільного фізичного експерименту у профільній школі», «Цифрові та мультимедійні технології в профільній середній освіті», стануть базою для кваліфікованого професійного спілкування іноземною мовою.

Метою вивчення навчальної дисципліни є підготовка магістрів до інтеграції в міжнародне наукове співтовариство. Для досягнення цієї мети студентам необхідно вивчити базову фізико-математичну термінологію іноземною мовою, навчитись самостійно шукати, читати та аналізувати літературу, яка написана іноземною мовою, набути елементарних навичок перекладу науково-технічних текстів. Робота з іноземною літературою потребує вміння складати анотації до статей, писати реферати, зокрема й до кваліфікаційних робіт. Для участі в міжнародних конференціях та публікації статей в міжнародних виданнях потрібно ознайомитись з правилами написання наукових статей іноземною мовою та з основами письмової та усної комунікації з іноземцями.

Основними **завданнями** вивчення дисципліни «Професійно-орієнтований практикум іноземною мовою» є:

- оволодіння навичками складання доповіді за фахом іноземною мовою;
- ознайомлення з базовою та спеціалізованою математичною термінологією;
- формування вмінь вести листування з іноземними колегами;
- набуття навичок реферативного перекладу науково-технічної літератури зі спеціальності з іноземної мови;
- набуття навичок адекватного перекладу науково-технічної літератури зі спеціальності на іноземну мову;
- розвиток навичок усного та письмового спілкування іноземною мовою;
- набуття навичок підготовки тез наукових конференцій за фахом.

Згідно з вимогами освітньої-професійної програми здобувачі освіти мають досягти таких компетентностей та програмних результатів навчання.

Компетентності:

ЗК 2. Здатність до міжособистісної взаємодії, роботи в команді, спілкування з представниками інших професійних груп різного рівня (соціальна компетентність).здатність працювати в команді;

ЗК 6. Здатність до саморозвитку та самовдосконалення здатність працювати з великими обсягами даних та аналізувати їх;

ЗК 7. Здатність до пошуку, аналізу та критичної оцінки інформації, її узагальнення та інтерпретації;

ЗК 8. Здатність ефективно формувати комунікативну стратегію.

Результати навчання:

ПРН 2. Уміти знаходити, аналізувати та використовувати інформацію з різних джерел, насамперед за допомогою цифрових технологій;

ПРН 9. Володіти однією з поширених іноземних мов на рівні, що дозволяє отримувати та оцінювати інформацію в галузі професійної діяльності з зарубіжних джерел;

ПРН 20. Володіти основами професійної мовленнєвої культури;

ПРН 23. Зрозуміло та грамотно висловлювати свої думки й почуття, володіти вербальними та невербальними засобами інформаційного впливу на здобувачів середньої освіти.

Невід'ємним елементом роботи з іноземними джерелами є вміння користуватися словниками, в тому числі електронними, а також електронними перекладачами, тому в програму курсу включено ознайомлення з такими довідниками та ресурсами.

Практикум складається з 10 тем. Теми містять матеріали для читання, слухання, перекладу, вправи до кожного виду матеріалів. Поточні та підсумкові завдання, які включені до практикуму, сприятимуть кращому засвоєнню матеріала та допоможуть у формуванні запланованих програмою курсу вмінь та навичок. Розроблений практикум може бути використаний як на практичних заняттях, так і в самостійній роботі здобувачів ступеня вищої освіти магістра всіх освітньо-професійних програм математичного факультету.



Topic 1 Basic mathematical terminology

Working with the foreign lanquage is impossible without using the translation dictionaries. When translating the scientific and technical texts the industry dictionaries are mandatory. There are different dictionaries both printed and electronic. Let us give the exampes of some reliable electronic dictionaries:

Cambrige dictionary https://dictionary.cambridge.org/
Collins dictionary https://www.collinsdictionary.com/
Longman dictionary https://www.ldoceonline.com/
Macmillan dictionary https://www.macmillanenglish.com/ua/dictionary

Короткі теоретичні відомості. Поняття терміну є доволі складним. Воно містить в собі як лінгвістичні так і понятійні аспекти. Будь-який термін описує деяке поняття. В процессі повсякденної діяльності людина дає назви об'єктам, з якими вона стикається. Таким чином народжуються лексичні одиниці, такі як терміни. За будь-яким терміном стоїть поняття мислі, причому не якоїсь абстрактної мислі, а локалізованої на деякому предметі. В науковій літературі різними авторами наводяться різні означення терміну. Наведемо кілька з них.

1. Терміни – це слова, які використовують для позначення різних наукових і технічних понять.

2. Термін – це слово або словосполучення, що позначає поняття спеціальної області знання або діяльності.

3. Термін є «опредмечуванням» абстракції об'єкта спеціальної сферы у вигляді лексичної одиниці природньої мови.

4. Термин – це лексична одиниця певного знака для спеціальних цілей, що позначає загальне – конкретне або абстрактне поняття визначеної спеціальної області знань або діяльності.

5. Терміни – це номінанти системи понять (реалій) науки, техніки, офіційної мови та їх відображення в виробництві, суспільному житті або їх окремих областях; причому кожен термін в конкретній області обладає суспільно осознаним значенням.

6. Термін – це лексична одиниця, значення котрої включено до системи спеціальних понять, яка функціонує в сфері професіонального спілкування, застосування якої обмежено спеціальною областю.

Всі означення терміну пов'язують з його деяким конкретним поняттям. Однак термін пов'язан не з поняттям в загалі, а з поняттям, яке відображає рівень знань в певний період – концептом.

Говорячи про терміни, насамперед мають на увазі слова, які застосовуються спеціалістами й не є широко відомими. Однак, буває й так, що термін із вузькоспеціальної сфери переходить в розряд загальновживаних.

Так буває коли яка-небудь сфера науки чи техніки в певний проміжок часу переживає швидкий підйом. В цьому випадку її досягнення неминуче стають предметом уваги журналістів. Тоді, для описання суті досягнень, вони використовують спеціальні терміни. Ці терміни, перебуваючи певний час на слуху, стають загальновживаними, а іноді навіть частково змінюють своє початкове значення.

Основними рисами терміну вважають:

а) однозначність;

б) системність;

в) точність;

г) краткість;

д) незалежність від контексту;

е) стилістична нейтральність;

ж) мотивованість;

з) наявність дефініції;

и) номінативність.

В межах даної термінології термін, як правило, однозначний. На відміну від звичайного слова термін не потребує контексту, оскільки він є членом визначеної термінології, через яку він і набуває свою однозначність. Зміст терміну розкривається завдяки точному логічному визначенню й не обумовлюється лексичним значенням слова.

Терміни можна поділити на:

а) загальнонаукові;

б) міжгалузеві;

в) вузькогалузеві.

Коротко зупинимось на кожному із типів.

Загальнонаукові терміни. Сферою їх вживання є майже всі наукові галузі, тому такі терміни мають багато різних значень. Окрім того, такий термін може мати й загальновживане значення. При перекладі таких термінів треба бути особливо уважним. Наприклад, англійське слово *stress* перекладається як *напруга*. Зустрічається в фізиці, математиці, механіці, а також має загальновживане значення. Слово *wheel* перекладається як *колесо.* Це слово зустрічається майже в усіх галузях техніки. Зауважимо, що в автомобілебудуванні це слово може бути перекладено і як *колесо* і як *кермо* в залежності від контексту.

Міжгалузеві терміни можуть зустрічатись як в споріднених, так і у віддалених галузях. Наприклад, англійський термін *field*, який перекладається як *поле* зустрічається в таких споріднених галузях як математика та фізика. Також цей термін використовується й у віддалених від математики галузях, наприклад, в аграрній справі. Термін *roof* перекладається як *дах*. Цей термін можна зустріти в галузі будівництва або автомобілебудування.

Вузькогалузеві терміни вживаються лише в одній галузі науки. Наприклад, в нанотехнології використовуються наступні терміни: *nanoparticle – наночастиця, nanocylinder – наноциліндр, nanoisland – наноострівець*, тощо.

Методичні вказівки та інструкції. Переклад з англійської мови математичних термінів, як і переклад будь-яких інших термінів має певні особливості. Вони виникають з декількох причин. Термін не допускає двоякого трактування. Це є однією з ключових відмінностей терміну від загальновживаного слова. В теорії відзначається, що для перекладу терміну навіть не потрібен контекст. Однак на практиці для адекватного перекладу терміну в більшості випадків контекст все ж є важливим. Це лишається вірним навіть тоді, коли мова йде про таку точну науку як математика.

Особливо складно перекладати багатоскладні терміни, які часто зустрічаються в науково-технічних текстах. Переклад останніх є найбільш складним.

Наведемо приклади перекладу багатоскладних математичних термінів з індексом (Таблиця 1) та без нього (Таблиця 2).

Таблиця 1 – Терміни з індексом

Indexed Terms	**Терміни з индексом**
C^n *– complex number field*	C^n – комплексний n-вимірний простір
R^d *is the d-dimensional Euclidean space*	R^d – *d*-вимірний евклідів простір
L_xY *is a smooth vector field*	L_xY – гладке векторне поле
L_x *– the fact that is a derivation*	L_x – диференціювання
M_m *– denotes the set of tangent vectors to M at m*	M_m – множина дотичних векторів до *M* в точці *m*
$E^k(M)$ *– the set of all smooth k-forms on M*	$E^k(M)$ – множина всіх гладких *k*-форм на многовиді *M*
T_0 *– topology with axiom* T_0	T_0 – топологія з аксиомою T_0

Таблиця 2 – Терміни без індексу

Terms without index	**Терміни без індекса**
C – complex number field	*C* – поле комплексних чисел
f – mapping of the set	*f* – відображення множини
h – commutative diagram	*h* – комутативна діаграма
F – differentiable structure	*F* – диференційована структура
GL – general linear group	*GL* – повна лінейна група
M – a differentiable manifold	*M* – гладкий многовид
v – a vector	*v* – вектор
E – unite matrix	*E* – одинична матриця

Термінологічні словосполучення – це семантично цілісні сполучення двох або більше слів, пов'язаних за допомогою прийменника, або безприйменниковим способом. В таких сполученнях слова поєднуються між собою без використання службових частин мови. Головним словом в таких словосполученнях є останнє. Ті слова, що стоять перед ним, відіграють роль означення. Отже, переклад безприйменникових термінологічних словосполучень починається з останнього слова.

Наприклад,

а) *modulation measurement – вимірювання глибини модуляції*;

б) *time division multiple access system – система часового розділення із багатократним доступом*;

в) partial order structure – структура часткового порядку;

г) complex number field – поле комплексних чисел.

✍ Task 1. Translate the following terms. Give short explanation to each term. Learn the terms. See example below.

Лінійна (квадратична) функція, Строга (нестрога) нерівність, Розв'язок рівняння (нерівності, системи рівнянь), Дробово-лінійна нерівність, Метод інтервалів, Різниця квадратів, Сума (різниця) кубів, Квадрат (куб) суми, Квадрат (куб) різниці, Функція, Зведене квадратне рівняння, Дискримінант квадратного рівняння, Квадратична нерівність, Побудова графіка, Графічний редактор, Робота в інтернеті, Пошук інформації, Інструменти, Панель інструментів, Обробка інформації, Зразок.

Linear function, Graph, Standard form, Point, Coefficient, Slop, Property, Table, Variable, Straight-line, Lecture, Construct, Cartesian coordinate system, Origin of coordinates, x-axis, y-axis, Scale, Is equal to, Equals, Plus, Minus, 2 multiplied by 2, 2 times 2, Positive number, Negative number, Positive direction, Algorithm, Belong, Infinity, Domain of definition, Range of function, Greater than, Less than, Greater than or equal to, Less than or equal to, Increase, Decrease, Acute angle, Obtuse angle, Right angle, Abscissa, Ordinate, Parallel, Perpendicular, Intersect, Point if intersection, Plane, Satisfy, Substitute, Coincide, General solution, Particular solution, Arbitrary value, Analytical, Graphical, Method of substitution, Method of addition, Empty set, Unique solution.

Написати методичні рекомендації як це робити.

☝ Example to the task 1.

Mathematics lesson: A structured educational session where students learn mathematical theories as set of mathematical sentences – definitions, theorems, axioms, and there applications.

Safety measures: Precautions and procedures followed to ensure a safe environment, especially during experiments, to prevent accidents and injuries.

Laboratory work: Practical experiments or investigations conducted in a laboratory to explore scientific concepts, gather data, and validate theories.

Liquid: A state of matter with a definite volume but no fixed shape, able to flow freely and take the shape of its container.

Solid: A state of matter characterized by a fixed shape and volume, with particles arranged in a structured and closely packed manner.

Medium: The material or substance through which energy, waves, or particles travel; it can be solid, liquid, or gas.

Electric current: The flow of electric charge, usually through a conductor, measured in amperes (*A*).

Dielectric: An insulating material that does not conduct electricity but can be polarized in an electric field, often used in capacitors.

Electrical wiring: A system of insulated conductors and devices used to transmit electrical power within buildings or equipment.

Environment: The surrounding natural world, including air, water, soil, and living organisms, affecting and being affected by human activities.

✍ Task 2. Classify the terms from Task 1 according to the classification from the theory.

✍ Task 3. Read the text «Solution by Cramer's rule» using the following link. Classify the terms according to the classification from the theory.

https://uomus.edu.iq/img/lectures21/MUCLecture_2024_4519375.pdf.

✍ Task 4. Make one sentence using each term.



Topic 2 Writing a report on the given theme

Методичні вказівки та інструкції. При виконанні завдання за цією темою треба звернути увагу на наведену в першій темі класифікацію термінів та з'ясувати належність до того чи іншого класу використаних в доповіді термінів.

Основний спосіб перекладу термінів – пошук лексичних еквівалентів та відповідностей. Головною складністю при перекладі науково-технічних текстів є термінологія, тому при роботі з науково-технічними текстами дуже важливо використовувати спеціалізовані словники.

Найкращим варіантом є використання галузевих словників. При цьому шукати у словнику треба не тільки окремі слова, але й поширені словосполучення. Це особливо важливо при перекладі документації.

Виконуйте поставлене завдання за таким планом:

- напишіть короткий план доповіді;
- звірте зі словником необхідні терміни та словосполучення;
- наведіть кілька прикладів застосування матеріалу теми.

The general structure of the report is:

- Introduction.
- Body.
- Conclusions.

Depending of the purpose, some other elements can be included, for example:

- Title page.
- Table of contents.
- Glossary.
- Executive summary.
- Appendicies.
- References list.

✍ Task 1. Make the report (7 – 10 min) on the given theme, using the terms from task 1 topic 1. Follow the general structure of the report. See example below.

- Лінійна функція.
- Розв'язання систем лінійних рівнянь з двома невідомими.
- Лінійні нерівності з одним невідомим.
- Системи лінійних нерівностей з одним невідомим.
- Дробово-лінійні нерівності.
- Метод інтервалів.

- Формули скороченого множення.
- Квадратична функція.
- Розв’язання квадратних рівнянь.
- Розв’язання квадратичних нерівностей.
- Класифікація тестових завдань з математики, вимоги до формулювання.
- Вимоги до оформлення математичного тексту в редакторі Word.
- Вимоги до анотації наукової статті з математики.

☝ ***Example to the task 1. Theme: Linear function***.

Introduction. The theme is called Linear function. Tne linear fuction is used in the different sections of mathematics and other natural sciences.

Body. The standard form of the linear function is $y = ak + b$, where $a, b \in R$ and k is called the slop of the straight-line. The graph of the liner function is the straight-line. As is known, the straight line can be constructed using two points.

For example, draw the graph of the function $y = 2x + 3$. In order two obtain the coordinates of two points we are going to use the table.

x	0	1
y	-3	-1

In order to fill the table we take any value of x and evaluate the corresponding value of y using the formula $y = 2x + 3$. Now we have coordinates of two points $A(0,-3)$ and $B(1,-1)$. Let us draw Cartesian coordinate system. It consists of origine of coordinates, two perpendicular axes: x-axis and y-axis with the indicated positive directions of these axes. We mark the obtained points $A(0,-3)$ and $B(1,-1)$ on the Cartesian coordinate system and construct the straight line through these points.

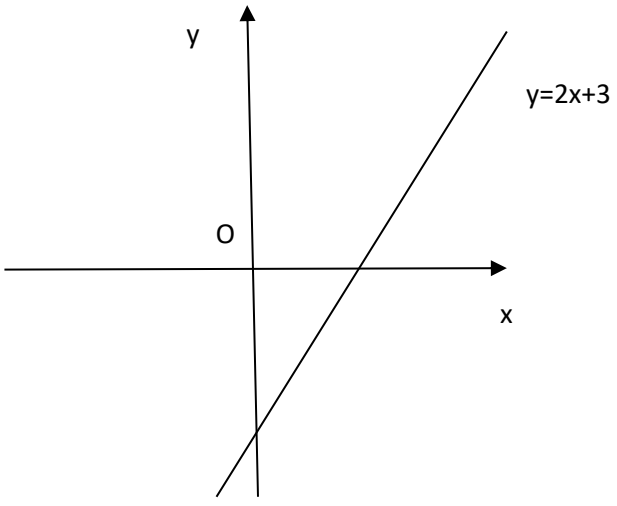


Figure 1 – The graph of the linear fuction.

Let us consider the main properties of the linear function.

Properties:

1. The domain of definition: $x \in (-\infty,+\infty)$.
2. The range of function $y \in (-\infty,+\infty)$.
3. If $k > 0$, then the function increases. The angle between the straight line and x-axis is acute angle. If $k < 0$, then the function decreases. The angle between the straight line and x-axis is obtuse angle.

