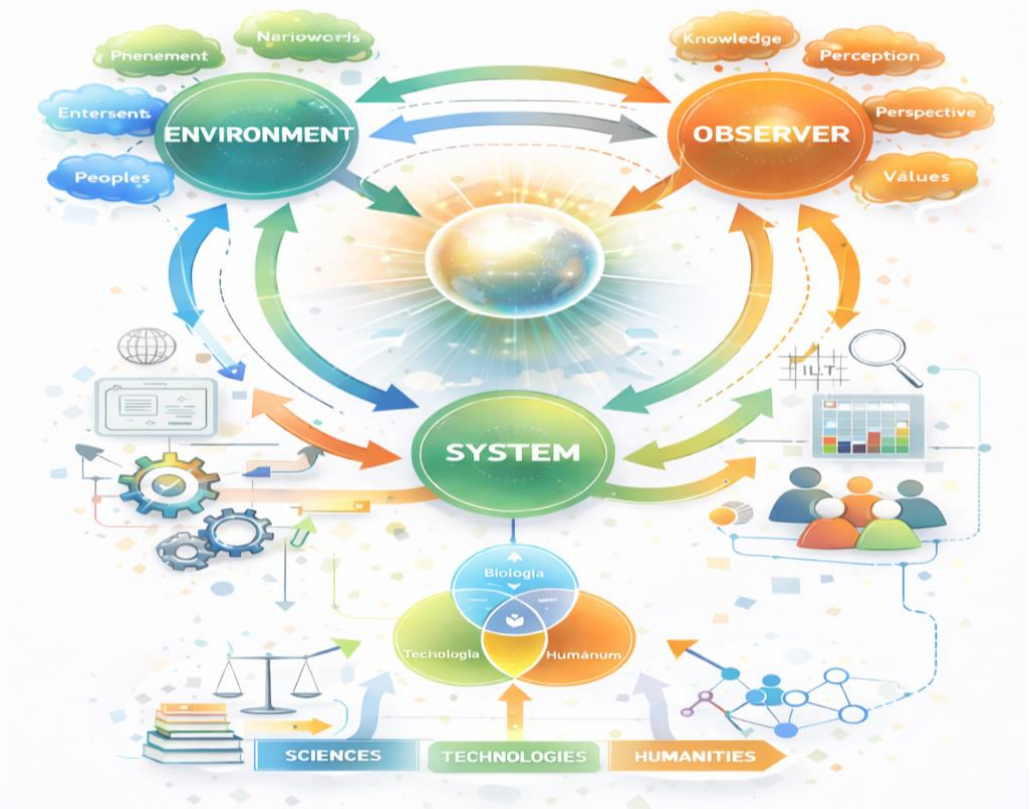
Міністерство освіти і науки України
Запорізький національний університет

Н.О. Кондрат'єва, В.В. Леонтьєва

ТЕОРІЯ СИСТЕМ ТА СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ

Курс лекцій
для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра
спеціальності «Прикладна математика»
освітньо-професійної програми «Комп'ютерне моделювання»



Затверджено
вченою радою ЗНУ
Протокол №
від

Запоріжжя
2026

УДК: 517.977.1:303.732.4 (075.8)
К 642

Кондрат'єва Н.О., Леонтьєва В.В. Теорія систем та системний аналіз : курс лекцій для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра спеціальності «Прикладна математика» освітньо-професійної програми «Комп'ютерне моделювання». Запоріжжя : Запорізький національний університет, 2026. 123 с.

Курс лекцій містить теоретичні положення, основні поняття, принципи, категорійний апарат, методи, підходи та методики системного аналізу, основні постулати теорії систем, її компоненти та їх представлення, сутності, класифікації систем, рекомендації щодо вивчення курсу «Теорія систем та системний аналіз» та спрямований на оволодіння системними знаннями з основних теоретичних положень та методів дослідження та розв'язання задач системного аналізу, а також вироблення навичок аналізу, проектування, прийняття рішень в складних системах різної природи на основі системної методології теорії систем та методів й засобів системного аналізу.

Для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра спеціальності «Прикладна математика», які навчаються за освітньо-професійною програмою «Комп'ютерне моделювання».

Рецензент
С.І. Гоменюк, доктор технічних наук, професор, професор кафедри програмної інженерії

Відповідальний за випуск
С.М. Гребенюк, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри фундаментальної та прикладної математики

ЗМІСТ

ВСТУП 4
ЛЕКЦІЯ 1. МЕТОДОЛОГІЧНІ ОСНОВИ ТЕОРІЇ СИСТЕМ ТА СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ 6
1.1 Методологічні основи системного аналізу 6
1.1.1 Предмет, історичний аспект виникнення й розвитку системного аналізу 6
1.1.2 Область використання системного аналізу 10
1.1.3 Сутність та принципи системного аналізу 11
1.1.4 Категорійний апарат системного аналізу 14
1.1.5 Класифікація систем 21
1.1.6 Дослідження проблемних ситуацій: поняття, основні ознаки, етапи дослідження, формалізація та декомпозиція 27
1.2 Теорія систем, системна методологія та системний аналіз: основні постулати, принципи, особливості та взаємозв'язок 32
1.2.1 Теорія систем. Основні постулати та особливості теорії систем 32
1.2.2 Теорія систем та системний аналіз 35
1.2.3 Основні компоненти теорії систем та їх представлення 38
1.2.4 Ієрархія епістемологічних рівнів систем 40
1.3 Методи, підходи, методики та етапи системного аналізу 42
1.3.1 Класифікації методів системного аналізу 42
1.3.2 Основні підходи до дослідження систем 48
1.3.3 Огляд методик системного аналізу різних наукових шкіл 49
1.3.4 Етапи системного аналізу 55
ЛЕКЦІЯ 2. ФОРМУВАННЯ ВИХІДНОЇ СИСТЕМИ-ДЖЕРЕЛА. МЕТОДОЛОГІЧНІ ВІДМІННОСТІ ВИХІДНИХ СИСТЕМ-ДЖЕРЕЛ – СИСТЕМ НУЛЬОВОГО ЕПІСТЕМОЛОГІЧНОГО РІВНЯ 60
2.1 Об'єкти і системи об'єктів 60
2.2 Базові властивості 61
2.3 Обмеження на вибір баз 62
2.4 Формальне визначення системи на об'єкті 63
2.5 Змінні і параметри 63
2.6 Узагальнені змінні і параметри. Формалізація 64
2.7 Канали спостереження 66
2.8 Нечіткі канали спостереження 66
2.9 Формалізація примітивних систем вихідної системи-джерела 68
2.10 Методологічні відмінності змінних і параметрів 69
2.11 Типи систем 74
2.11.1 Системи з вхідними та вихідними змінними 74
2.11.2 Вироджені типи спрямованих систем 74
2.12 Методологічні відмінності систем нульового епістемологічного рівня 76
ЛЕКЦІЯ 3. ФОРМУВАННЯ ПЕРШОГО ЕПІСТЕМОЛОГІЧНОГО РІВНЯ – СИСТЕМИ ДАНИХ 78
3.1 Формалізація систем даних з чіткими каналами спостереження 78