Let us consider the examples.

1. Does the point $A(7,2)$ belong to the graph of the function $y = 2x - 3$?

Solution.

In order to answer this question it is nessessary to substitute the coordinates of the point A into the equation $y = 2x - 3$. We obtain $2 = 2 \cdot 7 - 3$. This equality is faulse, hence, point A does not belong to the graph of the function $y = 2x - 3$.

2. Find such point on the straight-line $y = 2x - 3$:

- abscissa of which is equal to 7;
- ordinate of which is equal to 5.

Solution.

In order to find ordinate of the point it is nessesary to substitute 7 instead of x into the function $y = 2x - 3$. After the substitution we have $y = 2 \cdot 7 - 3 = 11$. In order to find abscissa of the point it is nessesary to substitute 5 instead of y into the function $y = 2x - 3$. After the substitution we have $5 = 2 \cdot x - 3$. From here $x = \frac{5+3}{2} = 4$. Finally we obtain two points $K(7,11)$, $L(4,5)$.

Let us consider two straight-lines $y = k_1 x + b_1$ and $y = k_2 x + b_2$. As we have already mentioned above k is called the slop.

If $k_1 = k_2$ then the straight-lines are parallel. If $k_1 \neq k_2$ then the straight-lines intersect.

3. Find the point of intersection of the straight-lines $y = 2x - 3$ and $y = -3x + 2$.

Solution.

The point of intersection is the common point, hence, we are going to solve the following system $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = -3x + 2 \end{cases}$. Let us equate the left-hand sides of the equations $2x - 3 = -3x + 2$. From here we have. Then we substitute $x = 1$ into the first equation and obtain $y = -1$. Hence, we obtain the point of intersection $P(1,-1)$.

Conclusions. In this report we have considered the basic data, related to the theme Linear functions, the main properties and the solutions of the simplest problems.

Glossar:.

linear function – лінійна функція;
standard form – загальний вигляд;
slop – кутовий коєфіцієнт;
graph – графік;
straight line – пряма;
point – точка;
Cartesian coordinate system – декартова ситема координат;
origin of coordinates – початок координат;
point of intersection – точка перетину;
to substitute – підставляти;
equation – рівняння;
parallel – паралельний;
abscissa – абсцисса;
ordinate – ордината;
equality – рівність;
right angle – прямий кут;
acute angle – гострий кут;
obtuse angle – тупий кут;
to increase – зростати;
to decrease – спадати;
domain of definition – область визначення;
range of function – область значення.

✍ Task 2. Give the examples of the application of the chosen theme.



Topic 3 Working with foreign sources

Методичні вказівки та інструкції. При виконанні завдання за цією темою треба користуватись пошуковими системами. Для відповіді на поставлені питання звірте значення термінів зі спеціалізованими словниками. Серед електронних словників рекомендуємо використовувати multitran. Також корисним є звернення до електронних перекладачів, наприклад, deepl.

Для якісного виконання завдання потрібно зрозуміти зміст та деякі деталі запропонованого матеріалу. Особливу увагу зверніть на застосування викладеної теорії до розв'язання конкретних задач і надайте свої приклади. Під час захисту виконаної роботи використовуйте розглянуту раніше термінологію.

Завдання 5 є інтерактивним. Воно передбачає навігацію в англомовному інформаційному ресурсі [1], до якого можна перейти за посиланням https://www.geogebra.org/. Для виконання цього завдання пропонується такий план:

- вибрати з вікна «ресурси» один з них;
- вибрати матеріал, завдання до якого оцінюються 9-12 балами;
- ознайомитись з поясненнями та виконати запропоновані завдання;
- під час захисту завдання продемонструйте коректне використання математичних термінів. Особливу увагу зверніть на конструювання термінологічних словосполучень.

✍ Task 1. Find the articles on the irreducible polynomials in English using internet. Answer the following questions:

- How can we test polynomial for irreducibility?
- Formulate Eisenstein criterion.
- Give the examples of the irreducible polynomials of 2,3,4 degree.

✍ Task 2. Give the definition of the concept of prime number using internet. Answer the following questions:

- Give the examples of prime number.
- How many even prime numbers do you know?
- Give the greatest prime number, which is known currently.

✍ Task 3. Find the book Frank W.Warner «Foundation of differentiable manifolds and Lie groops» in internet. Read and translate pp.1 – 50. Answer the following questions:

- What is mapping?
- Give the definition of Cartesian product.
- What is submanifold?

✍ ***Task 4. Find the material on the linear inequalities using internet. Answer the following questions:***

- Give the standart form of the linear enequality.
- Describe analytical and graphical methods of solving the linear enequalities.
- What happens when we multiply both sides of the inequality by the negative number?

✍ ***Task 5. Open the link*** **https://www.geogebra.org/,** ***choose one of the proposed resources, complete the test, and get ready to answer the questions, connected with the terminology.***



Topic 4 Translation of scientific and technical texts on speciality from a foreign language

Короткі теоретичні відомості. Виділяють наступні способи перекладу науково-технічних термінів.

Еквівалентний переклад. При такому способі перекладу в цільовій мові знаходять повний еквівалент терміна, який було використано в мові оригіналу. Звичайно, що така ситуація можлива не завжди, але в тих випадках коли все ж можлива, це є найкращим варіантом.

Приклади еквівалентного перекладу:

а) *integral – інтеграл*;

б) *test – перевірка*;

в) *prognosis –прогноз*;

г) *program – програма;*

д) *matrix – матриця*.

Транслітерація. При цьому способі перекладу термін, який використано в мові оригіналу просто зображується літерами цільової мови. При такому способі перекладу перекладений термін підлягає обов'язковому поясненню, якщо в цільовій мові він раніше не зустрічався.

Приклади транслітерації:

а) *slash – слеш*;

б) *startup – стартап*;

в) *bush – буш*.

Семантичне калькування. В науково-технічному перекладі застосування цього способу можливо лише за умови повного співпадіння структури лексичної одиниці.

Наприклад:

а) *Jacobi theorem – теорема Якобі*;

б) *local theory – локальна теорія*.

Запозичення. Під запозиченням розуміють повне повторення звукового складу й написання терміна. Такий спосіб перекладу можна застосовувати в тому випадку, коли цей новий термін називає новий предмет, який не має назви в цільовій мові.

Наприклад:

а) *neutron –нейтрон*;

б) *plasmon – плазмон*;

в) *pit-stop – піт-стоп*;

г) *interface – інтерфейс*;

д) *radiator – радіатор*.

Конкретизація. При такому способі перекладу термін із мови оригіналу, який має широке значення замінюють на термін, який має більш вузьке значення в цільовій мові. Такий спосіб перекладу застосовується для уточнення у випадку коли термін може бути трактований неоднозначно.

Приклади конкретизації:

а) *null tensor – тензор нульового ранга, скаляр*;

б) *pair of gears – пара спряжених зубчатих колес*;

в) *dirt inclusion – породне включення, безрудне включення*.

Генералізація. Коли вибрано цей спосіб, тоді виконують дії, обернені до тих, що виконувались в попередньому способі. Термін з вузьким значення замінюють на термін з більш широким значенням в цільовій мові.

Наприклад:

rifleman – стрілок.

Методичні вказівки та інструкції. Наявність потрібного словника ще не є гарантією того, що переклад буде адекватним. Окрім того, що треба перекласти термін, ще треба вірно інтерпретувати його в залежності від контексту. Тому вміння правильно інтерпретувати значення терміну є безумовно необхідним перекладачу, який працює із науково-технічними текстами.

Зазвичай при перекладі науково-технічної літератури перекладач комбінує наведені вище способи. Це дозволяє зробити переклад адекватним та точним.

✍ ***Task 1. Read and translate the given text from English***.

The results of the scientific study are in effect meaningless if they cannot be replicated. The significant part (up to 5%) of the conducted experiments failed to replicate. Even the top-tier journals publish the results of the experiments, which can not be replicated. The experts have found the effective technique for the verification of the results. Given tokens, each with a nominal value of 50 cents, the experts were invited to trade on the outcome of the re-run experiments. They bought the «shares» and made the stakes. Some of the specialists «became richer» due to the inkling ahead of time of which of the studies would not replicate. Their shares were worth nothing. The experts should reject the studies that can not be replicated and adopt only the reliable studies.

❓ ***Exercises.***

1. Describe the main idea of the text.
2. List the basic terms.
3. Make one sentence, using each term.

✍ ***Task 2. Read and translate the given text from English***.

The School of Informatics in collaboration with recognized state universities in England and the US, offers high-end studies with an emphasis on practical application. Both studies in Engineering and Informatics are in high demand in today's labour market, which is constantly looking for leading executives who will be able to respond to rapid developments in the sector.

Optimization applications in Business Processes through Information Systems in all business sectors, are the main driver of competitive advantage. Combined with the lack of properly trained executives with a degree in Informatics in the Greek and international market, they create a strong demand for professionals with good practical and theoretical knowledge of their specialty. In response to this demand and confirming its reputation as one of the leading colleges in Greece, New York College offers Bachelor's and Master's degrees in cutting-edge technology specialties in the fields of Computer Science, Computer Networks and Internet and Web Applications.

In the same direction, NYC has been certified by Cisco Systems as Cisco Networking Academy and offers its students the ability to perfect their network management and security skills.

The Student's Club has an active interest in creating projects related to the IT industry. Students are encouraged by the Department of Student Affairs to participate in these groups and gain experience and useful skills for their personal and professional development.

Graduates with Computer studies can work in areas of computer systems programming, software engineering, network support and management, database design and management, system analysis and control, web page design and more.

❓ ***Exercises.***

1. Describe the main idea of the text.
2. List the basic terms.
3. Make one sentence, using each term.

✍ ***Task 3. Read and translate the given article from English***.

Hooke's Law

Introduction

Hooke's Law is a fundamental principle in physics that explains the relationship between the force applied to an elastic object and the amount of deformation it undergoes. Named after the 17th-century British scientist Robert Hooke, this law is essential for understanding the behavior of materials under force and is widely applied in engineering, construction, and mechanics.

Statement of Hooke's Law

Hooke's Law states that the force F applied to a spring or other elastic object is directly proportional to the displacement or extension x of that object, as long as the elastic limit is not exceeded. Mathematically, this is expressed as:

$$F=−kxF =−kxF=−kx,$$

where

- F is the force applied to the object;
- x is the displacement from the original position (length of extension or compression);
- k is the spring constant, a measure of the stiffness of the material.

Understanding the Components of Hooke's Law:

- Force (F): In Hooke's Law, force represents the amount of external pressure or weight applied to the object. It is typically measured in newtons (N);
- Displacement (x): Displacement refers to the amount of stretch or compression an object undergoes in response to the applied force, measured in meters (m);
- Spring Constant (k): The spring constant is a measure of the object's stiffness. It varies depending on the material and structure of the object. A higher spring constant means that more force is needed to cause deformation.

Applications of Hooke's Law

1. Engineering and Construction: Hooke’s Law is widely applied in designing buildings, bridges, and other structures where understanding material stress and strain is essential;
2. Mechanical Systems: Springs in mechanical devices, like vehicles, door locks, and clocks, are designed based on Hooke's Law to ensure they function efficiently;
3. Medical Equipment: Devices such as force meters and balance scales apply Hooke's Law to measure forces accurately;
4. Material Testing: Hooke's Law is used in laboratories to assess material flexibility, elasticity, and strength, which is vital for quality control.

Limitations of Hooke’s Law

Hooke's Law only applies as long as the material remains within its elastic limit – the maximum extent to which an object can be stretched or compressed without permanent deformation. If the applied force exceeds this limit, the material enters a plastic phase, where it will not return to its original shape.

Experiment: Verifying Hooke's Law

A simple way to test Hooke's Law is by suspending weights on a spring and measuring the extension with each added weight. By plotting force against

displacement, a straight line through the origin demonstrates Hooke's Law. The slope of this line equals the spring constant k.

Conclusion

Hooke's Law is a foundational concept in physics, crucial for understanding and predicting the behavior of elastic materials under force. It is not only significant for theoretical studies but also invaluable in practical applications across various fields. By defining the relationship between force, displacement, and material stiffness, Hooke's Law continues to be essential for advancements in engineering, construction, and material science.

? Exercises.

1. Describe the main idea of the text.
2. List the basic terms.
3. Make one sentence, using each term.

✍ Task 4. Read and translate the given text from English.

Introduction to the Quantitative Reasoning Measure

The Quantitative Reasoning measure assesses your:

- basic mathematical skills;
- understanding of elementary mathematical concepts;
- ability to reason quantitatively and to model and solve problems with quantitative methods.

Some of the questions in the measure are posed in real-life settings, while others are posed in purely mathematical settings.

The skills, concepts, and abilities are tested in the four content areas below:

- arithmetic topics include properties and types of integers, such as divisibility, factorization, prime numbers, remainders, and odd and even integers; arithmetic operations, exponents, and roots; and concepts such as estimation, percent, ratio, rate, absolute value, the number line, decimal representation and sequences of numbers;
- algebra topics include operations with exponents; factoring and simplifying algebraic expressions; relations, functions, equations and inequalities; solving linear and quadratic equations and inequalities; solving simultaneous equations and inequalities; setting up equations to solve word problems; and coordinate geometry, including graphs of functions, equations, and inequalities, intercepts, and slopes of lines;
- geometry topics include parallel and perpendicular lines, circles, triangles − including isosceles, equilateral, and 30°-60°-90° triangles − quadrilaterals, other polygons, congruent and similar volume, the Pythagorean

theorem and angle measurement in degrees. The ability to construct proofs is not tested;

- data analysis topics include basic descriptive statistics, such as mean, median, mode, range, standard deviation, interquartile range, quartiles, and percentiles; interpretation of data in tables and graphs, such as line graphs, bar graphs, circle graphs, boxplots, scatterplots and frequency distributions; elementary probability, such as probabilities of compound events and independent events; random variables and probability distributions, including normal distributions; and counting methods, such as combinations, permutations, and Venn diagrams.

These topics are typically taught in high school algebra courses or introductory statistics courses. Inferential statistics is not tested. The content in these areas includes high school mathematics and statistics at a level that is generally no higher than a second course in algebra; it does not include trigonometry, calculus, or other higher-level mathematics. The publication Math Review, which is available at www.ets.org/gre/prepare, provides detailed information about the content of the Quantitative Reasoning measure. The mathematical symbols, terminology, and conventions used in the Quantitative Reasoning measure are those that are standard at the high school level. For example, the positive direction of a number line is to the right, distances are nonnegative, and prime numbers are greater than 1. Whenever nonstandard notation is used in a question, it is explicitly introduced in the question. In addition to conventions, there are some assumptions about numbers and geometric figures that are used in the Quantitative Reasoning measure. Two of these assumptions are (1) all numbers used are real numbers and (2) geometric figures are not necessarily drawn to scale. More about conventions and assumptions appears in the publication Mathematical Conventions, which is available at www.ets.org/gre/prepare.

❓ *Exercises.*

1. Give the definition of Quantitative Reasoning Measure.
2. List the basic mathematical skills.

✍ *Task 5. Read and translate the instruction to the test.*

Quantitative Reasoning Question Types

The Quantitative Reasoning measure has four types of questions:

- quantitative Comparison questions;
- multiple-choice questions – Select One Answer Choice;
- multiple-choice questions – Select One or More Answer Choices;
- numeric Entry questions.

Each question appears either independently as a discrete question or as part of a set of questions called a Data Interpretation set. All of the questions in a Data

Interpretation set are based on the same data presented. For the paper-based test, you are allowed to use a basic handheld calculator on the Quantitative Reasoning measure. The calculator will be provided to you at the test site, and you may keep it when you are finished with the test. Information about using the calculator to help you answer questions appears later.

Quantitative Comparison Questions

Questions of this type ask you to compare two quantities – Quantity A and Quantity B – and then determine which of the following statements describes the comparison:

- quantity A is greater;
- quantity B is greater;
- the two quantities are equal;
- the relationship cannot be determined from the information given.

Tips for Answering

- Become familiar with the answer choices.

Quantitative Comparison questions always have the same answer choices, so get to know them, especially the last choice, "The relationship cannot be determined from the information given." Never select this last choice if it is clear that the values of the two quantities can be determined by computation. Also, if you determine that one quantity is greater than the other, make sure you carefully select the corresponding choice so as not to reverse the first two choices.

- Avoid unnecessary computations. Don't waste time performing needless computations in order to compare the two quantities. Simplify, transform, or estimate one or both of the given quantities only as much as is necessary to compare them.
- Remember that geometric figures are not necessarily drawn to scale. If any aspect of a given geometric figure is not fully determined, try to redraw the figure, keeping those aspects that are completely determined by the given information but changing the aspects of the figure that are not determined. Examine the results. What variations are possible in the relative lengths of line segments or measures of angles?
- Plug in numbers. If one or both of the quantities are algebraic expressions, you can substitute easy numbers for the variables and compare the resulting quantities in your analysis. Consider all kinds of appropriate numbers before you give an answer: e.g., zero, positive and negative numbers, small and large numbers, fractions, and decimals. If you see that Quantity A is greater than Quantity B in one case and Quantity B is greater than Quantity A in another case, choose "The relationship cannot be determined from the information given."
- Simplify the comparison. If both quantities are algebraic or arithmetic expressions and you cannot easily see a relationship between them, you can try to

simplify the comparison. Try a step-by-step simplification that is similar to the steps involved when you solve the equation $x^4 + 3x = 5$ for x. Begin by setting up a comparison involving the two quantities, as follows:

Quantity A ? Quantity B

where ? is a "placeholder" that could represent the relationship greater than (>), less than (<), or equal to (=) or could represent the fact that the relationship cannot be determined from the information given. Then try to simplify the comparison, step by step, until you can determine a relationship between simplified quantities. For example, you may conclude after the last step that ? represents equal to (=). Based on this conclusion, you may be able to compare Quantities A and B. To understand this strategy more fully, see sample question 3.

Sample Questions

Directions: Compare Quantity A and Quantity B, using additional information centered above the two quantities if such information is given. Select one of the following four answer choices and fill in the corresponding circle to the right of the question:

- quantity A is greater;
- quantity B is greater;
- the two quantities are equal;
- the relationship cannot be determined from the information given.

A symbol that appears more than once in a question has the same meaning throughout the question.

? *Exercises.*

1. Translate the term Quantity, taking into account the context.
2. List the main tips for answering.
3. Explane to your groupmate how to pass the test.



Topic 5 Listening to audio in a foreign language

Методичні вказівки та інструкції. Для реалізації компетентності спілкування з носіями іноземної мови, програм академічної мобільності, ефективної участі у міжнародних наукових заходах потрібна робота з тренування навичок сприймання іншомовного тексту на слух. У Topic 5 містяться матеріали та завдання, спрямовані на формування таких навичок. Наведемо кілька порад:

- краще починати прослуховування матеріалів, пов'язаних однією тематикою;
- перше прослуховування – для розуміння загального змісту, наступні – для засвоєння незнайомої (або не сприйнятої з першого разу) термінології, щоб розібратись в деталях;
- не зловживайте текстовою версією аудіоматеріалу, інакше прослуховування перетвориться на читання;
- пишіть короткі диктанти, бажано один і той самий кілька разів;
- пропрацюйте матеріали за посиланнями:

https://www.esolcourses.com/content/topicsmenu/listening.html (аудіювання за рівнями);

https://youglish.com/ (як різні люди по-різному вимовляють одні й ті ж самі слова).

✍ ***Task 1. Find the following video https://www.youtube.com/watch?v=iStkxcK6_vY.***

- What is this video about?
- List the basic terms.
- What is web 2.0?
- What is social media?
- Give the examples of social media.

✍ ***Task 2. Find the following video https://www.ted.com/talks/harald_haas_forget_wi_fi_meet_the_new_li_fi_internet?language=ru.***

- What is this video about?
- List the basic terms.
- Give the examples of the transmitters.
- What does the word "harvesting" mean in this context?

✍ ***Task 3. Find the following video https://www.youtube.com/watch?v=g2CM_tc_h88.***

- What is this video about?
- List the basic terms.
- Give the definition of the matrix.
- What do the indices of the matrix element mean?

✍ ***Task 4. Find the following video https://arden.ac.uk/what-type-learner-are-you***

- What is this video about?
- List the basic terms.
- List the types of leaners.



Topic 6 Translation of scientific texts on speciality into a foreign language

Короткі теоретичні відомості. Перекладачеві слід звертати увагу на такі особливості роботи з науковою та науково-технічною літературою:

Однозначність. Будь-якій технічній термінології притамана ця риса. Не можна допускати неоднозначної трактовки слів або виразів, які використовуються при перекладі.

Використання займенників. Дуже часто в англомовній літературі викладення матеріалу ведеться від першої особи. В українській мові прийнято застосовувати займенник *ми* або безособові форми дієслів.

Точність. Не допускається використання лексики, яка має на меті будь-яким чином прикрасити виклад матеріалу.

Відсутність лексики, що надає оцінку. Не можна використовувати лексику, яка виражає особисте ставлення до предмету роботи.

Відсутність спрощень. Терміни, які використовуються при перекладі, не повинні спрощувати думку або поняття, які присутні в оригінальному тексті наукової роботи.

Методичні вказівки та інструкції. Перекладачеві слід ретельно вибирати лексику, яка притаманна певній терміносистемі й уникати лексики, яка тільки нещодавно прийшла з набору загальновживаних слів. Важливим фактором є дотримання стилю.

Особливу увагу при перекладі слід приділяти термінам, які відносяться до розряду «хибних друзів перекладача». До них в першу чергу належать так звані інтернаціоналізми. Інтернаціоналізми – це слова, які співпадають за своєю зовнішньою формою, але за змістом можуть співпадати лише частково. Вони виражають поняття міжнародного значення й співіснують в різних мовах.

Наведемо декілька прикладів таких термінів:

а) *original*. На перший погляд – оригінальний, але слід перекладати як початковий;

б) *progressive.* На перший погляд – прогресивний, але слід перекладати як поступовий;

в) *technique.* На перший погляд – техніка, але слід перекладати як метод;

г) *decade*. На перший погляд – декада, але слід перекладати як десятиріччя;

д) *accurate*. На перший погляд – акуратний, але слід перекладати як точний.

Такі терміни не повинні перекладатися буквально. Це майже завжди призводить до помилок.

При перекладі безприйменникових термінологічних сполучень треба пам'ятати, що в таких сполученнях слова поєднуються між собою без використання службових частин мови. Головним словом в таких словосполученнях є останнє. Ті слова, що стоять перед ним, відіграють роль прийменників. Отже, переклад безприйменникових термінологічних словосполучень починається з останнього слова.

Розглянемо приклади перекладу безприйменникових сполучень:

а) *live test – випробування на срок служби*;

б) *forward draught – осадка носом*;

в) *Hermitian matrix – матриця Ерміта*.

✍ *Task 1. Read and translate the thesis into English.*

В роботі пропонується використовувати поняття і властивості взаємного многочлена для зведення рівняння третього степеня спеціального виду до стандартної форми для подальшого розв'язання методом Кардано, а також при перевірці многочлена на незвідність над полем раціональних чисел за допомогою критерія Ейзенштейна. Мета дослідження − отримати ефективні комбінації властивостей незвідного та взаємного многочленів.

Розв'язання рівнянь третього степеня спеціального виду. Розглянемо рівняння третього степеня спеціального виду.

$$ax^3 + bx^2 + c = 0. \qquad (1)$$

Пропонується ефективний метод зведення рівняння виду (1) до стандартної форми з використанням поняття взаємного многочлена. Взаємний многочлен $f^*(x)$ до многочлена $f(x)$ знаходиться за формулою $f^*(x) = x^n f(1/x)$, де n – степінь вихідного многочлена. Застосовується властивість: корені взаємного многочлена є оберненими до коренів вихідного многочлена.

Використання властивостей взаємного многочлена при доведенні незвідності многочлена над полем раціональних чисел. Для перевірки многочлена на незвідність за критерієм Ейзенштейна знаходять прості дільники вільного члена. Якщо їх немає, то переходять до іншої змінної, наприклад, за допомогою схеми Горнера. При цьому змінюється й вільний член многочлена.

Ще один спосіб підготовки многочлена до перевірки за критерієм Ейзенштейна виникає, якщо використати таку властивість: многочлен, взаємний до незвідного, є незвідним. Знайшовши многочлен, взаємний до даного, вільний член якого має прості дільники, перевіряємо його на незвідність. Якщо він незвідний, то й вихідний многочлен незвідний згідно цієї властивості.

? *Exercises.*

1. List the terms.
2. Give the definition of the reciprocal polynomial.
3. Give the example of the irreducible polynomial.

✍ *Task 2. Read and translate the thesis into English.*

Знання теоретичних основ геометричних побудов, вміння застосовувати основні методи виконання цих побудов, є необхідними для майбутнього педагога. Ці навички збагачують геометричну культуру, забезпечують широкий погляд на геометрію, глибоке розуміння природи властивостей геометричних фігур.

Розв'язування геометричних задач, як планіметричних так й стереометричних, починається з ретельного аналізу умови задачі та побудови рисунку із зображенням заданої фігури й додаткових об'єктів у відповідності до умови задачі, тому важливо їх швидко й правильно виконувати. Ці зображення не тільки полегшують розуміння умови задачі, але й викликають певні розумові дії для створення та реалізації плану розв'язання задачі. Не менш важливо вміти за заданим зображенням визначити форму зображених на ньому об'єктів, їх взаємне розташування, деякі метричні співвідношення, тобто розв'язувати обернену задачу. Звісно це може відбутись лише за умови, що зображення виконане правильно, задовольняє певні вимоги.

Так що ж таке правильне зображення фігури та за якими правилами його можна побудувати? Яким вимогам воно повинно відповідати?

Означення. Будемо називати *оригіналом* фігуру, яку слід зобразити. Сукупність правил, які дозволяють по оригіналу отримати його *зображення*, складають *методи зображень*.

Означення. *Методи зображень* називаються *проєкційними*, якщо точка зображення є безпосередньою проєкцією точки оригіналу (при цьому після проєктування може бути виконане перетворення подібності, тобто зменшення або збільшення розмірів проєкції).

Проєкційні методи використовуються частіше за інші методи. Ми розглянемо два проєкційні методи зображень:

- *Метод паралельного проєктування (простору на площину)*,
- *Метод центрального проєктування (простору на площину)*.

Зауваження. Домовимось для оригіналів використовувати позначення зі «штрихами», а для зображень – без.

При паралельному проєктуванні прямі *AA'*, *BB'*,… паралельні між собою, їх називають *проєктуючими прямими,* при центральному проєктуванні всі проєктуючі прямі проходять через одну точку *S*, яка називається *центром проєктування*.

? *Exercises.*

1. Describe the difference between the original and the image.
2. List the basic terms.



Topic 7 Written professional communication in a foreign language

Методичні вказівки та інструкції. Треба пам'ятати про формальний та неформальний стилі комунікації. Формальна англійська використовується при оформленні документів, у діловому та професійному спілкуванні. Неформальна англійська використовується у спілкуванні між друзями, родичами тощо. Існує достатня кількість ресурсів для ознайомлення з особливостями кожного з цих стилів, наприклад:

https://grade.ua/uk/blog/formal-and-informal-english/

https://www.youtube.com/watch?v=zWyGx2-xiiQ

Використання пасивного залогу є важливою рисою наукового стиля, особливо при письмовому спілкуванні. В наступних статтях описано використання пасивного залогу в науково-технічній сфері. Слід звернути увагу на те, в яких випадках використання пасивного залогу є бажаним, а в яких ні:

https://www.dcu.ie/sites/default/files/students/pm_16-4-20_passive_voice.pdf

https://advice.writing.utoronto.ca/revising/passive-voice/

Написання науково-технічних текстів зазвичай потребує використання загальноприйнятих в певній області слів та фраз. Ознайомитись з переліком таких слів та фраз можна, наприклад, за посиланням

https://www.ref-n-write.com/blog/literature-review-section-academic-phrases/

В статті **Academic writing** https://www.eapfoundation.com/writing/what/ наведено перелік особливостей академічного письма, розкрито їх зміст, сконструйовано приклади. Скористайтесь наведеними в ній порадами при виконанні завдань.

Academic writing

Features of academic writing

Structured. Academic writing should have a clear structure. The structure will often derive from the genre of writing. For example, a report will have an introduction (including the aim or aims), a method section, a discussion section and so on, while an essay will have an introduction (including a thesis statement), clear body paragraphs with topic sentences, and a conclusion. The writing should be coherent, with logical progression throughout, and cohesive, with the different parts of the writing clearly connected. Careful planning before writing is essential to ensure that the final product will be well structured, with a clear focus and logical progression of ideas.

Evidenced. Opinions and arguments in academic writing should be supported by evidence. Often the writing will be based on information from experts in the field, and as such, it will be important to reference the information appropriately, for example via the use of in-text citations and a reference section.

Critical. Academic writing does more than just describe. As an academic writer, you should not simply accept everything you read as fact. You need to analyse and evaluate the information you are writing about, in other words make judgements about it, before you decide whether and how to integrate it into your own writing. This is known as critical writing. Critical writing requires a great deal of research in order for the writer to develop a deep enough understanding of the topic to be truly critical about it.

Balanced. Academic writing should be balanced. This means giving consideration to all sides of the issue and avoiding bias. As noted above, all research, evidence and arguments can be challenged, and it is important for the academic writer to show their stance on a particular topic, in other words how strong their claims are. This can be done using *hedges*, for example phases such as *the evidence suggests..* or *this could be caused by...*, or *boosters*, that is, phrases such as *clearly* or *the research indicates*.

Precise. Academic writing should use clear and precise language to ensure the reader understands the meaning. This includes the use of technical (i.e. subject-specific) vocabulary, which should be used when it conveys the meaning more precisely than a similar non-technical term. Sometimes such technical vocabulary may need defining, though only if the term is not commonly used by others in the same discipline and will therefore not be readily understood by the reader.

Objective. Academic writing is objective. In other words, the emphasis is placed on the arguments and information, rather than on the writer. As a result, academic writing tends to use nouns and noun phrases more than verbs and adverbs. It also tends to use more passive structures, rather than active voice, for example *The water was heated* rather than *I heated the water*.

Formal. Finally, academic writing is more formal than everyday writing. It tends to use longer words and more complex sentences, while avoiding contractions and colloquial or informal words or expressions that might be common in spoken English. There are words and collocations which are used in academic writing more frequently than in non-academic writing, and researchers have developed lists of these words and phrases to help students of academic English, such as the Academic Word List, the Academic Vocabulary List, and the Academic Collocation List.

Developing your academic writing

Given the relatively specialist nature of academic writing, it can seem daunting when you first begin. You can develop your academic writing by paying attention to feedback from tutors or peers and seeking specific areas to improve. Another way to develop your academic writing is to read more. By reading

academic journals or texts, you can develop a better understanding of the features that make academic writing different from other forms of writing.

Приклади написання ділових листів.

☝ ***Example 1***. Subject: Skills from Write Professional Email

Dear Recipient. I'm writing this email in order to check if I learned to write professional email in English. Certainly, these skills I can also use for writing professional email in Ukrainian, my native language. Firstly I was worried if I can, but once I enrolled the course I plunged into it. From lesson to lesson I study up on professional email more and more. Here some DOs and DON'Ts:

- do make subject line clear, brief, effective, use important details in order to catch the reader's eye;
- do add words of appreciation;
- do consider cultural differences between you and your reader, be polite;
- don't complain or blame;
- don't address the email before checking it carefully.

Over the course I received many advices. The best advice is Practice, practice, practice. I remember useful advice – don't write the book, so I'm sorry my email is long. Apparently I have a high-communication style. In the other hand I would prefer briefness and clearness in the professional emails, I think so do much people in my country. Finally, I would like to say this course was interesting and very useful for me.

Best regards, Sender.

☝ ***Example 2.*** Subject: Opportunity for Scientific Internship

Dear Prof. Carl Johnson,

My name is Anna Ivanova, and I am a lecturer at Zaporizhzhia National University, Ukraine. I am interested in your University, and I am fascinated by it. Moreover, the researches of your department are very close for me. So I would like to complete an internship in your department to discuss the scientific problems and share ideas about education questions. I have a success experience of the research. I am regularly published in the scientific journals. As a high school teacher with a considerable experience I was awarded a mayor's office certificate of honour. I am confident my qualification and experience will be useful for you. I would very much appreciate the opportunity to discuss the details of the internship program. I look forward to hearing from you. I will contact you in two days to set up a time for the discussion.

Sincerely, Anna Ivanova.

☝ ***Example 3***. Subject: Finalization of the Business Deal

Dear Carl,

I'm sorry that I didn't attach the documents to my last email message. I attach them to this email. Please ask your superiors for the signatures these documents. Could you also send the signatures as soon as possible so I could finalize the business deal. Thank you for understanding.

Best regards, Martina Silva

✍ ***Task 1. Read the text and make the list of the words and phrases, that should be avoided in academic writing*** https://proofreading.org/blog/words-to-avoid-in-academic-writing/

✍ ***Task 2. Read the text and make the list of academic phrases for writing introduction section of a research paper*** https://www.ref-n-write.com/blog/introduction-section-academic-phrases/

✍ ***Task 3. Read about academic writing and complete the proposed task*** https://www.bbc.co.uk/learningenglish/gothedistance/academicwriting

✍ ***Task 4. Read and translate the letter.***

Dear authors, based on the results of the triple blind review, your article can be published. For re-consideration and a final decision on acceptance or rejection of the article, you must upload an updated article file (*docm format) by March 12, 2025. This is mandatory:1. Analyze the reviewers' feedback and take it into account (if any). «Fill» the updated parts of the text in yellow.2. Check your article again for compliance with the technical requirements (the article design is attached). Articles that do not take into account the reviewers' comments or do not meet the technical requirements will not be considered.

SUBMISSION: 126 TITLE: The role of mathematics in the formation of the human capital for the sustainable development.