3.2 Системи даних з нечіткими каналами спостереження 79
3.3 Стандартні форми представлення даних 80
3.4 Методологічні відмінності систем даних 81
3.5 Алгоритм формалізації систем даних 82
ЛЕКЦІЯ 4. ФОРМУВАННЯ ДРУГОГО ЕПІСТЕМОЛОГІЧНОГО РІВНЯ 83
4.1 Формування другого епістемологічного рівня – нейтральної системи з поведінкою та нейтральної породжуючої системи з поведінкою 83
4.1.1 Етапи емпіричного дослідження 83
4.1.2 Системи з поведінкою 84
4.1.3 Породжуючі системи з поведінкою нейтрального типу 88
4.2 Формування спрямованих систем з поведінкою та спрямованих породжуючих систем з поведінкою 92
4.2.1 Спрямовані системи з поведінкою. Функція поведінки для спрямованих систем 92
4.2.2 Породжуючі спрямовані системи з поведінкою. Породжуюча функція поведінки для спрямованих систем 93
4.3 Міри нечіткості 94
4.3.1 Ступінь недетермінованості. Шеннонівська ентропія 94
4.3.2 Методи обчислень нечіткості 95
4.4 Методологічні відмінності систем другого епістемологічного рівня 96
ЛЕКЦІЯ 5. ВИБІР ПРИЙНЯТНИХ (ОПТИМАЛЬНИХ) СИСТЕМ ДРУГОГО ЕПІСТЕМОЛОГІЧНОГО РІВНЯ. СПРОЩЕННЯ ПЕРШОГО ТА ДРУГОГО РОДУ ВИХІДНИХ СИСТЕМ, СИСТЕМ ДАНИХ, СИСТЕМ З ПОВЕДІНКОЮ 100
5.1 Вибір прийнятних (оптимальних) систем другого епістемологічного рівня 100
5.1.1 Поняття проекції функції поведінки 100
5.1.2 Впорядкування підмасок за складністю та нечіткістю 101
5.2 Спрощення першого та другого роду вихідних систем, систем даних, систем з поведінкою 103
5.2.1 Спрощення першого роду вихідних систем, систем даних, систем з поведінкою 104
5.2.2 Спрощення другого роду вихідних систем, систем даних, систем з поведінкою 104
ЛЕКЦІЯ 6. СТРУКТУРОВАНІ СИСТЕМИ 110
6.1 Поняття про структуровані системи. Ціле і частини. Аналіз і синтез. Декомпозиція 110
6.2 Системи, підсистеми, суперсистеми 113
6.3 Структуровані вихідні системи та структуровані системи даних 115
РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА 119
ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА 120

ВСТУП

Курс «Теорія систем та системний аналіз» входить до циклу дисциплін професійної підготовки бакалаврів спеціальності «Прикладна математика» та передбачає ґрунтовне ознайомлення з понятійним та категоріальним апаратом, принципами та методологією проведення системного аналізу, опанування навичок застосування системної методології теорії систем та методів й засобів системного аналізу при розв'язанні задач аналізу, проектування, прийняття рішень в складних системах різної фізичної природи.

Метою вивчення навчальної дисципліни «Теорія систем та системний аналіз» є оволодіння системними знаннями з основних теоретичних положень та методів дослідження та розв'язання задач системного аналізу, а також вироблення навичок аналізу, проектування, прийняття рішень в складних системах різної природи на основі системної методології теорії систем та методів й засобів системного аналізу.

Основними завданнями вивчення дисципліни «Теорія систем та системний аналіз» є засвоєння теоретичних знань з основних понять, принципів, категорійного апарату, методів, підходів та методик системного аналізу, основних постулатів теорії систем, її компонентів та їх представлення, сутності, класифікацій систем; набуття вмінь і навичок з проведення дослідження проблемних ситуацій; набуття вмінь і навичок формування вихідних систем-джерел та систем даних; використання набутих знань застосування методів обробки даних, спрощення систем, дослідження недетермінованих систем; оволодіння здатністю визначення оптимальних математичних моделей на об'єкті дослідження, з визначення ступеня складності та ступеня недетермінованості систем; використання набутих знань застосування методології системного аналізу при розв'язанні міждисциплінарних прикладних задач; набуття вмінь та навичок надання інтерпретації одержаних результатів; розвиток навичок творчого дослідження, логічного мислення та підвищення загального рівня математичної культури при розв'язанні практичних задач системного аналізу.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен набути таких компетентностей:

Загальні:

– здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

Спеціальні:

– здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі;

– здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.

Програмні результати навчання*:*

– формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод

вирішення; розв’язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів;

– виконувати математичний опис, аналіз та синтез дискретних об’єктів та систем, використовуючи поняття й методи дискретної математики та теорії алгоритмів.

Курс «Теорія систем та системний аналіз» є логічним продовженням курсів «Дискретна математика», «Теорія та методи прийняття рішень», «Теорія ймовірності та математична статистика». Набуті при вивченні даного курсу знання та навички необхідні для підготовки кваліфікаційної роботи бакалавра та подальшої професійної діяльності.

У запропонованому виданні подано тематику і зміст лекційних занять відповідно до силабуса навчальної дисципліни, визначено послідовність опрацювання студентом програмного матеріалу.

Автори курсу лекцій ставили своєю метою доступний виклад основних понять і методів сучасних теорії систем та системного аналізу, надання достатньої кількості завдань для самоконтролю знань здобувачів освіти.

Лекція 1. Методологічні основи теорії систем та системного аналізу

Мета лекції: сформувати у студентів уявлення про методологічні основи системного аналізу; ознайомити з основними постулатами, особливостями та принципами теорії систем; сформувати у студентів уявлення про взаємозв'язки між теорією систем та системним аналізом; опанувати ієрархічну класифікацію систем за епістемологічними рівнями; ознайомити з різними класифікаціями методів та методиками системного аналізу.

План лекції

1.1 Методологічні основи системного аналізу.
1.2 Теорія систем, системна методологія та системний аналіз: основні постулати, принципи, особливості та взаємозв'язок.
1.3 Методи, підходи, методики та етапи системного аналізу.

Перелік ключових термінів і понять з теми: *системний аналіз; об'єкт, предмет, принципи та категоріальний апарат системного аналізу; система; властивості систем; проблемна ситуація; теорія систем; системна методологія; типи системних задач; міри складності; критерії визначення системи; епістемологічні рівні; ієрархічна класифікація систем; класифікації методів системного аналізу; підходи до дослідження систем; методики системного аналізу; етапи системного дослідження проблеми.*

1.1 Методологічні основи системного аналізу

1.1.1 Предмет, історичний аспект виникнення й розвитку системного аналізу

Системний аналіз як науковий напрям сформувався у відповідь на об'єктивні потреби суспільства в дослідженні та керуванні складними об'єктами, які неможливо адекватно описати традиційними методами [1, 2]. Щоб зрозуміти сутність цієї дисципліни, необхідно розглянути її предмет, простежити історичну траєкторію становлення та окреслити сучасні сфери застосування.