REVIEW 1

Does the article contain enough new material to be published? SCORE: 3 (fair)

Is the paper scientifically sound and not misleading? SCORE: 5 (excellent)

Does the paper include a sufficiently general introduction? SCORE: 4 (good)

Is the paper clearly written, concise and understandable? SCORE: 5 (excellent)

Are the style of presentation appropriate for SPRINGER LINK? SCORE: 4 (good)

Is the impact of this paper likely to be high? SCORE: 4 (good)

Please evaluate the quality of the research. SCORE: 4 (good)

Is the length appropriate? SCORE: 1 (yes)

The abstract should summarize the contents of the paper in short terms, i.e. 150-250 words. SCORE: 1 (yes)

Does the article include an analysis of recent research and publications? SCORE: 4 (good)

Self-citation should not exceed 10%. SCORE: 1 (yes)

Are the results supported by a sufficient number of selected research methods and tools? SCORE: 4 (good)

Should the written English of the manuscript be edited? SCORE: 5 (excellent)

Reviewer's confidence. SCORE: 4 (high)

Overall evaluation. SCORE: 2 (accept)

The article «Role of Mathematics in the Formation of the Human Capital for the Sustainable Development» analyzes the impact of mathematical education on the formation of human capital, particularly the development of soft skills, which are essential for sustainable development. The authors emphasize the role of mathematics in fostering critical thinking, creativity, and the ability for self-directed learning. The use of mathematical logic to develop analytical thinking and reasoned decision-making is particularly valuable. The structure and presentation of the material meet the requirements of Springer publishing and the BESD'2025 conference. At the same time, the literature review largely relies on outdated sources. Incorporating recent studies (from the last 3 – 5 years) would enhance the relevance and scientific credibility of the work. It is recommended to include at least four references from reputable databases such as Web of Science or Scopus to strengthen the validity of the article's conclusions.

REVIEW 2

The study does not sufficiently argue why mathematics (and not other disciplines) is important for human capital development. The authors do not refer to modern publications on human capital development when formulating the hypothesis of the study. The conclusions of the study are not supported by practical results.

REVIEW 3

The article is a justification for the need for mathematics for the formation of human capital. Using simple examples, the authors show how to form skills, logical, critical and systemic thinking. The authors are advised to review the list of literature, as source 6 raises doubts about the need to include it in the article.

✍ Task 5. Write the letter on the chosen theme.

- Submission of the article.
- Response of the reviewer.
- Invitation to the conference.

✍ ***Task 6. Write an email to a potential employer.***

Requirements:

- include a brief and clear subject line;
- begin with an appropriate greeting;
- introduce yourself and the purpose of your email. *(Include your educational background)*;
- add at least 2 sentences with details about you. This can include your work experience, your skills, and any awards or other recognition that you have;
- request an interview/meeting;
- add a sentence or two to express your appreciation and a respectful closing.

✍ ***Task 7. Give the synonims to the verbs that are usualy used in the scientific articles***

To consider	To plot
To obtain	To put
To substitute	To show
To use	To increase
To make	To decrease
To solve	To point out
To perform	To determine
To carry out	

✍ ***Task 8. Use the link*** **https://blog.wordvice.com/recommended-verbs-for-research-writing/** ***in order to study the words and phrases that are commonly used in the scientific literature. Make one sentence using the words and phrases from the table.***



Topic 8 Oral professional communication in a foreign language

Методичні вказівки та інструкції. Попередня тема була присвячена письмовому спілкуванню англійською мовою. Усне спілкування також слід розглядати в контексті двох можливих стилей – формальне та неформальне. На відміну від письмового спілкування усне спілкування, як правило, передбачає вміння підтримувати діалог, в якому можуть виникнути питання, відповідь на які важко підготувати заздалегідь.

При виконанні завдань цієї теми ключову роль відіграє робота в невеликих групах або навіть в парах, доповідь перед аудиторією, відповідь на питання та обговорення тем. Для покращення навичок усного спілкування можна порадити проходження курсу «Improve your English» за програмою Coursera.

Треба розрізняти формальну і неформальну лексику. Приклади відповідних пар термінів дані в наступній таблиці (Таблиця 3).

Таблиця 3 – Формальна та неформальна лексика

Informal	**Formal**	***Informal***	**Formal**
Ask	Enquire	*Deal with*	Handle
Ask for	Request	*Tell*	Inform
Book	Reserve	*Wait for*	Await
Check	Verify	*Fight*	Combat
Get	Receive	*Use*	Consume
Help	Assist	*Go*	Depart
Need	Request	*Say sorry*	Apologise
Start	Commence	*End*	Terminate
Tough	Difficult	*Explain*	Disclose
Set out	Display	*Throw out*	Eject
Old	Elderly	*Say*	Express
Afraid	Fearful	*In the end*	Finally
But	However	*Wrong*	Fncorrect
Go up	Increase	*At first*	Initially
Mad	Insane	*Lucky*	Fortunate
Smart	Intelligent	*Small*	Diminutive

✍ ***Task 1. Discuss the chosen theme in groups.***

- Which method of solving the systems of the liner equations is more convenient?
- What methods of solving the third degree equations do you know?
- What methods of solving the fourth degree equations do you know?

- What are the applications of Horner scheme?
- What is the basis of this scheme?
- What subject in the university program is the most complicated?
- Pros and cons of the analytical and graphical methods of solving linear inequalities.
- Describe the system of computer mathematics Maple. What kind of tasks can be solved using this system?

✍ ***Task 2. Make short dialog on the chosen theme.***

- How many languages is enough to know?
- What languges are nessesary for you personaly?
- What dictionaries do you use for your professional needs?

✍ ***Task 3. Choose one mathematical term. Try to explain its meaning to the person who is not familiar with mathematics. Use sinonims. Work in pairs.***



Topic 9 Making an abstract of the scientific and technical article in a foreign language

Методичні вказівки та інструкції. Вміння робити анотації до різного роду наукових статей є важливою характеристикою спеціаліста. В цій темі пропонується зробити анотацію до запропонованих англомовних статей. Рекомендується виконати це завдання за таким планом:

- в анотації вказати назву статті, автора, назву та номер журналу, в якій опублікована стаття, рік видання, кількість сторінок;
- прочитати статтю, зрозуміти основний зміст, не виконуючи переклад, виділити ключові слова;
- звірити зі словником використані в статті терміни;
- описати мету статті, основні результати, отримані автором, методи й підходи, якими це досягнуто.

Щоб дізнатись більше, подивіться відео https://www.youtube.com/watch?v=6cMmxnvtaMY та виконайте Task 1.

Abstracts are usually around 100–300 words. When you wright an abstract you can use the following structure:

- Introduction
- Methods
- Results
- Discussion

The volume and the structure of the abstract can vary depending on the denands of the specific journal, qualification thesis etc. Usually, in a dissertation or thesis, the abstract is included on a separate page, after the title page and before the contents.

Making an abstract on the video. In order to practice the making an abstract to the video watch the video about the tips for better English listening skills https://www.youtube.com/watch?v=UUDClQTXhWU

✍ ***Task 1. Read an article*** **https://www.mimjournal.com/post/main-differences-between-a-summary-and-an** ***and formulate the basic differencies between an anstract and a summary.***

Main Differences Between a Summary and an Abstract

Writing for an abstract may have similar steps to writing for a summary, but they have different objectives and requirements. While an abstract is a short,

descriptive paragraph overviewing your entire paper from introduction to the findings or future studies, a summary includes your entire paper and its visuals, just in a shorter length and more concise than it is original document. This article will discuss the key parts to include in an abstract and a summary.

Abstract

The abstract should summarize the main points of your paper without specific detail. So it should communicate, if relevant: main question of your paper, methods, major results or findings, the importance of results or findings, and how they shape a theory or answer your question.

Start with the main point: The beginning statement should describe the main point you are trying to communicate to the reader. Sometimes, this may be the thesis, or it may be the research topic, all depending on what kind of paper you are writing.

Keep it concise: This is meant to briefly discuss your article, and only talk about the main points between the introduction, body, and conclusion.

Remember the length: This abstract is meant to be a paragraph; therefore, each piece of information given in the summary should be short, key parts of the article.

Follow the same order: Make sure your abstract follows the same order that your paper is written in.

Keep it to the facts: Keep in mind to only use factual statements or observations and avoid using opinions, repetition, and any ‘fluff’ content.

Create an effective ending: The last sentence should be able to effectively wrap up the findings of the article.

Summary

On the other hand, the summary is a much longer version of the abstract, containing more details, visuals, and opinions.

Follow the same order: Again, this should follow the same order as your paper.

Keep in mind the length: Remember the length that the publication is asking your article to be at. With publishing for *MiMJ*, we are asking for a 2-3 page, 1000 word limit. With this, try to be concise and only have information that is key to conveying your message in your paper.

Facts and opinions allowed: Unlike writing for an abstract, you are not limited to what kind of information you will be giving; you can include any fact, opinion, or finding, as long as it is a key piece of information that still allows your paper to be concise.

You can use visuals: The use of visuals is welcomed while writing your summary. However, make sure they are necessary to convey your message to the reader due to the fact that summaries need to be concise (do you think I mentioned that your summary needs to be concise enough?). Secondly, make sure each visual that is used is explained well, as summaries are for a general audience.

Remember the format: You still have to organize your paper in the format that is required by the publication you wish to publish your article with. With publishing with *MiMJ*, we require your paper to be written in 7th edition APA format.

Remember your citations: As any paper would include, citations are an important way to credit the sources you used to create your wonderful paper. In addition, make sure your citations abide by the format you are using. This also ties in having a literature cited page as well.

In conclusion, your summary should be a shorter, more concise version of your original paper that still includes all important information and effectively translates the message from your paper. Whereas the abstract should be a short paragraph that presents all key facts and information. In the future, try to refer to this post as a mental checklist after writing any abstract or summary, or even while you are writing!

Furthermore, have you previously used any of these ideas while writing your summary? Are there any other tips that have helped you while writing a summary?

✍ ***Task 2. Make summary in English [2].***

Формування у студентів навичок дослідницької діяльності на конкретному прикладі
Артеменко А.О. Стєганцева П.Г.

Постановка проблеми

Важливим завданням кожного фундаментального курсу повинна стати демонстрація його базових властивостей для якісного викладання дисциплін природничо-математичного циклу на всіх рівнях освітнього процесу. Досягти цих цілей можна різними шляхами. Найбільш ефективним з них є залучення студентів до науково-дослідної роботи, наприклад, в рамках написання курсових і кваліфікаційних робіт. В цьому напрямку особливу роль набувають завдання, які формують такі важливі розумові навички, як уміння узагальнювати, виділяти окремі випадки, міркувати за аналогією, знаходити подібності та відмінності тощо.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Питання організації науково-дослідної роботи на різних етапах навчання досить часто обговорюються на різних конференціях, в тому числі й з питань освіти, на сторінках науково-популярних журналів, серед яких можна відзначити «Наука та техніка сьогодні», «Освіта і наука», «Математика в школі»,«Поліном», в яких вчені та вчителі діляться своїм досвідом. Відомі вчені чималу частину свого часу відводять для читання лекцій в різних Літніх школах. Відповіді на деякі питання, пов'язані з організацією дослідницької роботи, можна знайти в їх методичних статтях і посібниках.

Виділення нерозв’язаних раніше частин загальної проблеми

Відомі алгоритми знаходження кореня *n*-го степеня з числа засновані в основному на чисельних методах, і тому не є точними. Один з цих методів заснований на чисельному методі Ньютона знаходження коренів рівняння на даному відрізку та ітераційній формулі

$$x_{k+1} = \frac{1}{n}\left((n-1)x_k + \frac{A}{x_k^{n-1}} \right).$$

Цей метод використовує деяке початкове наближення, а для збільшення точності використовуються похідні. Визначення точного методу знаходження кореня довільного степеня є цікавим завданням.

Формулювання цілей

Метою цієї роботи є вивчення можливостей формування у студентів навичок організації дослідницької діяльності на прикладі задачі узагальнення алгоритму знаходження квадратного кореня з числа без використання електронних засобів і таблиць.

Виклад основного матеріалу дослідження

Тут ми представимо алгоритм, який точно обчислює корінь *n*-го степеня з числа *A*. Нагадаємо спочатку, що арифметичним коренем *n*-го степеня з додатного дійсного числа *A* називається додатне дійсне число $\sqrt[n]{A}$, яке є розв’язком рівняння $x^n = A$.

Пропонований алгоритм складається з наступних кроків:

1) Розбити число *A* на групи по *n* цифр, починаючи з розряду одиниць. Якщо число *A* має дробову частину, її також розбити на групи по *n* цифр, але починаючи з першого знака після коми. Кількість цифр в останній групі зліва або в останній групі праворуч може бути менше *n*. Кількість отриманих груп цифр зліва від коми буде дорівнювати кількості цифр у цілій частині результату.

2) Знайти корінь з недоліком з групи цифр, яка містить найбільші розряди (при невеликих n це робиться усно).
3) Відняти n-ий степінь отриманої в пункті 2) цифри від даної групи цифр. До остачі дописати справа наступну групу цифр (виконати конкатенацію).
4) Скласти нерівність виду

$$x(q^{n-1}\cdot C_n^1\cdot 10^{n-1}+q^{n-2}\cdot C_n^2\cdot 10^{n-2}\cdot x+q^{n-3}\cdot C_n^3\cdot 10^{n-3}\cdot x^2+...+ \\ +q^2\cdot C_n^{n-2}\cdot 10^2\cdot x^{n-3}+q\cdot C_n^{n-1}\cdot 10^1\cdot x^{n-2}+x^{n-1})\le r, \qquad (1)$$

де q – число, складене з уже відомих цифр результата; x – невідома цифра результата; r – остача із пункта 3).
5) Найбільший цілий невід'ємний розв'язок x нерівності приписуємо до числа q.
6) Нова остача дорівнює різниці попередньої остачі та значення лівої частини нерівності (1) з кроку 4) при знайденому в 5) кроці значенні x.
7) Повторювати пункти 4) – 6) до тих пір, поки існують не розглянуті групи цифр.

Обчислимо, наприклад, корінь 5-го степеня з натурального числа 1099511627776.
1) Розбиваємо число на групи по 5 цифр, починаючи з найменших розрядів: 109'95116'27776. Оскільки вийшло три групи, то шукане число буде тризначним.
2) З групи цифр, яка містить найбільші розряди, знаходимо корінь з недоліком, отримуємо $\left[\sqrt[5]{109}\right]=2$, де $[x]$ – ціла частина числа x. Таким чином, цифра в найбільшому розряді шуканого числа дорівнює 2.
3) Віднімаємо з даної групи цифр п'ятий степінь числа 2, а до отриманої різниці конкатенуємо (приписуємо) наступну групу цифр. Отримуємо послідовно *109-32=77;* конкатенація чисел 77 та 95116 дає число *7795116*.
4) Складаємо нерівність виду (1) при $q=2$.

$$x(2^4\cdot 5\cdot 10^4+2^3\cdot 10\cdot 10^3\cdot x+2^2\cdot 10\cdot 10^2\cdot x^2+2\cdot 5\cdot 10\cdot x^3+x^4)\le 7795116$$

або

$$x(800000+80000\cdot x+4000\cdot x^2+100\cdot x^3+x^4)\le 7795116.$$

Максимальна цифра, яка задовольняє цій нерівності, дорівнює 5. Таким чином, нове значення q дорівнює 25.
5) Отримуємо послідовно значення лівої частини нерівності при $x=5$. Нова остача дорівнює 7795116-6565625=1229491. Результат конкатенації: 122949127776.
6) Складаємо нерівність виду (1) при q=25.

$$x(25^4 \cdot 5 \cdot 10^4 + 25^3 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot x + 25^2 \cdot 10 \cdot 10^2 \cdot x^2 + 25 \cdot 5 \cdot 10 \cdot x^3 + x^4) \le 122949127776$$

або

$$x(19531250000 + 156250000 \cdot x + 625000 \cdot x^2 + 1250 \cdot x^3 + x^4) \le 122949127776$$

Число $x=6$ – максимальний цілий розв'язок нерівності, тому нове значення $q=256$.

7) Ми знайшли всі цифри результату, тому алгоритм завершив роботу. Дійсно, ліва частина останньої нерівності при $x=6$ дорівнює 122949127776, а значить, нова остача дорівнює 0.

Отже, $\sqrt[5]{1099511627776} = 256$.

Зауважимо, що запропонований алгоритм є точним. На кожному циклі 4) – 6) алгоритму знаходиться цифра результату, яка вже не змінюється до кінця роботи алгоритму.

Для обґрунтування побудованого алгоритму скористаємося десятковим записом цілого числа. Так називається його представлення у вигляді суми ступенів числа 10, у якій коефіцієнтами є цифри числа. Якщо результат знаходження кореня n-го степеня з числа A має k цифр, то $A = \left(10^k a_k + 10^{k-1} a_{k-1} + ... + 10^2 a_2 + 10 a_1 + a_0\right)^n$. Запишемо праву частину останньої рівності у вигляді n-го степеня бінома, тобто $A = \left(10 \cdot \overline{a_k a_{k-1} ... a_2 a_1} + a_0\right)^n$, де риска означає, що символи під нею є цифрами числа. Звідси випливає можливість застосування формули бінома Ньютона, в якій і виникають біноміальні коефіцієнти C_n^l. Цей факт пояснює вид виразу в дужках у нерівності (1) для знахождения чергової цифри результата знаходження кореня n-го степеня.

Наприклад, куб чотиризначного числа можна записати так:

$$(10^3 a + 10^2 b + 10c + d)^3 = (10\overline{abc} + d)^3 =$$
$$= C_3^0 10^3 (\overline{abc})^3 + C_3^1 10^2 (\overline{abc})^2 d + C_3^2 10 (\overline{abc}) d^2 + C_3^3 d^3.$$

Три останніх доданки якраз і складають вираз у дужках нерівності (1) після його множення на цифру d, яка на даному етапі алгоритму є шуканою, а попередні 3 цифри a, b, c результата знайдені на попередніх кроках алгоритму.

Висновки та перспективи подальших досліджень

Завдання на узагальнення цілком природно виникають в рамках будь-якого навчального процесу і складають цікавий клас дослідницьких завдань. Розглянутий в роботі приклад підтверджує цей факт. Розв'язання таких задач студентами формує у них навички, які допоможуть їм у їхній професійній діяльності. Відомо, що хороший фахівець розв'язує не тільки чужі задачі, але

вміє ставити і розв’язувати свої завдання. Уміння ставити завдання говорить про глибоке розуміння ситуації.

Підняте у статті питання демонструє можливості зближення вузівської математики зі шкільною, що важливо для створення гарної навчально-методичної бази для викладання математики.

? *Exercises.*

1. Give the main idea of the article.
2. Describe the goals of the article.
3. List the basic terms.

✍ *Task 3. Make summary in English [6].*

ЗАСТОСУВАННЯ РІЗНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ТОПОЛОГІЙ НА СКІНЧЕННИХ МНОЖИНАХ

Скрябіна А.В., Стєганцева П.Г.

Вступ.

На сучасному етапі розвитку математики топологія є надзвичайно універсальним інструментом для досліджень, топологічна структура часто є базою, на якій будуються інші математичні структури. Топологічні простори та їх неперервні відображення з'являються в багатьох розділах математики.

При дослідженні топологій на скінченній множині дуже важливу роль відіграють T_0-топології. Це пояснюється тим фактом, що T_1- та T_2-топології на скінченній множині можуть бути лише дискретними, а серед T_0-топологій є цікаві нетривіальні приклади. Крім цього, для розв’язання задачі підрахунку всіх можливих топологій на скінченній множині достатньо знайти число всіх T_0-топологій на цій множині. Зі статті J.W. Evans., F. Harary, M.S. Lynn відома формула про зв'язок числа $T(n)$ усіх топологій на n-елементній множині та числа $\widetilde{T}(m)$ усіх T_0-топологій на її m-елементних підмножинах:

$$T(n)=\sum_{m=1}^{n} S(n,m)\cdot\widetilde{T}(m),$$

де $S(n,m)$ – числа Стірлінга другого роду.

Для вивчення топологій на скінченній множині їх моделювали, використовуючи різні математичні об’єкти (графи, відношення, булеві функції та інші). Топологічні простори на скінченній множині точок можуть бути описані та досліджені комбінаторними методами завдяки їх тісному зв’язку зі скінченними частковими порядками. Ця взаємодія комбінатонної та топологічної структур на скінченній множині робить скінченні топології важливими математичними об’єктами.

Топології на скінченній множині відіграють ключову роль в теорії розпізнавання образів, теорії молекулярних структур, геометріях на скінченних множинах.

Огляд методів дослідження топологій на скінченній множині

Топологічна структура на *n*-елементній множині є дискретною. Тому при її дослідженні на перший план висуваються задачі підрахунку та перерахування топологій, тобто задачі дискретної математики.

Задача підрахунку топологій на скінченній множині на данний момент залишається нерозв'язаною, тому інтерес до неї зберігається, з'являються публікації дослідників з різних країн з новими результатами. Цей інтерес підсилюється тим, що при дослідженні топологій на скінчених множинах використовуються різні математичні структури. Топології моделюються за допомогою графів, матриць, булевих функцій, упорядкованих наборів цілих чисел. Широко застосовуються методи алгебраїчної топології, комбінаторного аналізу, теорії груп.

а) Між множиною топологій на скінченній множині і множиною всіх передпорядків на цій множині (тобто рефлексивних та транзитивних відношень) існує взаємнооднозначна відповідність. Її існування зводить задачі підрахунку або перерахування елементів однієї з цих множин до аналогічних задач для іншої множини.

Для застосувань топологій на скінчених множинах важливу роль відіграє задача перерахування гомотопічних типів скінчених множин, а також використання інших понять алгебраїчної топології.

Відношення передпорядку ρ на скінченній множині X з топологією τ можна ввести різними способами. Наприклад, $(x,y)\in\rho$ тоді і тільки тоді, коли кожна відкрита множина, що містить x, містить також і y, тобто $x\in\overline{\{y\}}$, де $\overline{\{y\}}$ є замиканням множини $\{y\}$ відносно топології τ. Обернено, для передпорядку ρ на скінченній множині X сукупність $\tau=\{U\subseteq X\mid(\forall x\in U)\,\rho(x)\subseteq U\}$, де $\rho(x)=\{y\mid(x,y)\in\rho\}$, є топологією на X. Такі передпорядок та топологію називають відповідними. В роботі зазначається, що для класифікації скінченних топологічних просторів з точністю до гомотопічної еквівалентності достатньо класифікувати T_0-простори з точністю до гомотопічної еквівалентності.

Отже, розглянемо T_0-топологію на скінченній множині X. Позначимо символом M_x мінімальний окіл точки x з множини X. Сукупність мінімальних околів всіх елементів множини X утворює мінімальну базу T_0-топології. Наведемо ще одне означення порядку на скінченній множині з топологією τ, з використанням поняття мінімальних околів: для будь яких $x,y\in X$ $x\le y$ якщо $Mx\subseteq My$.

При цьому топологія τ є T_0-топологією на X якщо з $x \le y$ і $y \le x$ випливає $x = y$. Це означає, що відношення $x \le y$ на X є рефлексивним, транзитивним та антисиметричним, тобто є відношенням часткового порядку.

Означення зв'язності скінченного топологічного простору таке саме як і для будь-якого топологічного простору. Наприклад, мінімальний окіл M_x будь-якої точки x є зв'язним.

Властивості неперервних відображень топологічних просторів та їх гомеоморфізмів також можна сформулювати в термінах частково впорядкованих множин. Наприклад, має місце твердження:

Якщо X, Y – скінченні, то функція $f : X \to Y$ є неперервною тоді і тільки тоді, коли вона зберігає порядок, тобто з $x \le y$ в X випливає $f(x) \le f(y)$ в Y.

Означення гомотопії, гомотопічно еквівалентних просторів, стягуваних топологічних просторів переноситься з алгебраїчної топології без змін. Було показано, що

Будь-який скінченний симпліціальний комплекс слабко гомотопічно еквівалентний скінченному топологічному простору.

Отже, задача перерахування гомотопічних типів скінченних топологічних просторів настільки ж важлива, як і задача перерахування гомотопічних типів скінченних симпліціальних комплексів. Вказаний факт гомотопічної еквівалентності перетворює скінченні топологічні простори в інструмент для багатьох сучасних застосувань. Зокрема, вказані задачі тісно пов'язані з цифровою обробкою зображень на основі скінченних наборів спостережень, тобто намаганням зрозуміти вміст зображення на основі поняття близькості точок.

б) Моделювання топологій на скінченних множинах за допомогою булевих функцій виявилось достатньо зручним для їх описання та дослідження, оскільки кожну таку топологію можна задати кон'юнктивною нормальною формою спеціального виду і використовувати результати досліджень нормальних форм булевих функцій. Описано T_0-топології саме за допомогою 2-КНФ булевих функцій. Використовуючи цю модель, досліджено взаємно двоїсті та самодвоїсті T_0-топології, а також підраховано кількості T_0-топологій з вагою $25 \cdot 2^{n-6}$.

в) Для досліджень топологій у було введено поняття вектора топології – впорядкованого набору цілих невід'ємних чисел, що визначають мінімальні околи елементів заданої скінченної множини. За допомогою цієї моделі вдалось повністю розв'язати задачі дослідження структури топологій з більшим за 2^{n-1} числом елементів, які часто називають близькими до дискретної топологіями. Вектор топології було використано також для дослідження топологій з не більшим за 2^{n-1} числом елементів.

В цій роботі ми продовжимо дослідження топологій на скінченній множині, описуючи їх вектором топології.

Основна частина.

Найпоширенішою класифікацією топологій на n-елементній множині, яка застосовується в більшості досліджень, є розбиття топологій на класи по кількості елементів в них. Іншими словами, говорять, що топологія на довільній n-елементній множині X відноситься до m-*класу топологій (* або *має вагу* m*)*, якщо вона складається з m елементів ($m = 2,3,\ldots,2^n$). Топологія з вагою $m = 2^n$ є дискретною. Аналіз наявних на даний момент публікацій свідчить про те, що повністю досліджено топології, які належать до класів $m > 2^{n-1}$. Зазначимо, що в проміжку $2^{n-1} < m \le 2^n$ є такі натуральні числа m, що не існує жодної топології з вагою m. Цілком природною є постановка задачі дослідження топологій з вагою $2^{n-2} < m \le 2^{n-1}$.

У 1971 р. R.Stanley опублікував результат про число T_0-топологій на n-елементній множині з вагою $k \ge 7 \cdot 2^{n-4}$, в роботі M.Kolli 2007 року знайдено число всіх топологій з вагою $k \ge 3 \cdot 2^{n-3}$, а в його роботі 2014 року знайдено кількості всіх T_0-топологій з вагою $k \ge 5 \cdot 2^{n-4}$.

Для формулювання задач цієї статті нагадаємо необхідні поняття.

Нехай X – скінченна множина і τ_X – топологія на ній. Множина A з τ_X називається *максимальною* в τ_X, якщо A не міститься ні в якій іншій множині з τ_X, окрім самої множини X. Множина X у цьому випадку називається *охопною.*

Нехай задано множини A, X, $A \subset X$ і топологію τ_A. Будемо відновлювати всі такі топології на множині X, в яких множина A є максимальною і які індукують на множині A топологію τ_A (в цьому випадку топологію τ_A і відповідні топології на X будемо називати *узгодженими*).

Було доведено теореми про вигляд векторів, які задають топології на -елементній множині, узгоджені з близькими до дискретної топологіями на $(n-1)$-елементній множині, та знайдено вагу таких топологій. Виявилось, що у класах топологій з вагою $|\tau| \in [13 \cdot 2^{n-5}, 2^{n-1}]$, за виключенням T_0-топологій, узгоджених з близькими до дискретних та двоїстих до них, інших топологій немає. Було знайдено класи топологій з вагою $|\tau| \in [5 \cdot 2^{n-4}, 13 \cdot 2^{n-5})$, які не вичерпуються T_0-топологіями, узгодженими з близькими до дискретних на $(n-1)$-елементній множині та двоїстими до них. Існують класи топологій з вагою $|\tau| \in (2^{n-2}, 5 \cdot 2^{n-4})$, в яких немає топологій з векторами $(0,\ldots,0,\alpha_{n-1},\alpha_n)$ і $(0,\ldots,0,1,1,\alpha_n)$ при умові $M_{n-2} \cap M_{n-1} = \emptyset$, тобто жодна топологія в класі не є узгодженою ні з якою близькою до дискретної топологією на $(n-1)$-елементній множині.

Природно поставити задачу дослідження топологій з вагою $k \in \left(2^{n-2}, 2^{n-1}\right]$, які не є узгодженими з близькими до дискретної топологіями.

а) Розглянемо T_0-топології з вектором $(0,\dots,0,1,3,3)$, для $n \geq 5$. Зручно аналізувати такі топології, знаходити їх вагу, розглядаючи мінімальні околи елементів. Для цього достатньо розглядати лише мінімальні околи елементів, індекс яких у векторі топології не дорівнює нулю. В даному випадку це M_{n-2}, M_{n-1} і M_n, причому M_{n-2} є двоелементною множиною, а M_{n-1} і M_n – чотирьохелеметними множинами. Вага топології залежатиме від попарних перетинів вказаних мінімальних околів. Всі можливі випадки ми розбили на три класи, описавши потужності попарних перетинів мінімальних околів. При підрахунку ваги топології використано формули і поняття глибини відкритої множини. Наприклад, розглянемо один із випадків, коли $M_{n-2} = \{x_1, x_{n-2}\}$, $M_{n-1} = \{x_1, x_{n-2}, x_j, x_{n-1}\}$ і $M_n = \{x_1, x_{n-2}, x_j, x_n\}$. В цьому випадку вага такої топології дорівнює $|\tau| = 14 \cdot 2^{n-6} + g(\{x_1, x_{n-2}, x_j\})$. Перший доданок дорівнює вазі топології на $(n-1)$-елементній множині з вектором $(0,\dots,0,1,3)$, яка є узгодженою з близькою до дискретної топологією на $(n-2)$-елементній множині. Другий доданок $g(\{x_1, x_{n-2}, x_j\})$ дає глибину вказанної множини і дорівнює $2 \cdot 2^{n-5}$, тому $|\tau| = 9 \cdot 2^{n-5} > 2^{n-2}$.

Отримано наступні результати:

1) Якщо $|M_{n-2} \cap M_{n-1}| = 2$ і потужність хоча б одного з двох інших перетинів дорівнює нулю, то вага топології є меншою або дорівнює 2^{n-2}, тобто не належить множині $(2^{n-2}, 2^{n-1}]$;

2) Якщо $|M_{n-2} \cap M_{n-1}| = 1$ і хоча б один з двох інших перетинів є порожньою множиною, то вага топології не належить множині $(2^{n-2}, 2^{n-1}]$;

3) Якщо $|M_{n-2} \cap M_{n-1}| = 0$, то вага топології не належить множині $(2^{n-2}, 2^{n-1}]$.

б) T_0-топології з вектором $(0,\dots,0,1,2,\alpha_n)$, де $2 \leq \alpha_n \leq n-1$ також не є узгодженими з близькими до дискретної. Аналогічний аналіз перетинів мінімальних околів M_{n-2}, M_{n-1} і M_n дозволив виділити такі випадки:

1) Якщо $|M_{n-2} \cap M_{n-1}| = 2$ або $|M_{n-2} \cap M_{n-1}| = 1$, то вага топології належить множині $(2^{n-2}, 2^{n-1}]$ незалежно від інших перетинів;

2) Якщо $|M_{n-2} \cap M_{n-1}| = 0$, то вага топології не належить множині $(2^{n-2}, 2^{n-1}]$.

Зазначимо, що нами також проведено дослідження T_0-топологій з векторами $(0,\dots,0,1,1,1,2,2)$; $(0,\dots,0,1,1,1,2,3)$; $(0,\dots,0,1,1,1,1,2,2)$; $(0,\dots,0,1,2,2,2)$; $(0,\dots,0,2,\dots,2)$ і знайдено умови на мінімальні околи елементів, які забезпечують належність ваги топології проміжку $(2^{n-2}, 2^{n-1}]$.

Висновки.

Задача підрахунку всіх топологій на довільній скінченній множині залишається нерозв'язаною. Однією з причин можна вважати відсутність такої моделі топології, яка б дозволила створити ефективний алгоритм для підрахунку, або отримати розрахункову формулу від n – кількості елементів в множині.

Кожна з розглянутих моделей топології має як переваги так і недоліки. Один і той самий вектор можуть мати негомеоморфні топології – це суттєвий недолік, але, в той же час, використання цієї моделі дало можливість отримати вагомі результати. Зокрема, ми вже маємо повний список векторів T_0-топологій, вага яких належить проміжку $(2^{n-2}, 2^{n-1}]$ і які є узгодженими з близькими до дискретної топології. В цій роботі представлено результати дослідження T_0-топологій, вага яких належить $(2^{n-2}, 2^{n-1}]$ і які не є узгодженими з близькими до дискретної.

? *Exercises.*

1. Give the main idea of the article.
2. Describe the goals of the article.
3. List the basic terms.

✍ *Task 4. Make summary in English [7].*

Anna Skryabina, Polina Stegantseva, Nadia Bashova

The properties of 2-CNF of the mutually dual and self-dual T_0-topologies on the finite set and the calculation of T_0-topologies of a certain weight

1. Introduction. The methods of the graph theory, the partially ordered sets, Boolean functions, the homotopy topology, and others are used in the modern studies of the topologies on the finite sets.

The selection of the topologies from all possible subsets of the given finite set can be performed with the help of the computer although this method is not effective for the sets with the sufficiently large number of the elements. In the Online Encyclopedia of the Integer Sequences you can find the number of all topologies on n-element set for $n = \overline{0,18}$, as well as the number of the topologies with an accuracy up to homeomorphisms for $n = \overline{0,16}$. These computer-generated data are important for testing of the results obtained by the other methods.

At present, there is no formula for the determination of the total number of the non-homeomorphic topologies as well as the number of all topologies on n-element set, so this question is open. There is a formula which gives the relation

between the number $T(n)$ of all topologies on n-element set and the number $\widetilde{T}(m)$ of all T_0-topologies on m-element sets:

$$T(n)=\sum_{m=1}^{n} S(n,m)\cdot\widetilde{T}(m),$$

where $S(n,m)$ – Stirling numbers of the second kind, which are the known object of the discrete mathematics and are obtained by the formula:

$$S(n,m)=\frac{1}{m!}\left[m^n - C_m^1(m-1)^n + C_m^2(m-2)^n + \ldots + (-1)^{m-1}C_m^{m-1}1^n\right],$$

where $S(n,m)=0$, if $m>n$ or $m=0$, and $S(0,0)=0$, $S(n,n)=1$.

For the first time the formula $T(n)=\sum_{m=1}^{n} S(n,m)\cdot\widetilde{T}(m)$ was published in the article J.W. Evans., F. Harary, M.S. Lynn.

The number k of the elements of the topology on n-element set (the weight of the topology) can take on the natural values from 2 to 2^n. The topologies with the weight $k>2^{n-1}$ are called close to the discrete topology, they have been studied completely.

In 1971, R.Stanley published the result connected with the number of T_0-topologies on n-element set with the weight $k\geq 7\cdot 2^{n-4}$, the number of all topologies with the weight $k\geq 3\cdot 2^{n-3}$ has been found in the article M.Kolli in 2007, and he found the number of all T_0-topologies with the weight $k\geq 5\cdot 2^{n-4}$ in his work in 2014.