Витоки системного мислення можна знайти ще в античній філософії, проте як окремий науковий напрям системний аналіз почав формуватися лише в середині XX ст. Його виникнення було зумовлене кількома факторами [1, 3]:

- стрімке ускладнення технічних та організаційних систем у період Другої світової війни та після неї створило потребу в нових методах керування;
- розвиток обчислювальної техніки надав інструменти для моделювання складних процесів;
- науковий прогрес у різних галузях продемонстрував обмеженість редукціоністського підходу при вивченні складних об'єктів.

Поряд з цим, до ***основних причин виникнення та розвитку системного аналізу*** традиційно відносять:

- розвиток наукового знання та його застосування до практичної діяльності, особливо середини XX ст., призвело до дедалі більшої диференціації наукових та прикладних напрямів; виникло багато спеціальних дисциплін, які часто використовують подібні формальні методи, але істотно заломлюють їх з урахуванням потреб конкретних додатків, що спричинило виникнення безлічі труднощів і складнощів при дослідженні та вирішенні виниклих проблем;
- у XX ст. спостерігається різке збільшення кількості комплексних проектів та проблем, що вимагають участі фахівців різних галузей знань, а розвиток вузькоспеціальних дисциплін почав виходити на узагальнюючий рівень;
- системність об'єкта, середовища та природи в цілому.

При цьому системний аналіз є досить молодим напрямом у наукових дослідженнях (розвиток системних уявлень зображено на рис. 1.1). Так, у 30-ті роки XX ст. виник узагальнюючий напрямок, названий *загальною теорією систем*, основоположником якої вважається Людвіг фон Берталанфі [4, 5]. Важливий внесок у становлення системних уявлень у науці зробив на початку XX ст. (ще до Л. фон Берталанфі) А.А. Богданов.

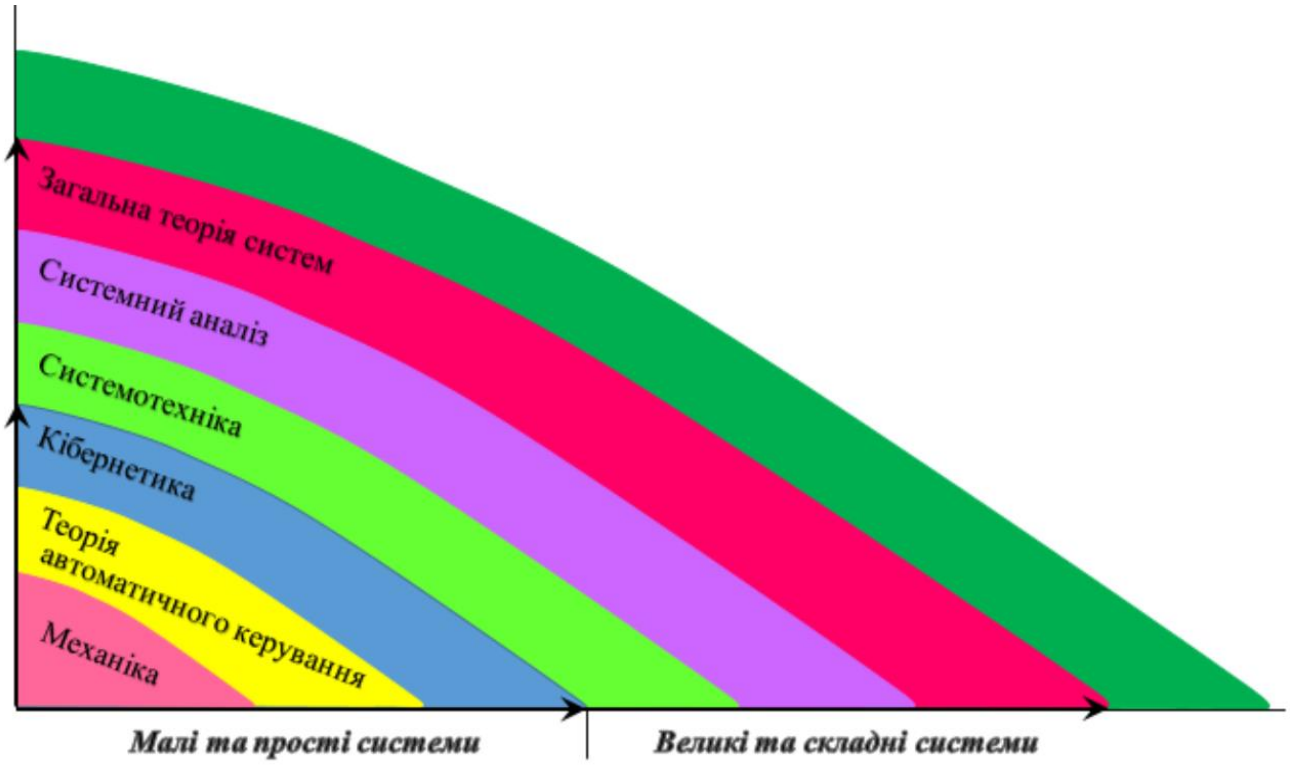


Рисунок 1.1 – Розвиток системних уявлень

В даний час існує великий напрямок *теорії систем і системного аналізу*, який розвиває концептуальні основи, відпрацьовує термінологічний апарат, досліджує закономірності функціонування та розвитку складних системних об'єктів і займається іншими проблемами, пов'язаними з загальнонауковим и системними дослідженнями [5-7].

У різних сферах практичної діяльності підходи та методи системного аналізу, їх теоретичні основи мали різні назви. Так, у 50-60-ті роки XX ст. при постановці та дослідженні складних проблем проектування та керування досить широке поширення набув термін *системотехніка*. Стосовно задач *керування* певний період використовувався широко термін *кібернетика*, введений М. А. Ампером, набувший широкого поширення після виходу в 1948 р. книги Н. Вінера та застосовуваний в проектуванні технічних об'єктів, у тому числі автоматизованих систем.

Найбільш конструктивним з прикладних напрямків системних досліджень в даний час вважається *системний аналіз*, який виступає спорідненим до системотехніки напрямом, але зазвичай розуміється ширше, охоплюючи нетехнічні питання проектування, організації та керування.

Роботи із системного аналізу відрізняються тим, що в них завжди:

- пропонується методика проведення дослідження, організації процесу прийняття рішення,
- робиться спроба виділити етапи дослідження чи прийняття рішення,
- пропонуються підходи до виконання цих етапів у конкретних умовах.

Крім того, у цих роботах завжди приділяють особливу увагу роботі з цілями системи:

- їх виникненню;
- формулюванню;
- деталізації (декомпозиції, структуризації);
- аналізу та іншим питанням цілеутворення (цілепокладання).

Часто при визначенні системного аналізу наголошують, що це є методологією дослідження складних систем [3, 5, 7]. При цьому розробка методики та вибір методів та прийомів виконання її етапів базуються на системних уявленнях, на використанні закономірностей, класифікацій та інших результатів, одержаних *теорією систем*.

Термін «системний аналіз» вперше виник у роботах корпорації RAND у зв'язку з задачами зовнішнього керування 1948 р.