T_0-topologies have been studied with the help of the topology vector - an ordered set of the nonnegative integers that define the minimum neighborhoods of the elements of the given finite set. Also the topologies on n-element set, which are compatible with topologies close to discrete ones on (n-1) -element set have been considered. The form of the vector of T_0-topologies with $k\geq 5\cdot 2^{n-4}$ and the values $k\in[5\cdot 2^{n-4}, 2^{n-1}]$, for which there are no T_0-topologies with the weight k have been found.

We can distinguish a number of the subproblems in the complex unsolved problem of the counting of all topologies on n-element set, the solution of which requires one or another of the mentioned methods. The identification of the mutually dual and self-dual T_0-topologies is one of such subproblems. The method of the describing of T_0-topologies with the help of the special form of 2-CNF of Boolean function is convenient for the solution of this problem.

The aim of this work is the investigation of the properties of 2-CNF Boolean function, which specify mutually dual and self-dual T_0-topologies, and their application for the counting of the number of T_0-topologies of a certain weight.

2. The definition of T_0-topologies on the finite set with the help of 2-CNF of Boolean functions. We consider all possible combinations of the subsets of the set X. For each combination there is a single Boolean function, which has this

combination as its truth set, and vice versa. There is a question what Boolean function corresponds to the combination, which forms the topology on the set X. We will find the form of CNF of such function. The concepts of weakly negative, weakly positive, bijunctive Boolean functions have been defined, and the classes of such functions have been denoted by WN, WP and Bi accordingly.

Definition 1. The Boolean function $f(x_1, x_2, \ldots x_n)$ is called

–*weakly negative function*, if there is a conjunctive normal form for it in which each disjunction contains no more than one variable without negation, namely has the form

$$\left(x_{i_1}^{\alpha} \vee \bar{x}_{i_2} \vee \ldots \vee \bar{x}_{i_k}\right)\left(x_{j_1}^{\beta} \vee \bar{x}_{j_2} \vee \ldots \vee \bar{x}_{j_k}\right)\ldots\left(x_{t_1}^{\gamma} \vee \bar{x}_{t_2} \vee \ldots \vee \bar{x}_{t_k}\right),$$

where $\alpha, \beta, \ldots, \gamma$ are Boolean constants.

– *weakly positive function*, if there is a conjunctive normal form for it in which each disjunction contains no more than one variable with the negation, namely has the form

$$\left(x_{i_1}^{\alpha} \vee x_{i_2} \vee \ldots \vee x_{i_k}\right)\left(x_{j_1}^{\beta} \vee x_{j_2} \vee \ldots \vee x_{j_k}\right)\ldots\left(x_{t_1}^{\gamma} \vee x_{t_2} \vee \ldots \vee x_{t_k}\right),$$

where $\alpha, \beta, \ldots, \gamma$ are Boolean constants.

– *bijunctive function*, if there is a conjunctive normal form for it in which each disjunction contains exactly two variables, namely has the form

$$\left(x_{i_1}^{\alpha_1} \vee x_{i_2}^{\alpha_2}\right)\left(x_{j_1}^{\beta_1} \vee x_{j_2}^{\beta_2}\right)\ldots\left(x_{t_1}^{\gamma_1} \vee x_{t_2}^{\gamma_2}\right)$$

where $\alpha_i, \beta_i, \ldots, \gamma_i$ are Boolean constants. This conjunctive normal form is called 2-CNF of Boolean function.

The following theorem has been proved.

Theorem 1. The set of the subsets of n-element ordered set $X = (x_1, x_2, ..., x_n)$ forms the topology on the given set if and only if Boolean function $f(x_1, x_2, ..., x_n)$, corresponding to this set, belongs to the intersection $Bi \cap WP \cap WN$.

The topology with 2-CNF is not uniquely defined, namely Boolean function from the intersection $Bi \cap WP \cap WN$ may have several different 2-CNF. But there is a single (up to the accuracy of the designation of the variables) maximum 2-CNF for each Boolean function.

Definition 2. *The maximum* 2-CNF of Boolean function, which determines the topology, is called such 2-CNF, which has the following property. If the pair of the disjunctions $x_i \vee \bar{x}_j$ and $x_j \vee \bar{x}_k$ belongs to 2-CNF then the disjunction $x_i \vee \bar{x}_k$ also belongs to 2-CNF, where $i, j, k = \overline{1, n}$.

Let τ be a topology on the finite set $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$. The collection $B = \{\varnothing, M_1, \ldots M_n\}$, in which M_i – the minimum neighborhood of the point x_i, is the base of the topology τ, which will be called *the minimum*.

Theorem 2. Let τ be the topology on n-element set X with the minimal base $B=\{\varnothing,M_1,\ldots M_n\}$. If $M_k=\{x_k,x_{i_1},...,x_{i_s}\}$, then there is a 2-CNF of Boolean function that specifies the topology τ that contains the conjunction of the form

$$\varphi_k=(\bar{x}_k\vee x_{i_1})\wedge\ldots\wedge(\bar{x}_k\vee x_{i_s}).$$

In particular, if $M_k=\{x_k\}$, then $\varphi_k\equiv 1$. Inversely, if some 2-CNF of Boolean function that specifies the topology τ has the form $\varphi=\widetilde{\varphi}(\bar{x}_k\vee x_{i_1})\wedge\ldots\wedge(\bar{x}_k\vee x_{i_s})$, where 2-CNF $\widetilde{\varphi}$ does not contain $\bar{x}_k$, then there is an inclusion $\{x_k,x_{i_1},...,x_{i_s}\}\subseteq M_k$.

Proof. Let us renumber the elements of the set X so that there is a minimum neighborhood $M_k=\{x_k,x_1,...,x_s\}$. Then the executive vectors for the corresponding Boolean function are the vectors $(1,1,...,1,\alpha_{s+1},...,\alpha_{k-1},1,\alpha_{k+1},...,\alpha_n)$. On all these sets $\varphi_k=(\bar{x}_k\vee x_1)\wedge\ldots\wedge(\bar{x}_k\vee x_s)=1$, that is φ_k belongs to some 2-CNF.

Inversely, let $\varphi_k=(\bar{x}_k\vee x_1)\wedge\ldots\wedge(\bar{x}_k\vee x_s)$ belongs to some 2-CNF of Boolean function and it is not present in other disjunctions $\bar{x}_k$. Obviously $\varphi_k=1$ on the sets

$$(1,1,...,1,\alpha_{s+1},...,\alpha_{k-1},\alpha_k,\alpha_{k+1},...,\alpha_n),$$

of which, only the sets $(1,1,...,1,\alpha_{s+1},...,\alpha_{k-1},1,\alpha_{k+1},...,\alpha_n)$ correspond to the subsets that contain x_k. So, $\{x_k,x_1,...,x_s\}\subseteq M_k$. Theorem is proved.

Theorem 3. Let $B=\{\varnothing,M_1,\ldots M_n\}$ be the minimum base of the topology τ and φ_k be the conjunction that corresponds to the minimum neighborhood M_k, $k=\overline{1,n}$. Then the conjunctive normal form $\varphi=\bigwedge\limits_{k=1}^{n}\varphi_k$ is the maximum 2-CNF.

Proof. Let 2-CNF φ is written on the minimum base $B=\{\varnothing,M_1,\ldots M_n\}$. We show that φ is the maximum. Let the disjunctions $x_i\vee\bar{x}_j$ and $x_j\vee\bar{x}_k$ are included in φ at the same time. According to Theorem 2, this means, that $x_i\in M_j$ and $x_j\in M_k$. From the definition of the minimum neighborhood we have the inclusions $M_i\subset M_j$ and $M_j\subset M_k$, hence the inclusion $M_i\subset M_k$, namely $x_i\in M_k$. It follows from Theorem 2 that 2-CNF φ includes the disjunction $x_i\vee\bar{x}_k$. According to the definition 2, 2-CNF φ is the maximum, which had to be proved.

Corollary 1. The maximum 2-CNF of Boolean function, which defines the topology on the finite set, uniquely determines the minimum neighborhoods of all its points.

Proof. Let $\varphi=\bigwedge\limits_{k=1}^{n}\varphi_k$ – the given maximum 2-CNF. Let us denote the set that contains x_k and all the variables that are in disjunction with $\bar{x}_k$ by K. By Theorem 2 we have the inclusion $K\subseteq M_k$. The inclusion $M_k\subseteq K$ follows from the maximum φ. It follows from the fact that $x_i\in M_k$ that the disjunction $x_i\vee\bar{x}_k$

belongs to φ which means that $x_i \in K$. So, $K = M_k$. If φ does not contain the disjunctions with $\bar{x}_k$, then $M_k = \{x_k\}$.

Example 1. For the maximum 2-CNF

$$\varphi = (x_1 \vee \bar{x}_3)(x_2 \vee \bar{x}_4)(x_1 \vee \bar{x}_5)(x_2 \vee \bar{x}_5)(x_3 \vee \bar{x}_5)$$

of the topology on a five-element set the minimum base of the topology has the form

$$B = \{\varnothing, \{x_1\}, \{x_2\}, \{x_1, x_3\}, \{x_2, x_4\}, \{x_1, x_2, x_3, x_5\}\}.$$

Corollary 2. Each Boolean function $\varphi(x_1,...,x_n)$ that specifies the topology on the set $X = \{x_1,...,x_n\}$ has a single maximum 2-CNF.

3. 2-CNF of the mutually dual and self-dual topologies.

Definition 3. Let $C\tau$ – the set of the complements to the elements of the topology τ. The topologies τ and $C\tau$, as well as the corresponding 2-CNF f_τ and $f_{C\tau}$ are called *mutually dual* ones.

Theorem 4. If some 2-CNF specifies the topology τ, then 2-CNF, obtained from it by the substitution $x_i \to \bar{x}_i$, $\bar{x}_j \to x_j$, specifies the topology $C\tau$.

Proof. Let us consider any disjunction $x_i \vee \bar{x}_j$, which is the part of 2-CNF f_τ of Boolean function, which specifies the topology τ on the set $X = \{x_1,...,x_i,...,x_j,...,x_n\}$. Then, the truth domain of Boolean function includes the sets $(\alpha_1,...,\alpha_{i-1},1,\alpha_{i+1},...,\alpha_j,...,\alpha_n)$ and $(\alpha_1,...,\alpha_{i-1},0,\alpha_{i+1},...,\alpha_{j-1},0,\alpha_{j+1},...,\alpha_n)$. After these replacements, they will be replaced by the sets $(\bar{\alpha}_1,...,\bar{\alpha}_{i-1},0,\bar{\alpha}_{i+1},...,\bar{\alpha}_j,...,\bar{\alpha}_n)$ and $(\bar{\alpha}_1,...,\bar{\alpha}_{i-1},1,\bar{\alpha}_{i+1},...,\bar{\alpha}_{j-1},1,\bar{\alpha}_{j+1},...,\bar{\alpha}_n)$, and the selected disjunction will be replaced by the disjunction $\bar{x}_i \vee x_j$. The disjunction $\bar{x}_i \vee x_j$ is equal to 1 on the new sets. The set $(\alpha_1,...,\alpha_{i-1},1,\alpha_{i+1},...,\alpha_j,...,\alpha_n)$ defines the subset $A \in \tau$, and the set $(\bar{\alpha}_1,...,\bar{\alpha}_{i-1},0,\bar{\alpha}_{i+1},...,\bar{\alpha}_j,...,\bar{\alpha}_n)$ defines a subset $CA \in C\tau$. Similarly, the set $(\alpha_1,...,\alpha_{i-1},0,\alpha_{i+1},...,\alpha_{j-1},0,\alpha_{j+1},...,\alpha_n)$ defines the subset $V \in \tau$, and the set $(\bar{\alpha}_1,...,\bar{\alpha}_{i-1},1,\bar{\alpha}_{i+1},...,\bar{\alpha}_{j-1},1,\bar{\alpha}_{j+1},...,\bar{\alpha}_n)$ defines the subset $CV \in C\tau$.

Thus, after these changes with 2-CNF, which specifies the topology τ, we obtain 2-CNF, which specifies the dual topology $C\tau$. Theorem is proved.

Definition 4. Two 2-CNF f_1 and f_2 of the topology on the set X are called equivalent if the bijection $\varphi: X \to X$ exists and has the corollary $f_2 = \varphi(f_1)$. If a 2-CNF f_τ is equivalent to $f_{C\tau}$, then f_τ and $f_{C\tau}$, as well as corresponding homeomorphic topologies τ and $C\tau$, will be called *self-dual*.

Let us find out when 2-CNF and the corresponding topology are self-dual.

Definition 5. The number which is equal to the number of the occurrences of this variable in the corresponding 2-CNF is called t*he multiplicity* of the variable x_i in the topology on the set X. Let us denote the multiplicity of the variable x_i by r_i, the multiplicity $\bar{x}_i$ by $\bar{r}_i$.

Theorem 3.5. Two maximum 2-CNF $f_1(x_1,...,x_n)$ i $f_2(y_1,...,y_n)$ are equivalent if and only if the variables can be divided into pares x_i, y_j such that $r_i = s_j$ and $\bar{r}_i = \bar{s}_j$.

Proof. Let $\varphi : x_i \to y_j$ be the bijection which sets an equivalence of the maximum 2-CNF $f_1(x_1,...,x_n)$ i $f_2(y_1,...,y_n)$. Then the equalities $r_i = s_j$ and $\bar{r}_i = \bar{s}_j$ are true.

Conversely, let $r_i = s_j$ and $\bar{r}_i = \bar{s}_j$ are true for the maximum 2-CNF $f_1(x_1,...,x_n)$ and $f_2(y_1,...,y_n)$ of the topologies τ_1 and τ_2. We will describe what the bijection can be constructed.

Suppose the variables are ordered so that the inequalities $\bar{r}_{i_1} \le \bar{r}_{i_2} \le ... \le \bar{r}_{i_n}$ and $\bar{s}_{j_1} \le \bar{s}_{j_2} \le ... \le \bar{s}_{j_n}$ are true. We have $\bar{r}_{i_k} = \bar{s}_{j_k}$ for each *k*, so we have that the minimum neighborhoods of the elements x_{i_k} and y_{j_k} are equivalent.

The topologies τ_1 and τ_2 are the To topologies, so we will definitely have the equalities $\bar{r}_{i_1} = \bar{r}_{i_2} = ... = \bar{r}_{i_k} = 0$ and $\bar{s}_{j_1} = \bar{s}_{j_2} = ... = \bar{s}_{j_k} = 0, k \ge 1$. We will set the next substitutions $x_{i_1} \to y_{j_1},...,x_{i_k} \to y_{j_k}$, which also are the substitutions between the single element minimum neighborhoods. Further we consider the minimum neighborhood $M_{i_{k+1}}$ of the element $x_{i_{k+1}}$, and the minimum neighborhood $\widetilde{M}_{j_{k+1}}$ of the element $y_{j_{k+1}}$. Let we have the equality $\bar{r}_{i_{k+1}} = \bar{s}_{j_{k+1}} = l, \quad 1 \le l \le k$, thus these minimum neighborhoods include the elements $x_{i_{k+1}}$ and $y_{j_{k+1}}$ respectively, and also l elements between which we already have the substitution. We will put $x_{i_{k+1}} \to y_{j_{k+1}}$. So we have $M_{i_{k+1}} \to \widetilde{M}_{j_{k+1}}$. Similar conclusions we will have for the minimum neighborhoods of the other elements. Hence the minimum basis of the topologies τ_1 and τ_2 are corresponding in built substitution. So the topologies τ_1 and τ_2 are homeomorphic, and 2-CNF $f_1(x_1,...,x_n)$ and $f_2(y_1,...,y_n)$ are equivalent.

Corollary 3.6. The maximum 2-CNF defines a self-dual topology on the set X if and only if the variables can be divided into pares $x_i, \bar{x}_j$ such that $r_i = \bar{r}_j$ and $\bar{r}_i = r_j$.

Example 2. Let $f_\tau = (x_1 \vee \bar{x}_2)(x_1 \vee \bar{x}_5)(x_2 \vee \bar{x}_5)$. Here $r_1 = 2$, $\bar{r}_5 = 2$, $r_2 = 1$, $\bar{r}_2 = 1$, ie $r_1 = \bar{r}_5$ and $r_2 = \bar{r}_2$. We construct 2-CNF of the dual topology $f_{C\tau} = (\bar{x}_1 \vee x_2)(\bar{x}_1 \vee x_5)(\bar{x}_2 \vee x_5)$. The bijection $x_1 \leftrightarrow x_5$, $x_2 \leftrightarrow x_2$, $x_3 \leftrightarrow x_3$, $x_4 \leftrightarrow x_4$ proves that τ is the self-dual topology.

We show that the presetting of 2-CNF of the topology and its presetting by the topology vector are related. Suppose that the topology τ is given on the finite set X and $a \in X$.

Definition 6. *The index of the point (element)* $a \in X$ in the topology τ is called a number $ind_\tau(a)$, which is equal to the number of the elements which are not equal to a in its minimum neighborhood M_a.

Definition 7. The non-descending sequence of the indices of all elements will be called *the topology vector*. The vector of the topology τ will be denoted by $\nu(\tau)=(\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_n)$. *The index of the topology* τ is the sum of the indices of all elements of the set X in the vector of this topology.

Theorem 6. The sequence $(\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_n)$ of the nonnegative integers is the vector of some T_0-topology on n-element set if and only if it satisfies the following conditions:

a) $\alpha_i \le \alpha_{i+1}$, $i=\overline{1,n-1}$,

b) $\alpha_i \le i-1$, $i=\overline{1,n}$.