З урахуванням всього вище зазнаного, даючи визначення системного аналізу, потрібно відображати в ньому, що *системний аналіз*:

- застосовується для вирішення таких проблем, які не можуть бути поставлені та вирішені окремими методами математики (тобто проблем із невизначеністю ситуації прийняття рішення);
- використовує як формальні методи, так і методи якісного аналізу, тобто методи, спрямовані на активізацію використання інтуїції та досвіду спеціалістів (осіб, що приймають рішення);
- поєднує різні методи за допомогою єдиної методики;
- дає можливість об'єднати знання, судження та інтуїцію фахівців різних галузей знань та зобов'язує їх до певної дисципліни мислення;
- основну увагу приділяє цілям та цілеутворенню.

Отже, ***системний аналіз*** – це методологія дослідження та проектування складних систем, пошуку, планування та реалізації підходів та методів, спрямованих на вирішення проблемних ситуацій.

Об'єктом системного аналізу виступають реальні об'єкти будь-якої природи (великі та складні системи, які є одночасно відкритими (взаємодіючими із зовнішнім середовищем) та до складу яких входить людський фактор) і суспільства, що розглядаються як системи. Тобто системний аналіз передбачає спочатку системне бачення об'єкта.

До ***предмету системного аналізу*** входять різноманітні характеристики системності, найбільш важливими серед яких є наступні:

- *склад системи* (типологія і чисельність елементів, залежність елемента від його місця і функцій в системі, види підсистем, їх властивості, вплив на властивості цілого);
- *структура системи* (типологія і складність структури, різноманіття зв'язків, прямі і зворотні зв'язки, ієрархічність структури, вплив структури на властивості та функції системи);
- *організація системи* в часовому і просторовому аспектах (типологія організації, композиція системи, стійкість, гомеостат, керованість, централізація і периферійність, оптимізація організаційної структури);
- *функціонування системи* (цілі системи та їх декомпозиція, вид функції (лінійна, нелінійна, внутрішня, зовнішня), поведінка в умовах невизначеності, в критичних ситуаціях, механізм функціонування, узгодження внутрішніх і зовнішніх функцій, проблема оптимальності функціонування та перебудови функцій);
- *положення системи в середовищі* (межі системи, характер середовища, відкритість, рівновагу, стабілізація, збалансованість, механізм взаємодії системи і середовища, адаптація системи до середовища, фактори і впливи середовища);
- *розвиток системи* (місія, системоутворюючі чинники, життєвий шлях, етапи та джерела розвитку, процеси в системі – інтеграція та дезінтеграція, динаміка, ентропія або хаос, стабілізація, кризовість, самовідновлення, перехідність, випадковість, інноваційність і перебудова).

Основу методології системного аналізу також становить *системний підхід*, для якого визначальним є уявлення про цілісність досліджуваних, проектованих та синтезованих об'єктів [6].

Методологічно *системний аналіз спрямовано* на дослідження причин складності систем та їх усунення.

Системний аналіз є міждисциплінарною наукою, що об'єднує як неформальні евристичні, так і математичні методи. Причому в методиці системного аналізу поєднуються як формальні методи та моделі, так і методи активізації інтуїції фахівців, що допомагають використовувати їх знання та досвід та розвивати модель досліджуваного об'єкта чи процесу.

Ці особливості зумовлюють особливу привабливість системного аналізу на дослідження складних систем.

Основними завданнями системного аналізу є об'єднання:

- математичних та неформальних методів аналізу;
- строгих способів дослідження формалізованих моделей з експериментом;
- евристичних методів з експертними знаннями.

Системний аналіз надає до використання у різних науках, системах наступні *методи та процедури*:

- абстрагування та конкретизація;
- аналіз та синтез;
- індукція та дедукція;
- формалізація;
- структурування;
- макетування;
- алгоритмізація;
- моделювання;
- експертне оцінювання та тестування;
- інші методи та процедури.

Технічними засобами системного аналізу є сучасна комп'ютерна техніка та інформаційні системи.

Таким чином, системний аналіз є потужним методологічним інструментом, який дозволяє досліджувати та керувати складними системами в умовах сучасного світу. Його історичний розвиток відображає зростаючу складність завдань, що постають перед людством. Розуміння ж предмета, історії та областей використання системного аналізу є необхідним фундаментом для подальшого вивчення конкретних методів та інструментів цієї важливої дисципліни.

1.1.2 Область використання системного аналізу

Універсальність системного підходу зумовила широке застосування системного аналізу в найрізноманітніших сферах людської діяльності [2-5, 7-14].

У технічній галузі системний аналіз використовується для проектування складних технічних комплексів – від космічних апаратів до інформаційних систем. Він дозволяє врахувати взаємодію численних підсистем, оптимізувати параметри та забезпечити надійність функціонування. При проектуванні інформаційних систем системний підхід виявляє свою особливу ефективність, оскільки сучасні програмні продукти являють собою багаторівневі, багатокомпонентні системи, що функціонують у динамічному середовищі та мають складні взаємозв'язки як між внутрішніми елементами, так і із зовнішніми системами.

В економіці та менеджменті системний аналіз застосовується для стратегічного планування діяльності підприємств, аналізу ринків, оптимізації бізнес-процесів. Він надає інструментарій для моделювання економічних систем різного масштабу – від окремих компаній до національних та світової

економік, дозволяючи розглядати будь-який об’єкт з великим діапазоном внутрішніх та зовнішніх причинно-наслідкових зв’язків. Методи системного аналізу допомагають виявляти ключові фактори конкурентоспроможності, прогнозувати розвиток ситуації, обґрунтовувати управлінські рішення.

У сфері державного управління системний аналіз використовується для розробки та оцінювання політик у різних галузях – від охорони здоров'я до транспортної інфраструктури. Він дозволяє врахувати множинність цілей, інтереси різних груп населення, обмеженість ресурсів та довгострокові наслідки рішень. Особливо важливим є застосування системного аналізу в екологічній політиці, де необхідно балансувати економічні та екологічні інтереси.

Екологія та управління природними ресурсами становлять ще одну важливу область застосування системного аналізу. Екосистеми є класичним прикладом складних систем із численними зворотними зв'язками та нелінійними ефектами. Системний аналіз допомагає моделювати динаміку екосистем, оцінювати вплив людської діяльності, розробляти стратегії сталого природокористування.

У соціальній сфері системний аналіз застосовується для дослідження урбанізації, демографічних процесів, освітніх систем, охорони здоров'я. Він дозволяє виявляти системні проблеми, які не можуть бути вирішені локальними заходами, та розробляти комплексні програми соціального розвитку.

Військова справа історично залишається важливою сферою застосування системного аналізу. Тут він використовується для оцінювання загроз, планування оборонних систем, аналізу конфліктних ситуацій.

Наука та освіта також активно використовують системний підхід для організації наукових досліджень, проектування освітніх програм, управління університетами.

Таким чином, широта застосування системного аналізу свідчить про універсальність системного підходу.

1.1.3 Сутність та принципи системного аналізу

Оскільки системний аналіз виник в епоху розроблення комп’ютерної техніки то успіх його застосування під час вирішення складних задач загалом визначається сучасними можливостями інформаційних технологій [15].

Згідно визначення ***системний аналіз*** – це методологія, що базуються на використанні інформаційних технологій і орієнтованих на дослідження складних систем будь-якої фізичної природи.

Результатом системних досліджень, як правило, є вибір оптимальної з визначених альтернатив: плану розвитку регіону, параметрів конструкції тощо. Тому витоки системного аналізу, його методичні концепції знаходяться у тих дисциплінах, які займаються проблемами прийняття рішень [6, 8]: теорія прийняття рішень, теорія дослідження операцій, загальна теорія систем, системологія.

Основними рисами системного аналізу є наступні:

- системний аналіз пов'язаний з вибором оптимального рішення з багатьох можливих альтернатив,
- кожна альтернатива оцінюється з позиції тривалої перспективи,
- системний аналіз розглядається як методологія поглибленого з'ясування (розуміння) і впорядкування (структуризації) проблеми,
- загострюється інтуїція фахівців.

Отже, ***системний аналіз*** – науковий метод пізнання, який являє собою послідовність дій з установлення структурних зв'язків між змінними чи елементами досліджуваної системи, спираючись на комплекс загальнонаукових (аналіз, синтез, індукція, дедукція, абстрагування, моделювання), експериментальних, природно-наукових, статистичних, математичних методів.

Розгляд категорій системного аналізу створює основу для логічного і послідовного підходу до розв'язання ***проблеми прийняття рішень***. Ефективність вирішення проблем за допомогою системного аналізу визначається структурою вирішуваних проблем.

Усі ***проблеми поділяються на три класи***:

1) добре структуровані (*well-structured*), або кількісно сформульовані проблеми, в яких істотні залежності з'ясовані дуже добре;
2) неструктуровані (*unstructured*), або якісно виражені проблеми, що містять лише опис важливих ресурсів, ознак і характеристик, кількісні залежності між якими зовсім невідомі;
3) слабоструктуровані (*ill-structured*), або змішані проблеми, які містять як якісно й кількісно виміряні елементи, так і маловідомі, невизначені сторони, які мають тенденцію домінувати.

Необхідні ***атрибути системного аналізу*** як наукового знання:

1) наявність предметної сфери – системи і системні процедури;
2) виявлення, систематизація, опис загальних властивостей і атрибутів систем;
3) виявлення й опис закономірностей та інваріантів у цих системах;
4) актуалізація закономірностей для вивчення систем, їх поведінки і зв'язків з навколишнім середовищем;
5) накопичення, зберігання, актуалізація знань про системи (комунікативна функція).

Системний аналіз базується на ***загальних принципах***. Розглянемо їх докладно.

Принцип дедуктивної послідовності – послідовного розгляду системи за етапами: від оточення і зв'язків із цілим до зв'язків частин цілого (див. етапи системного аналізу докладніше нижче).

Принцип мети – орієнтує на те, що під час дослідження об'єкта необхідно перш за все виявити мету його функціонування. Принцип мети конструктивний за дотримання двох умов:

- мета повинна бути сформульована так, щоб ступінь її досягнення можна було оцінити (задати) кількісно;

- у системі повинен бути механізм, що дозволяє оцінити ступінь досягнення заданої мети.

Невизначеність вибору мети пов'язана з наявністю в складних системах множини цілей та множини критеріїв, а також, можливо, насамперед із невизначеністю динаміки зовнішньої середовища. Невизначеність у передбаченні стану зовнішнього середовища необхідно обов'язково враховувати при формуванні сукупності цілей та розробці способів їхнього досягнення. На невизначеність вибору також впливає дотримання індивідів принципом «достатньої раціональності» Саймона.

Принцип узгодження ресурсів і цілей розгляду, актуалізації системи.

Принцип безконфліктності – відсутність конфліктів між частинами цілого, цілей цілого і частин, що призводять до конфлікту.

Принцип подвійності – випливає з принципу мети й означає, що система повинна розглядатися як частина системи більш високого рівня і в той же час як самостійна частина, що виступає як єдине ціле у взаємодії з середовищем. У свою чергу, кожен елемент системи володіє власною структурою і також може розглядатися як система. Взаємозв'язок із принципом мети полягає в тому, що мета функціонування об'єкта повинна бути підпорядкована вирішенню задач функціонування системи більш високого рівня. Мета – категорія зовнішня по відношенню до системи. Вона ставиться їй системою більш високого рівня, куди ця система входить як елемент.

Принцип цілісності – вимагає розглядати об'єкт як щось виділене з сукупності інших об'єктів, що є цілим по відношенню до навколишнього середовища, має свої специфічні функції і розвивається за властивими йому законами. При цьому не заперечується необхідність вивчення окремих сторін.

Принцип складності – вказує на необхідність дослідження об'єкта, як складного утворення і, якщо складність дуже висока, вимагає послідовно спрощувати представлення об'єкта так, щоб зберегти всі його істотні властивості.

Принцип множинності – вимагає від дослідника подавати опис об'єкта на множині рівнів: морфологічному, функціональному, інформаційному.

Принцип історизму – зобов'язує дослідника розкривати минуле системи і виявляти тенденції та закономірності її розвитку в майбутньому.

Принцип невизначеності – є одним з основних принципів системного підходу. Досить типовими є випадки, коли задачі необхідно вирішувати при неповноті чи нечіткості знань щодо досліджуваної системи, що має місце внаслідок як обмежених можливостей науки на даному рівні її розвитку, так і принципової обмеженості людського пізнання, а часто просто виявляється неможливістю отримати скільки-небудь достовірну інформацію про майбутнє, передбачити всі можливі варіанти зміни навколишнього середовища. У кращому випадку можуть бути отримані ймовірні оцінки прогнозованих ситуацій, якщо ці оцінки існують об'єктивно. Врахування невизначеностей та випадковостей можливе за допомогою методу гарантійного результату, за допомогою статистичних оцінок (якщо умови для цього існують), а також шляхом уточнення, розширення сукупності цілей та ін.

1.1.4 Категорійний апарат системного аналізу

Категорійний апарат системного аналізу – це набір ключових понять (категорій), таких як *система, елемент, структура, зв'язок, ціле, функція* та ін., які є методологічною основою для дослідження об'єктів як цілісних комплексів із взаємопов'язаними частинами, дозволяючи перейти від аналізу окремих компонентів до розуміння властивостей цілого та його функціонування.

Поняття «системний» використовується тому, що дослідження такого роду в основі будується на використанні категорії системи.

Розглянемо основні категорії системного аналізу [1-3, 6].

1. Поняття «система»: виникнення та еволюція визначення.

Поняття «система» є центральним в системному аналізі та використовується у тих випадках, коли потрібно охарактеризувати досліджуваний або проектований об'єкт як щось ціле (єдине), складне, про яке неможливо відразу дати уявлення, показавши його, зобразивши графічно або описавши математичним виразом (формулою, рівнянням, тощо).

Існує *кілька визначень поняття система*.

Найбільш поширеним є наступне: ***система*** – це сукупність взаємопов'язаних елементів, що утворюють єдине ціле і функціонують для досягнення певної мети.

Аналіз показує, що визначення поняття система змінювалися не лише за формою, а й за змістом. Розглянемо основні та важливі зміни, що відбувалися з визначенням системи з розвитком системного аналізу та використання цього поняття на практиці.