It follows from this theorem

Corollary 3. If two T_0-topologies are mutually dual, then their indices are the same.

Proof. By the definition, the index of the topology τ is the sum of the indices of all elements of the set X in the vector of this topology. This last sum, in turn, is equal to the number $\sum=(|M_1|-1)+\ldots+(|M_n|-1)$, which determines the number of disjunctions in the maximum 2-CNF of this topology. On the other hand, $\sum = r_1+\ldots+r_n=\bar{r}_1+\ldots+\bar{r}_n$. This fact results in the equality of indices of the mutually dual topologies, because the maximum 2-CNF of the topology $C\tau$ is obtained from the maximum 2-CNF of the topology τ by the replacement $x_i \to \bar{x}_i$, $\bar{x}_j \to x_j$. The corollary is proved.

4. The enumeration and the calculation of all observed T_0-topologies with the weight $25\cdot 2^{n-6}$. The purpose of this section is to show the use of the vector and 2-CNF of T_0-topologies for their enumeration and calculation on the example of T_0-topologies with the weight $25\cdot 2^{n-6}$.

Table 6 shows that in the class $25\cdot 2^{n-6}$ there are 7 non-observed T_0-topologies, and it is shown that the number of all observed T_0-topologies of this class at $n>6$ is equal to $\frac{n+14}{24}\cdot(n)_6+\frac{1}{24}\cdot(n)_7$.

Theorem 7. T_0-topology has the weight $25\cdot 2^{n-6}$ if and only if its vector has one of the following forms:

1) $(0,\ldots,0,1,5)$, if a) $M_{n-1}\subset M_n$; b) $M_{n-1}\cap M_n=\{x_i\}$,

2) $(0,\ldots,0,2,2)$, if $M_{n-1}\cap M_n=\emptyset$,

3) $(0,\ldots,0,1,1,1,1,2)$, if $\bigcap_{m=n-4}^{n-1} M_m=\{x_i\}$ and a) $M_{n-1}\subset M_n$;

b) $\bigcap_{m=n-4}^{n} M_m = \{x_i\}$,

4) $(0,\dots,0,1,1,2)$, if $M_{n-2} \cap M_{n-1} = \{x_i\}$ and $\bigcap_{m=n-2}^{n} M_m = \varnothing$,

5) $(0,\dots,0,1,1,1,1)$, if $M_{n-3} \cap M_{n-2} = \{x_j\}$ and $M_{n-1} \cap M_n = \{x_i\}$, and $x_j \neq x_i$.

Thus T_0-topologies with the vectors $(0,\dots,0,1,5)$ and $(0,\dots,0,1,1,1,1,2)$, $(0,\dots,0,2,2)$ and $(0,\dots,0,1,1,1,1)$ are mutually dual, and T_0-topology with the vector $(0,\dots,0,1,1,2)$ is self-dual.

Proof. We show that the weight of T_0-topologies for each of these vectors is equal to $25 \cdot 2^{n-6}$. It was proved that the topologies with the vectors $(0,\dots,0,1,5)$ for cases a) and b), as well as with the vector $(0,\dots,0,2,2)$, under the condition $M_{n-1} \cap M_n = \emptyset$, have weight $25 \cdot 2^{n-6}$. These topologies induce close to discrete topologies on a set $X = (x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$. We show that the topologies with the vector $(0,\dots,0,1,5)$ in the case of $M_{n-1} \subset M_n$ are mutually dual with the topologies with the vector $(0,\dots,0,1,1,1,1,2)$ when $\bigcap_{m=n-4}^{n-1} M_m = \{x_i\}$ and $M_{n-1} \subset M_n$. In order to do this, we denote one of the homeomorphic topologies with the vector $(0,\dots,0,1,5)$ by the symbol τ. Let its minimal base have the form $B_1 = \{\emptyset, \{x_1\}, \dots, \{x_{n-2}\}, \{x_1, x_{n-1}\}, \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_{n-1}, x_n\}\}$, then the corresponding maximum 2-CNF has the form $f_1 = (x_1 \vee \bar{x}_{n-1})(x_1 \vee \bar{x}_n)(x_2 \vee \bar{x}_n)(x_3 \vee \bar{x}_n)(x_4 \vee \bar{x}_n)(x_{n-1} \vee \bar{x}_n)$. After replacement $x_i \to \bar{x}_i$, $\bar{x}_j \to x_j$, we obtain the topology $C\tau$ and the corresponding 2-CNF $\widetilde{f_1} = (x_{n-1} \vee \bar{x}_1)(x_n \vee \bar{x}_1)(x_n \vee \bar{x}_2)(x_n \vee \bar{x}_3)(x_n \vee \bar{x}_4)(x_n \vee \bar{x}_{n-1})$. The bijection $x_1 \leftrightarrow x_n$, $x_{n-1} \leftrightarrow x_{n-1}$, $x_2 \leftrightarrow x_{n-4}$, $x_3 \leftrightarrow x_{n-3}$ and $x_4 \leftrightarrow x_{n-2}$ reduces it to the equivalent 2-CNF $f_2 = (x_1 \vee \bar{x}_{n-4})(x_1 \vee \bar{x}_{n-3})(x_1 \vee \bar{x}_{n-2})(x_1 \vee \bar{x}_{n-1})(x_1 \vee \bar{x}_n)(x_{n-1} \vee \bar{x}_n)$. Thus, the minimum base of the topology $C\tau$ has the form $B_2 = \{\emptyset, \{x_1\}, \dots, \{x_{n-5}\}, \{x_1, x_{n-4}\}, \{x_1, x_{n-3}\}, \{x_1, x_{n-2}\}, \{x_1, x_{n-1}\}, \{x_1, x_{n-1}, x_n\}\}$, and its vector $(0,\dots,0,1,1,1,1,2)$, and the conditions are met $\bigcap_{m=n-4}^{n-1} M_m = \{x_i\}$ and $M_{n-1} \subset M_n$. Thus, the topologies are mutually dual. Similarly, we can show that the topology with the vector $(0,\dots,0,1,5)$, $M_{n-1} \cap M_n = \{x_i\}$ and the topology with the vector $(0,\dots,0,1,1,1,1,2)$, $\bigcap_{m=n-4}^{n} M_m = \{x_i\}$ are mutually dual, and also that the topologies with the vectors $(0,\dots,0,2,2)$ and $(0,\dots,0,1,1,1,1)$ are mutually dual. This leads to the conclusion that the topologies with the vectors $(0,\dots,0,1,1,1,1,2)$ and $(0,\dots,0,1,1,1,1)$, under these conditions, also have weight $25 \cdot 2^{n-6}$.

It remains to consider the topologies with the vector $(0,\dots,0,1,1,2)$ under the condition $M_{n-2}\cap M_{n-1}=\{x_i\}$ and $\bigcap\limits_{m=n-2}^{n} M_m=\varnothing$. First, calculate their weight. In order to do this, we use the idea described, we obtain $|\tau|=2^{n-2}+2^{n-4}+2^{n-5}+2^{n-6}\left(2^2-1\right)=2^{n-6}\left(2^4+2^2+2+3\right)=25\cdot 2^{n-6}$. We show that such a topology is self-dual. The minimal base of one of the homeomorphic topologies has the form $B=\left\{\emptyset,\{x_1\},\dots,\{x_{n-3}\},\{x_1,x_{n-2}\},\{x_1,x_{n-1}\},\{x_2,x_3,x_n\}\right\}$, corresponding to it 2-CNF $f=(x_1\vee\bar{x}_{n-2})(x_1\vee\bar{x}_{n-1})(x_2\vee\bar{x}_n)(x_3\vee\bar{x}_n)$. The multiplicities $r_1=2$, $r_2=1$, $r_3=1$, $\bar{r}_{n-2}=1$, $\bar{r}_{n-1}=1$ and $\bar{r}_n=2$ of the variables allow the division into pairs in accordance with Corollary 3.6. Thus, T_0-topology is self-dual.

In order to prove the inverse statement, count the number of all observed T_0 -topologies with the specified vectors. The number of the observed topologies with the vectors $(0,\dots,0,1,5)$ and $(0,\dots,0,2,2)$ was calculated for these cases. Obviously, the number of dual to them will be the same. The total number will be equal to $\frac{7}{12}\cdot(n)_6+\frac{1}{12}\cdot(n)_7$, where $(n)_m=n(n-1)\cdots(n-m+1)$ is the symbol of Pochhammer. Now count the number of observed T_0-topologies with the vector $(0,\dots,0,1,1,2)$. We get the number $C_n^{n-3}\cdot C_3^2\cdot(n-3)\cdot C_{n-4}^2=\frac{1}{4}(n)_6$. The total number of the topologies with the weight $25\cdot 2^{n-6}$ is equal to $\frac{7}{12}\cdot(n)_6+\frac{1}{12}\cdot(n)_7+\frac{1}{4}(n)_6=\frac{7}{12}\cdot(n)_6+\frac{1}{24}\cdot(n)_7+\frac{1}{24}\cdot(n)_7+\frac{1}{4}(n)_6=\frac{10}{12}\cdot(n)_6+\frac{1}{24}\cdot(n)_6(n-6)+\frac{1}{24}\cdot(n)_7=\frac{n+14}{24}\cdot(n)_6+\frac{1}{24}\cdot(n)_7$. Since this number coincides with that obtained in Kolli's work, it means that there are no other topologies with such weight. Theorem is proved.

❓ *Exercises.*

1. Give the main idea of the article.
2. Describe the goals of the article.
3. List the basic terms.

✍ *Task 5. Make abstract in English [11].*

The chromatic number of the function
I.G. Velichko, E.V. Stegantsev

The concept of homomorphism, which is very useful for the studying of the properties of the groups, is one of the basic concepts of the group theory. The homomorphism is the group operation preserving mapping from one group into the other group. An analogue of the concept of the homomorphism in the case when

the arbitrary completely defined mapping $f: X^n \to X$ is given instead of group operation has been proposed by the authors. The case $n = 2$ and $X \subset R$ has been studied thoroughly. The definition of the chromatic number of this mapping and the examples of its evaluation have been given.

Let G be some group. If there exists such finite group T, which contains $k > 1$ elements, and $f: G \to T$ – surjective homomorphism, then let us say that the group G belongs to the chromatic k-class. The minimal nontrivial group, for which it is possible to construct such homomorphism, is of grate interest. Let us call the minimal number of the chromatic class, to which the given group belongs, the chromatic number of the group G. This name comes from the fact that the elements of the group G are considered to be pained in several colors in such a way that complete inverse image of each element consists of the elements which are alike in color. The homomorphism is given

In other words, the group belongs to the chromatic k-class if it has the normal divisor of index k, and the chromatic number of the group is the minimal index of the nontrivial normal subgroup.

Examples.

1. The chromatic number of the group S_n is equal to 2, because it contains the normal divisor A_n of the index 2. Indeed, if one paint all even substitutions in one color, and the odd substitutions in the other color, then the color of the product of the substitutions can be determined uniquely.

2. The chromatic number of the cyclic group of order p^α is equal to p, where p is the prime number.

3. Group $(Z,+)$ can be mapped onto the group $(Z_n,+)$ for all $n \in N$ naturally, that is this group belongs to the chromatic n-class for all $n \in N \setminus \{1\}$, and its chromatic number is equal to 2.

It is obviously that, the chromatic numbers of the isomorphic groups and the chromatic classes, to which they belong, are the same. One can use this fact to prove the nonisomorphy of the groups.

Let us turn to the generalization of the concepts of the chromatic class and the chromatic number of the group in the case of the arbitrary set.

Let the mapping from the Cartesian power of the set into this set is given. In this article we restrict ourselves to the case of the mapping with two arguments and $X \subset R$.

Let us consider the arbitrary function $f(x, y)$ over the Cartesian square of some number set X. The range of the function belongs to the set X. The value of the function $f(x, y)$ is considered to be an analog of the result of the group operation on the elements x, y. It stands to reason that it is not necessary to require the associativity of the operation $x * y = f(x, y)$, the existence of the neutral and inverse elements.

If such coloring of the set X in the finite number of colors $k \geq 2$, that the color of the value of the function $f(x, y)$ is determined uniquely by the colors of the values of the arguments x и y exists, then we say that this function belongs to the chromatic k-class. The minimal number of the chromatic class, to which this function belongs, we call the chromatic number of the function $f(x, y)$ on the set X and designate $H(f(x, y), X)$. If the function does not have the finite chromatic number, then we say that it is equal to infinity.

Obviously, if the range of the function $f(x, y)$ is inconsistent with X, and it is the proper subset of X, then $H(f(x, y), X) = 2$. To prove this fact we paint the numbers which belong to the range of the function $f(x, y)$ in one color, and the numbers which do not belong to the range of this function in the other color. For example $H(a^2x^2 + b^2y^2 + c, R) = 2$, $H(|f(x, y)| + c, R) = 2$. In these examples $a, b, c \in R$, $f(x, y)$ is arbitrary function on the number plane.

If the set X is finite one, and if we paint each element in the separate color, then we obtain $H(f(x, y), X) \leq |X|$.

The concept of the chromatic number of the function on some set is closely linked to the concept of V.L. Rvachev R-function. The fact that the function $f(x, y) = xy - 1$ can not be R-function, which was proved in the article before, can be reformulated in the following way: there exist the numerical functions with the infinite chromatic numbers. Among other things, $H(xy - 1, R) = \infty$.

Let us give the trivial examples. We consider the sets R or Z by way of the set X.

1. The function $f_1(x, y) = x + y$, on the set $Z \times Z$, belongs to all chromatic classes. To demonstrate it, we locate the natural number $k \geq 2$ and paint the numbers, which have equal remainders in division by k, in the same color. This makes it possible to determine the color of the sum of any couple of integers uniquely. Obviously, the function $f_1(x, y) = x + y$ on the set Z has the chromatic number 2, viz $H(x + y, Z) = 2$. The coloring of the even numbers in one color and the odd numbers in the other color serves as a model of the required coloring in two colors. This result has been formulated above, in the example 3, using the group viewpoint.

2. The chromatic number of the function $f_2(x, y) = xy$ on the set Z is also equal to 2. The coloring of the even numbers in one color and the odd numbers in the other color serves as a model of the required coloring in two colors.

3. The chromatic number of the function $f_2(x, y) = xy$ on the set R is also equal to 2. To demonstrate it, let us paint zero in one color, and the rest of the real numbers in the other color. Note that the function $f_2(x, y) = xy$ on the set R can be also associated with the chromatic class 3. For this purpose it is necessary to paint odd numbers, even numbers and zero in different colors.

The proof of the fact that the chromatic number of the arbitrary linear function and the chromatic number of the function $f(x,y)=x^2-y^2$, on the $R\times R$ are equal to infinity is the main result of this article.

Theorem 1. If $\alpha\beta\neq 0$, then $H(\alpha x+\beta y+\gamma,R)=\infty$.

Proof. Let us suppose that $H(\alpha x+\beta y+\gamma,R)=k$. Then there exists such coloring of the set R in k colors, that one can determine the color of the expression $\alpha x+\beta y+\gamma$ uniquely, if the colors of the arguments are known. Such coloring of the set R determines the equivalence relation on it. Each equivalence class consists of the numbers of the same color. By hypothesis the following relation takes place

$$x_1\sim x_2\wedge y_1\sim y_2\Rightarrow(\alpha x_1+\beta y_1+\gamma)\sim(\alpha x_2+\beta y_2+\gamma). \quad (1)$$

Lemma 1.1. The following implication takes place:

$$x\sim y\Rightarrow \alpha x+t\sim \alpha y+t \quad \forall t\in R. \quad (2)$$

Proof. Let us designate such number that $\beta s+\gamma=t$ by s. It always exists, because $\beta\neq 0$. Then, by reason of (1), we obtain the following

$$x\sim y\wedge s\sim s\Rightarrow(\alpha x+\beta s+\gamma)\sim(\alpha y+\beta s+\gamma)\Leftrightarrow \alpha x+t\sim \alpha y+t.$$

Lemma 1.2. If even one equivalence class, which does not contain 0, involves only one element, then all equivalence classes, which do not contain 0, are one-element classes.

Proof. Let the element $a\neq 0$ be unique in its class. It means, that $z\sim a\Leftrightarrow z=a$. Let us consider the arbitrary element $x\in R, x\neq 0$. We accept the existence of $y\neq x$ and $y\sim x$. Let $t=a-\alpha x$. By applying lemma 1.1, we obtain

$$x\sim y\Rightarrow \alpha x+a-\alpha x=a\sim \alpha y+a-\alpha x=a+\alpha(y-x),$$

$x\sim y\Rightarrow a\sim a+\alpha(y-x)$. The last equivalence is possible if only $a=a+\alpha(y-x)$. We obtain $y=x$, taking into the consideration, that $\alpha\neq 0$. It means, that the class, which contains x, is one-element class, which was to be proved.

Let us consider the one-element class, which contains 0. It follows from the lemma 1.2 that, the number of classes is equal to the number of the real numbers, viz it is infinite. This variant is impossible, because the required number of the colors should be finite. Hence, there exists $z\neq 0,\quad z\sim 0$.

Lemma 1.3. If $z\sim 0$, then $n\alpha z\sim 0\ \ \forall n\in Z$.

Proof. Let us use the method of mathematical induction.

For $n=0$ the proposition clearly holds.

Let us suppose that it is also true for $n\in Z$, that is $n\alpha z\sim 0\sim z$.