Так, <u>в перших визначеннях</u> в тій чи іншій формі говорилося, що ***система*** – це множина елементів (компоненти, частини) a_i та множина зв'язків (відношень) r_j між ними:

$$S \underset{def}{\equiv} \langle \{a_i\}, \{r_j\} \rangle, \quad a_i \in A, \quad r_j \in R \qquad \text{або} \qquad S \underset{def}{\equiv} \langle A, R \rangle,$$

де $A = \{a_i\}$, $R = \{r_j\}$.

<u>Л. фон Берталанфі</u> визначав ***систему*** як «комплекс взаємодіючих компонентів» або як «сукупність елементів, що знаходяться в певних відносинах один з одним і з середовищем».

<u>В енциклопедії</u> ***система*** визначається прямим перекладом з грецької , що означає «склад», тобто, складене, з'єднане із елементів.

При цьому терміни «*елементи*» – «*компоненти*», «*зв'язки*» – «*відношення*» зазвичай використовуються як синоніми. Проте, строго кажучи, «компоненти» – поняття загальніше, ніж «елементи», тобто, воно може означати і елемент, і підсистему або інше утворення з елементів: щодо понять «*зв'язок*» і «*стан*» існують різні точки зору: одні дослідники вважають «***зв'язок»*** окремим випадком відношення, інші – відношення вважають окремим випадком зв'язків, треті – пропонують поняття зв'язок застосовувати до статики системи, до її структури, а поняттям «***стан***» характеризувати деякі

дії у процесі функціонування (динаміки) системи. Тому в різних визначеннях і використовувалися різні терміни, що допомагають їх авторам уточнювати конкретні характеристики систем, які розглядаються ними: наявність у них складових (компонентів) різної складності, статику або динаміку системи і т.ін.

Якщо відомо, що елементи є принципово неоднорідними, це можна відразу врахувати у визначенні, виділивши множину $A = \{a_i\}$ і множину $B = \{b_k\}$:

$$S \underset{def}{\equiv} \langle A, B, R \rangle .$$

Якщо відношення r_j застосовуються тільки до елементів різних груп (множин) і не повинні використовуватися всередині множин A і B, то в символічній формі це також нескладно відобразити у вигляді:

$$S \underset{def}{\equiv} \langle \{a_i r_j b_k\} \rangle ,$$

де $\{a_i r_j b_k\}$ – компоненти системи, утворені з елементів вихідних множин A і B (форма такого виду називається в лінгвістиці ***синтагмою***);

$$a_i \in A, \quad b_k \in B, \quad r_j \in R .$$

У визначенні М. Месаровича, наприклад, виділено множину X вхідних об'єктів (що впливають на систему) та множину Y вихідних об'єктів (результатів), при цьому між ними встановлено узагальнююче відношення перетину:

$$S \subseteq X \times Y \quad \text{або} \quad S \subseteq X \bigcap Y .$$

Для уточнення елементів та зв'язків у визначеннях згадують про властивості.

Так, у визначенні А. Холла властивості (атрибути) Q_A доповнюють поняття елемента (предмета)

$$S \underset{def}{\equiv} \langle A, Q_A, R \rangle ,$$

а А. І. Уємов дає двоїсті визначення системи, в одному з яких властивості q_i характеризують елементи a_i, а в іншому – властивості q_j характеризують зв'язки r_j:

$$S \underset{def}{\equiv} \left[\{a_j\} \bigcap \{r_j (q_j)\} \right] , \quad a_i \in A, \quad r_j \in R, \quad q_j \in Q_R ;$$

$$S \underset{def}{\equiv} \left[\{a_i (q_i)\} \bigcap \{r_j\} \right] , \quad a_i \in A, \quad q_i \in Q_A, \quad r_j \in R.$$

Потім у визначеннях системи утворюється поняття *мети*. Спочатку – у неявному вигляді: у визначенні Ф.Є. Темникова ***система*** – організована множина (у якій мета виникає при розкритті поняття «організоване»); у філософському словнику ***система*** – «сукупність елементів, що у відносинах і зв'язках між собою утворюють певну цілісну єдність». Потім – у вигляді кінцевого результату, системоутворюючого критерію, а пізніше – і з явною згадкою про мету. Символьно цю групу визначень представимо як

$$S \underset{def}{\equiv} \langle A, R, Z \rangle,$$

де Z – сукупність (або структура) цілей.

Наприклад, у визначенні В. М. Саратовського (яке буде покладено основою однієї з методик структуризації цілей) ***система*** – «кінцева множина функціональних елементів і відношень з-поміж них, виділена з середовища відповідно до певної мети у межах певного часового інтервалу T», тобто

$$S \underset{def}{\equiv} \langle A, R, Z, T \rangle.$$

І, нарешті, у 70-ті роки XX ст. до визначення системи (поряд із елементами, зв'язками, їх властивостями і цілями) почали включати ***спостерігача*** N, тобто, особу, що представляє об'єкт або процес у вигляді системи при їх дослідженні чи прийнятті рішення:

$$S \underset{def}{\equiv} \langle A, R, Z, N \rangle.$$

На необхідність урахування взаємодії між дослідником та системою, що вивчається, вказав У.Р. Ешбі. Перше визначення, у якому явно включений спостерігач, дав Ю.І. Черняк: «***Система*** є відображення у свідомості суб'єкта (дослідника, спостерігача) властивостей об'єктів та його відношення у вирішенні задач дослідження, пізнання». В інших варіантах визначень згадуються задача проектування, експлуатації, керування, а в деяких і мова G спостерігача (вибраний ним метод моделювання), за допомогою якого він відображає об'єкт або процес прийняття рішення. Тоді

$$S \underset{def}{\equiv} \langle A, R, Z, N, G \rangle,$$

де G – множина методів дослідження.

У визначеннях системи буває і більше складових, але це пов'язано з диференціацією в конкретних умовах видів елементів, відношень між ними.

Зіставляючи еволюцію визначення поняття системи (елементи і зв'язок, потім – мета, потім – спостерігач) і еволюцію використання категорій теорії пізнання у дослідницької діяльності, можна знайти подібність: останнім часом з організацією процесу пізнання, поруч із об'єктами вивчення, їх властивостями і відношеннями (зв'язками) між елементами, все більшу увагу починають приділяти суб'єкту, «спостерігачеві», що проводить експеримент, що виявляє особливості досліджуваного об'єкта.

Визначення поняття системи пов'язані з розвитком теорії систем та системології, в рамках яких використовуються такі ***рівні абстрактного опису***:

- символічний або лінгвістичний;
- теоретико-множинний;
- абстрактно-алгебраїчний;
- топологічний;
- логіко-математичний;
- теоретико-інформаційний;
- динамічний;
- евристичний.

Поняття «система» і «структура» ототожнювати не можна. Якщо під ***структурою*** слід розуміти мережу взаємозв'язаних елементів, якісна природа яких не враховується і головна увага спрямована на їх зв'язок, то під ***системою*** розуміють об'єкт у цілому зі всіма властивими йому внутрішніми і зовнішніми зв'язками і властивостями.

Кажучи про систему, ми перш за все підкреслюємо цілісний характер матеріального об'єкта, в якому головна увага спрямована на якісну специфіку елементів.

2. Поняття «зв'язок»: сутність, особливості трактування, види.