We take $t=n\alpha z$ in the forward induction and apply (2). Then

$$z \sim 0 \Rightarrow \alpha z + n\alpha z = (n+1)\alpha z \sim n\alpha z \sim 0 \Rightarrow (n+1)\alpha z \sim 0.$$

We take $t = (n-1)\alpha z$ in the backward induction. Using the implication (2), we obtain

$$0 \sim z \Rightarrow (n-1)\alpha z \sim \alpha z + (n-1)\alpha z = n\alpha z \sim 0 \Rightarrow (n-1)\alpha z \sim 0.$$

Lemma 1.4. If $x \sim y$, then $\alpha(x-y) \sim \alpha(y-x) \sim 0$.

Proof. Let us apply lemma 1.1 for $t = -\alpha y$. We obtain

$$x \sim y \Rightarrow \alpha x - \alpha y = \alpha(x-y) \sim \alpha y - \alpha y = 0.$$

One can prove the second part of the statement by a similar way.

Let us prove the theorem 1. Put $H(\alpha x + \beta y + \gamma, R) = k$. Let us consider the element z such that $z \neq 0$. Let us denote $y = \frac{1}{\alpha^2}\frac{z}{k!}$. The system $\{0, y, 2y, 3y, ..., ky\}$ contains $k+1$ elements, which are painted in k colors. According to Dirichlet principle, at least two elements from this system are painted in the same color. Let it be the elements py and $(p+m)y$, besides $0 < m < k$. According to the lemma 1.4

$$\alpha((p+m)y - py) = m\alpha y \sim 0.$$

Since $0 < m < k$, then $n = \frac{k!}{m}$ is the integer. According to the lemma 1.3 the number $\alpha n(m\alpha y) = \frac{k!}{m} m\alpha^2 y = \frac{k!}{\alpha^2}\frac{\alpha^2 z}{k!} = z$ is equivalent to 0, but this is in contrast with the selection of the element z. The theorem is proved.

Remark. The conclusion of the theorem 1 remains true if one consider the set Q ($\alpha, \beta, \gamma \in Q$) instead of the set R.

Corollary. There are no subgroups of the normal index of the groups $(R,+)$ and $(Q,+)$.

Proof. Let us confine ourselves to the consideration of the set R. The proof for the set Q is similar to the proof for the set R.

We take $\alpha = \beta = 1$, $\gamma = 0$ in the theorem, then $H(x+y, R) = \infty$. Let us assume the contrary. The group $(R,+)$ has the subgroup M (which is normal subgroup because of the commutativity of the group R) such that $R/M \cong P$, where $|P| = k$, $1 < k < \infty$. Let us designate the mapping, which defines the chosen homomorphism, by f.We paint all the elements in each of the complete inverse images of the elements from P in the same color. At such coloring two real numbers are alike in color when and only when their images are the same.

Let us consider two sums $a+b$ и $\widetilde{a}+\widetilde{b}$, the corresponding elements of which are alike in color. Let us prove that these sums are alike in colors. By virtue of the fact that $f(a+b)=f(a)+f(b)=f(\widetilde{a})+f(\widetilde{b})=f(\widetilde{a}+\widetilde{b})$. Hence, the color of the sum is defined uniquely by the colors of the addends. It means that the function $x+y$ on R belongs to the chromatic k-class. It is in contrast with the statement $H(x+y,R)=\infty$. The corollary is proved.

Let us give an example of the quadratic polynomial, the chromatic number of which is infinite.

Theorem 2. $H(x^2-y^2,R)=\infty$.

Put $H(x^2-y^2,R)=k$. The set R is divided into the finite number of the equivalence classes. Each class consists of the numbers, which are painted in the same color. The following relation takes place

$$x_1 \sim x_2 \wedge y_1 \sim y_2 \Rightarrow (x_1^2-y_1^2)\sim(x_2^2-y_2^2). \qquad (3)$$

Lemma 2.1. If $x \sim y$, then $x^2-y^2 \sim 0$.

Proof. One can prove the lemma using the formula (3) for the equivalences $x \sim y \wedge y \sim y$.

Lemma 2.2. If $x \sim 0$, then $t^2 \sim t^2-x^2 \ \ \forall t \in R$ …
(4)

and

$$-t^2 \sim x^2-t^2 \ \ \forall t \in R. \qquad (5)$$

Proof. The relation (4) follows from the equivalences $t \sim t \wedge 0 \sim x$ and from the formula (3). The relation (5) follows from the equivalences $0 \sim x \wedge t \sim t$.

Lemma 2.3. If $z \sim 0$, then $mz^2 \sim 0 \ \ \forall m \in Z$.

Proof. Let us apply induction on m.

If $m=0$ the proposition clearly holds.

We obtain

$$z^2 \sim 0 \sim -z^2,$$

using lemma 2.2 for the relation $z \sim 0$, when $t=0$.

Let us prove, that the statement is valid for all positive integers m.

For $m=1$ the statement is proved.

Let it be true for some $m>0$, that is $mz^2 \sim 0$.

We put $t^2=(m+1)z^2$ and we apply formula (4) for the equivalence $z^2 \sim 0$. We obtain $(m+1)z^2 \sim (m+1)z^2-z^2=mz^2 \sim 0$.

Let us prove that the statement is true for all negative integers m. For $m=-1$ the statement is proved.

Let it be true for some $m<0$, that is $mz^2 \sim 0$.

We put $t^2 = -(m-1)z^2$ and we apply formula (5) for the equivalence $z^2 \sim 0$.

We obtain $-\left(-(m-1)z^2\right) = (m-1)z^2 \sim z^2 - \left(-(m-1)z^2\right) = mz^2 \sim 0$.

Let us return to the proof of the theorem 2. If arbitrary $s>0$, then there exists z, such that $z^4 = s$. Put $y = \frac{z}{k^2!}$. There are, at least, two elements among the elements $my, m = \overline{0,k}$, which belong to the same class (Dirichlet principle)

$$\exists\, n,m \in N : 0 \le m < n \le k \wedge ny \sim my .$$

According to the lemma 2.1 we obtain $n^2y^2 - m^2y^2 = \left(n^2-m^2\right)y^2 \sim 0$.

Since $k \ge n > m \ge 0$, then $k^2 \ge n^2 \ge n^2 - m^2$. Hence $k^2!$ is divisible by $\left(n^2-m^2\right)$, that is why $r = \frac{\left(k^2!\right)^4}{\left(n^2-m^2\right)^2}$ is integer.

It follows from the lemma 2.3 that

$$r\left(n^2-m^2\right)^2 y^4 = \frac{\left(k^2!\right)^4}{\left(n^2-m^2\right)^2}\left(n^2-m^2\right)^2 \frac{z^4}{\left(k^2!\right)^4} = z^4 = s \sim 0 .$$

Since s is arbitrary number, then all positive numbers are equivalent to the zero.

If $s<0$, then there exists $z>0$ such that $s=-z^2$.

We proved that all positive numbers are equivalent to zero. Applying (3), we obtain $0 \sim 0 \wedge z \sim 0 \Rightarrow 0^2 - z^2 = s \sim 0^2 - 0^2 = 0$. It means that all negative numbers are also equivalent to zero. This implies that there exists only one equivalence class. But, according to the definition, there are at least two equivalence classes. The obtained contradiction proves the theorem.

The introduced concept of the chromatic number of the function of two variables can be generalized to the functions of any number of the variables and to the case of the arbitrary mappings of the Cartesian power of the set into itself.

Conclusions. The concepts of the chromatic class and the chromatic number of the function have been introduced in the article. The relation between these concepts and the group theory has been obtained. It has been proved that the linear function of two real variables $f(x,y) = \alpha x + \beta y + \gamma, \alpha\beta \ne 0$ has no the finite chromatic number. An analogical result has been proved for the function $g(x,y) = x^2 - y^2$ of the real variables.

This result can be formulated as follows:

- the functions $f(x,y)$ and $g(x,y)$ (and the function $ax_1x_2...x_n+b$ where $n>1, ab\neq 0$, which was considered in the article before) can not be R-functions at any selection of the accompanying functions of the polyvalent logic;
- the set R can not be painted in the finite number of the colors in such a way that the color of the function $\alpha x+\beta y+\gamma$, where $\alpha\beta\neq 0$ could be determined by the colors of its arguments uniquely. It is also true for the functions x^2-y^2 and $ax_1x_2...x_n+b$, where $n>1, ab\neq 0$.

✍ Task 6. Make an abstract to the videos on the following topics:

- The power of consistency https://youtu.be/ScYq98y3dbM?si=0_mzhorQ2SB8tjgj
- Solving systems https://www.youtube.com/watch?v=XOJgzW4P7T8
- Gaussian elimination https://www.youtube.com/watch?v=1IHsX1lgpRI



Topic 10 Making an abstract of your qualification thesis in a foreign language

Методичні вказівки та інструкції. В цій темі треба підготуватись до написання анотації вашої кваліфікаційної роботи (Task 1–4). Спочатку ознайомтесь з вимогами до оформлення кваліфікаційних робіт магістрів. Використайте методичні вказівки з попередніх розділів, особливо вказівки до Topic 9. Використовуєте відповідні слова, щоб підкреслити вирішені в роботі завдання: огляд, аналіз, метод, доведення, порівняння, узагальнення, гіпотеза, доведення або спростування, застосування тощо.

☝ **Приклад анотації кваліфікаційної роботи.**

Master's Qualification Thesis «The Study of the Mutual Effect of the Different Mathematical Structures on the Set»: 49 pages, 1 figure, 9 references.

ASYMMETRICS ON SET, VECTOR SPACE, METRICAL STRUCTURE, SPACE OF RICE, PARTIAL ORDER STRUCTURE, TOPOLOGICAL STRUCTURE.

The object of the study is mathematical structures that interact on the set.

The aims of the study are to define the properties of combining mathematical structures on one set, to investigate the interaction between mathematical structures - topological and metric, topology and asymmetrics, combination of structures of vector space and partially ordered set.

The method of the research is analytical.

The sets on which two mathematical structures are introduced, are quite often encounted in various mathematical disciplines. In particular, in the courses of topology and functional analysis. For example, the notion of a topological group, a normed space, and so on. There is interaction between topological and metric structures, namely the class of metrised topological spaces. The examples of metric and non-metric structures have been investigated. There was the combination of topological structure and asymmetry in this work. The concept of the space of Rice is described as the combination of structures of the vector space and the partially ordered set. The results of the work can be used to study topological and metrical structures when reading special courses.

Для виконання Task 5 та Task 6 ознайомтесь з текстом ***Tips for making a good presentation*** та використайте поради при створенні презентації своєї кваліфікаційної роботи.

Tips for making a good presentation

There is the proverb “A picture is worth a thousand words”. It is true in the majority of cases. But, if we are talking about presentation, we consider it as the supplement to the report. Hence, it plays supporting role during the speech. In the other words, the presentation should complement your speech. Avoid putting the entire text on the slides, as your audience prefers listening rather than reading what you intend to say. The text on the slides should emphasize the key points of the speech.

Try to use no more than half of the slide to place objects.

Do not overload the slides.

Choose the proper font to make the text readable.

Each slide should have the number. It is useful both for the speaker and for the listeners, especially during asking the questions. The listener can indicate the specific slide and the speaker can easily navigate through the presentation.

Colors help add visual interest and direct attention to slides. Always use maximum 3 or 4 colors under creating design.

If your presentation contains a lot of data, use visual aids to support the text and convey some ideas more clearly.

If your presentation contains formulas, do not read them, just indicate on the slide.

Tables typically contain a lot of information and numbers, making slides look crowded and chaotic. In this case, simplify the tables as much as possible.

Each slide should have one central objective to deliver—the main idea or question.

As a rule, you should almost never have slides that only contain text. Build your slides around good visualizations. Use high-quality photos and graphics.

✍ Task 1. Answer the following questions.

- What is the theme of your qualification thesis?
- Who is your scientific supervisor?
- List the basic terms.
- Do you have any publications on the theme of your work?
- Have you taken part in the scientific conferences?
- Are you going to continue study after graduation?

✍ Task 2. Select the articles in a foreign language on the topic of the qualification thesis.

✍ Task 3. Select the articles in a foreign language on the topic of the qualification thesis, using key words.

✍ Task 4. Make the abstract to your qualification thesis.

✍ Task 5. Make short report on your qualification thesis and present it to your groupe.

✍ Task 6. Answer the questions of your groupmates, connected with this report.

ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Академічне письмо : навчальний посібник / укладачі Т. М. Костирко, С. В. Ларенкова, І. В. Бондар, М. С. Жигалкіна. Миколаїв : Видавництво Національного університету кораблебудування ім. Адмірала Макарова, 2022. 116 с.
2. Артеменко А. О., Стєганцева П. Г. Формування у студентів навичок дослідницької діяльності на конкретному прикладі. *Вісник Запорізького національного університету. Педагогічні науки*. 2020. № 2(35). С. 36–38.
3. Булах І. Є., Мруга М. Р. Створюємо якісний тест : навч. посібник. Київ : Майстер-клас, 2009. 176 с.
4. Етика ділового спілкування : навчальний посібник / Т. Б. Гриценко та ін. Київ : Юніверс, 2007. 216 с.
5. Мансі Є. О. Підручник з англійської мови для студентів і аспірантів немовних факультетів та студентів мовних факультетів, які вивчають англійську мову як другу іноземну мову у вищих навчальних закладах. Київ : Арій, 2008. 344 с.
6. Скрябіна А. В., Стєганцева П. Г. Застосування різних моделей для дослідження топологій на скінченних множинах. *Computer Science and Applied Mathematics*. 2023. № 1. С. 58–63. URL: http://journalsofznu.zp.ua/index.php/comp-science/article/view/3906/3731
7. Скрябіна А. В., Стєганцева П. Г., Башова Н. П. The properties of 2-CNF of the mutually dual and self-dual To-topologies on the finite set and the calculation of To-topologies of the certain weight. *Proceedings of the International Geometry Center*. 2022. Т. 15. № 1. С. 75–85. URL: https://journals.ontu.edu.ua/index.php/geometry/issue/view/186
8. Стєганцева П. Г., Величко І.Г . Диференціальна геометрія : курс лекцій. Запоріжжя : Запорізький національний університет, 2014. 144 с.
9. Aminov Yu. The Geometry of Submanifolds. CRC Press, 2001, 371 p.
10. Brindlmayer M. What is implementation research and why is it useful in international education? URL: https://www.ukfiet.org/2023/what-is-implementation-research-and-why-is-it-useful-in-international-education/
11. I.G. Velichko, E.V. Stegantsev The chromatic number of the function. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2021. Т. 4. №2. 1. С.58–65.
12. Michael McCarthy, Felicity O'Dell. English Vocabulary in Use : vocabulary reference and practice : Dubai : Cambridge University Press, 2017. 301 с.
13. Tu L. W. An introduction to Manifolds. Springer, 2011. 430 p.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Мансі Є. О. Підручник з англійської мови для студентів і аспірантів немовних факультетів та студентів мовних факультетів, які вивчають англійську мову як другу іноземну мову у вищих навчальних закладах. Київ : Арій, 2008. 344 с.
2. Пшенична О. С. Розробка методики використання сервісів Web 2.0 при викладанні інформатики : кваліфікаційна робота магістра спеціальності 014.09 «Середня освіта (Інформатика)». Мелітополь : МДПУ імені Богдана Хмельницького, 2022. 102 с.
3. Byrne J. Technical Translation Usability Strategies for Translating Technical Documentation. Dordrecht : Springer, 2006. 280 p.
4. Stegantseva P. G., Grechneva M. O. Two-dimensional nonisotropic surfaces with flat normal connection and a nondegenerate Grassmann image of constant curvature in the Minkowski space. *Ukrainian Mathematical Journal*. 2024. Vol. 76. № 4. С. 533–551.

ІНФОРМАЦІЙНІ РЕСУРСИ

1. Мультитран. URL: https://www.multitran.com
2. DeepL Translate. URL: https://www.deepl.com
3. GeoGebra – Free Math Apps. URL: https://www.geogebra.org/
4. Raymond Murphy. English grammar in use. URL: http://www.booksgid.com/scientific/1526-raymond-murphy-english-grammar-in-use.html

 **Application**

☝ ***Greek letters with pronunciation.***

α alpha AL-fuh

β beta BAY-tuh

γ, Γ gamma GAM-muh

δ, Δ delta DEL-tuh

砐 epsilon EP-suh-lon

ζ zeta ZAY-tuh

η eta AY-tuh

θ, Θ theta THAY-tuh

ι iota eye-OH-tuh

κ kappa KAP-uh

λ, Λ lambda LAM-duh

μ mu MEW

ν nu NEW

ξ, Ξ xi KSIGH

ο omicron OM-uh-CRON

π, Π pi PIE

ρ rho ROW

σ, Σ sigma SIG-muh

τ tau TOW (as in cow)

υ, Y upsilon OOP-suh-LON

φ, Φ phi FEE, or FI (as in hi)

χ chi KI (as in hi)

ψ, Ψ psi SIGH, or PSIGH

ω, Ω omega oh-MAY-guh

Навчальне видання
(українською мовою)

Стєганцев Євгеній Вікторович
Стєганцева Поліна Георгіїна

ПРОФЕСІЙНО-ОРІЄНТОВАНИЙ ПРАКТИКУМ ІНОЗЕМНОЮ МОВОЮ

Практикум
для здобувачів ступеня вищої освіти магістра
спеціальності «Середня освіта» предметної спеціальності «Середня освіта (Фізика та астрономія)» освітньо-професійної програми «Середня освіта (Фізика та астрономія)»

Рецензент *С.В. Іваненко*
Відповідальний за випуск *І.В. Зіновєєв*
Коректор *Є.В. Стєганцев*