Найбільше смислове навантаження в системному аналізі відводиться поняттю ***«зв'язок»***, як відношенню між елементами або між елементами та середовищем.

Виявлення зв'язків дозволяє пізнавати предмети не безпосередньо, а через інші предмети, що знаходяться з ними в тому або іншому зв'язку.

Одним з шляхів трактування поняття «зв'язок» є складання ***емпіричної класифікації можливих зв'язків у будь-якій системі***:

- *зв'язки взаємодії* (координації), серед яких можна розрізнити *зв'язки властивості* (такі зв'язки фіксуються, наприклад, у формулах фізики типу *pv* = const) і *зв'язку об'єктів* (наприклад, зв'язки між окремими нейронами в тих або інших нервово-психічних процесах). Особливий вид зв'язків взаємодії становлять зв'язки між окремими людьми, а також між людськими колективами або соціальними системами. Специфіка цих зв'язків полягає в тому, що вони опосередкують цілями, які переслідує кожна зі сторін взаємодії. В рамках цього типу зв'язків можна розрізнити *кооперативні* й *конфліктні зв'язки.* Необхідно зазначити, що зв'язки взаємодії становлять найбільш широкий клас зв'язків, що так або інакше проявляється у всіх інших типах зв'язків;
- *зв'язки породження* (генетичні), коли один об'єкт є підставою, що викликає до життя інший (наприклад, зв'язок типу «*А* батько *В*»);
- *зв'язки перетворення,* серед яких можна розрізнити: *зв'язки перетворення*, що реалізовуються через певний об'єкт, що забезпечує це перетворення (така функція притаманна хімічним каталізаторам), і *зв'язки перетворення, що реалізовуються шляхом безпосередньої взаємодії двох або більше об'єктів*, у процесі якої ці об'єкти окремо або разом переходять з одного стану в інший (наприклад, взаємодія організмів і середовища в процесі видоутворення);
- *зв'язки будови* (структурні зв’язки);
- *зв'язки функціонування,* що забезпечують реальну життєдіяльність об'єкта або його роботу, якщо мова йде про технічну систему. У найзагальнішому вигляді зв'язки функціонування можна підрозділити на *зв'язки станів* (коли наступний за часом стан є функцією від попереднього) і *зв'язки енергетичні, трофічні, нейронні, інформаційні*;

– *зв'язки розвитку,* які можна розглядати як модифікацію функціональних зв'язків станів, з тією різницею, що розвиток істотно відрізняється від простої зміни станів;
– *зв'язки керування,* які залежно від їх конкретного вигляду можуть утворювати різновид функціональних зв'язків або зв'язків розвитку.

Особливу увагу звертаємо на наступні ***три види зв'язків***:

– ***рекурсивний зв'язок*** – необхідний зв'язок між явищами та об'єктами, при якому зрозуміло, де причина і де наслідки;
– ***синергетичний зв'язок*** визначається як зв'язок, який при сумісних діях незалежних елементів системи забезпечує збільшення їх загального ефекту до значення, більшого, ніж сума ефектів цих елементів, що діють незалежно. Саме із синергетичних зв'язків випливають ***інтегральні (емерджентні) властивості***, тобто властивості цілісної системи, які не властиві елементам, що складають її і розглядаються поза системою;
– ***циклічний зв'язок*** – складний зворотний зв'язок.

Система як єдине ціле існує саме завдяки зв'язкам між її елементами, тобто, іншими словами, зв'язки виражають закони функціонування системи.

Зв'язки розрізняють за характером взаємозв'язку як *прямі та зворотні*, а по виду проявів (опис) як детерміновані та імовірнісні.

Прямі зв'язки призначені для заданої функціональної передачі речовини, енергії, інформації або їх комбінацій – від одного елемента до іншому у напрямі основного процесу.

Зворотні зв'язки, в основному, виконують функції, що поінформовують, відображаючи зміну стану системи в результаті дії управителя на неї. Відкриття принципу зворотний зв'язок стало видатною подією у розвитку техніки та мало виключно важливі наслідки.

Процеси керування, адаптації, саморегулювання, самоорганізації, розвитку неможливі без використання зворотних зв'язків. Так, за допомогою зворотного зв'язку сигнал (інформація) з виходу системи (об'єкта керування) передається до органу керування. Тут цей сигнал містить інформацію про роботу, виконану об'єктом керування, порівнюється з сигналом, що задає вміст та обсяг роботи (наприклад, план). У разі виникнення неузгодженості між фактичним та плановим станом роботи вживаються заходи щодо його усунення.

Основними функціями зворотного зв'язку є:

- протидія тому, що робить сама система, коли вона виходить за встановлені межі (наприклад, реагування зниження якості);
- компенсація збурень та підтримання стану стійкої рівноваги системи;
- синтезування зовнішніх та внутрішніх збурень, що прагнуть вивести систему зі стану стійкої рівноваги, зведення цих збурень до відхилень однієї чи кількох керованих величин (наприклад, вироблення керуючих команд на одночасну появу нового конкурента та зниження якості продукції, що випускається);
- вироблення керуючих впливів на об'єкт.

3. Поняття «елемент»: базове визначення та сутність.

Поняття «елемент» є однією з фундаментальних категорій системного аналізу, що лежить в основі розуміння структури та організації будь-якої системи. Елемент разом із поняттями системи, зв'язку та структури утворює концептуальний каркас системного підходу. Проте за своєю кажучою простотою це поняття приховує значну методологічну глибину та неоднозначність, яка потребує ретельного розгляду.

В найзагальнішому розумінні ***елемент*** – це частина системи, що розглядається як неподільна в рамках конкретного дослідження. Це остання одиниця декомпозиції, далі якої аналіз не проводиться або втрачає сенс у контексті поставленої задачі. Елемент є носієм певних властивостей та функцій, що необхідні для забезпечення цілісності та функціонування системи.

Важливо усвідомлювати, що елемент – це не абсолютна, а відносна категорія. Те, що в одному дослідженні розглядається як неподільний елемент, в іншому може бути складною системою, що потребує детального аналізу. Наприклад, у системному аналізі університету окремий факультет може розглядатися як елемент. Але якщо об'єктом дослідження стає сам факультет, то він перетворюється на систему, елементами якої виступають кафедри, лабораторії, адміністративні підрозділи.

Ця відносність елемента відображає один з центральних принципів системного аналізу – *принцип масштабування* або *змінності рівня розгляду*. Дослідник свідомо обирає той рівень деталізації, який є адекватним для розв'язання конкретної проблеми. Занадто детальний аналіз може привести до втрати бачення цілого, тоді як надмірне укрупнення елементів не дозволить виявити суттєві закономірності.

4. Інші категорії системного аналізу.

«Середовище» – це сукупність всіх об'єктів, зміна яких впливає на систему, а також об'єктів, що змінюються під дією системи, або сукупність об'єктів, що не входять до системи, але взаємодіють з нею.

«Структура» – спосіб організації зв'язків між елементами системи. Структура характеризує стійку впорядкованість у просторі і часі елементів системи та їх зв’язків. Структура відтворює найсуттєвіші зв’язки між елементами та підсистемами, що мало змінюються при змінах у системі та забезпечують існування як системи, так і найважливіших її властивостей. Для визначення структури системи необхідно провести її послідовну декомпозицію, тобто виокремити в ній підсистеми всіх рівнів, які доступні аналізу, та їхні елементи, котрі відповідно до завдань дослідження не поділяються на складові частини. Найважливішим завданням декомпозиції є спрощення системи, що є надто складною для розгляду та дослідження. Завдяки ієрархічності структура складних систем може бути подана через структуру їх частин – від підсистем до елементів.

«Мета» – відображає призначення системи й конкретизується цілями.

Аналіз цілей: при виборі сукупності цілей необхідно передбачити низку оцінок, у тому числі:

- перевірку цілей на реалізованість, виявлення перешкод на шляху досягнення цілей: економічних, технічних, соціальних та ін.;
- оцінку зв'язків цілей нижнього рівня ієрархії з цілями більш високого рівня;
- оцінку несуперечності (в загальному випадку характеру та ступеня суперечливості) цілей кожному рівні;
- оцінку семантичної точності формулювань цілей, зрозумілих усім індивідам, що стосуються мети; використання прийнятих визначень та позначень.

«Структура» – сукупність стійких зв'язків та відношень між елементами системи, що забезпечує її цілісність.

«Структура» мети – представляє собою дерево цілей, які поділяються на тактичні, макроцілі та ідеали.

«Організація» – внутрішня впорядкованість елементів цілого, а також сукупність процесів, що ведуть до встановлення взаємозв'язків між окремими частинами системи.

Організацію можна розцінювати в якості:

- просторової, для якої властиво просторове положення елементів;
- часової, тобто часової упорядкованості елементів системи;
- структурної, яка відрізняється структурними особливостями;
- цільової, що являє собою цільову впорядкованість системи;
- функціональної, для якої властива певна впорядкованість у функціонуванні елементів, що забезпечує функціонування системи.

Категорія ***«ціле»*** є однією з найбільш філософськи глибоких і методологічно значущих концепцій системного аналізу. Якщо елемент представляє аналітичний, розчленовуючий аспект системного мислення, то ціле втілює синтетичний, інтегруючий принцип. Розуміння природи цілого, його відношення до частин, механізмів формування цілісності є наріжним каменем системного підходу та тим, що принципово відрізняє його від редукціоністських методологій.

У системному аналізі під ***цілим*** розуміється не просто сукупність або агрегат частин, а організована єдність, що володіє власними властивостями, які не можуть бути виведені зі знання про окремі частини, навіть якщо про ці частини відомо все. Ціле характеризується особливою якістю – цілісністю, що проявляється у відносній незалежності властивостей цілого від властивостей окремих елементів при збереженні певної структури взаємозв'язків.

Важливо розрізняти поняття «ціле» та «сукупність». ***Сукупність*** – це проста множина елементів без істотних зв'язків між ними. Наприклад, купа каміння є сукупністю, але не цілим – властивості купи (вага, об'єм) є простою сумою властивостей окремих каменів. Натомість живий організм, механізм, організація є цілим – вони мають властивості та поведінку, що якісно відрізняються від властивостей їхніх компонентів.

«Підсистема» – частина системи, яка сама має системну природу та може розглядатися як окрема система.

«Вхід» – ресурси, інформація або впливи, що надходять у систему ззовні.

«Вихід» – продукти, результати або впливи, що система передає назовні.

«Модель» – спрощене зображення реальної системи, що відображає її ключові властивості та зв'язки.

«Функція» – призначення, роль або діяльність системи чи її елемента.

Наведений огляд категорій є основним, але не повним.

Наостанок визначимо *роль категоріального апарату* в системному аналізі:

- *уніфікація термінології:* забезпечує спільну мову для фахівців різних галузей;
- *методологічна основа:* дозволяє перейти від інтуїтивного розуміння до формалізованого опису та моделювання складних об'єктів;
- *інструмент дослідження*: допомагає структурувати інформацію, виявляти приховані залежності та розробляти ефективні рішення.

1.1.5 Класифікація систем

У зв'язку з великим різноманіттям систем виникає необхідність їх класифікувати. В основі будь-якої класифікації лежать *ознаки*, за якими множина об'єктів поділяється на підмножини – класи. Так, класифікацію систем можна здійснити за різними ознаками.

Розглянемо ***основні ознаки та класифікації систем*** залежно від них [3].

1. По відношенню системи до навколишнього середовища розрізняють:
   – *відкриті* (є обмін із навколишнім середовищем ресурсами);
   – *закриті* (немає обміну ресурсами із навколишнім середовищем).
2. За походженням системи (елементів, зв'язків, підсистем):
   – *штучні* (знаряддя, механізми, машини, автомати, роботи тощо);
   – *природні* (живі, неживі, екологічні, соціальні тощо);
   – *абстракті, віртуальні* (уявні і, хоча вони реально не існуючі, але функціонують так само, як і у разі, якби вони реально існували);
   – *змішані* (економічні, біотехнічні, організаційні та ін.).
3. За описом змінних систем:
   – *з якісними змінними* (мають лише змістовний опис);
   – *з кількісними змінними* (які мають дискретно або неперервно описані кількісним чином змінні);
   – *змішаного* (кількісно-якісного) *опису*.
4. За типом опису закону (законів) функціонування системи:
   – *типу «чорна скринька»* (закон функціонування системи є повністю невідомим, відомі лише вхідні та вихідні повідомлення системи);
   – *не параметризовані* (закон не описаний, описуємо за допомогою хоча б невідомих параметрів, відомі лише деякі апріорні властивості закону);
   – *параметризовані* (закон відомий з точністю до параметрів і його можна зарахувати до певного класу залежностей);
   – *типу «біла (прозора) скринька»* (повністю відомий закон).

5. За способом керування системою (у системі):
   – *керовані ззовні системи* (без зворотного зв'язку, регульовані, керовані структурно, інформаційно або функціонально);
   – *керовані зсередини системи* (*самоврядні* або *саморегульовані* – програмно керовані, регульовані автоматично, *адаптовувані* – які пристосовуються за допомогою керованих змін станів, *самоорганізовувані* – які змінюють у часі і в просторі свою структуру найбільш оптимально, впорядковуючи свою структуру під впливом внутрішніх і зовнішніх факторів);
   – *системи з комбінованим керуванням* (автоматичні, напівавтоматичні, автоматизовані, організаційні).
6. За ***складністю систем***, яка є однією з найважливіших характеристик систем та визначає труднощі їх дослідження, проектування та керування.

Існує ряд підходів до поділу систем за складністю, та, на жаль, немає єдиного визначення цього поняття, немає і чіткої межі, що відокремлює найпростіші системи від складних.

Різними авторами пропонувалися різні класифікації складних систем [6]. Наприклад, *ознакою простої системи* вважають порівняно невеликий обсяг інформації, необхідний для її успішного керування. Системи, у яких не вистачає інформації для ефективного керування, вважають ***складними***. Для переводу системи в розряд простої необхідними є отримання інформації про неї та включення її до моделі.

Поряд з цим, вважається, що ***складна система*** являє собою множину взаємопов'язаних і взаємодіючих між собою елементів і підсистем різної фізичної природи, що становлять нероздільне ціле, які забезпечують виконання системою деякої складної функції і описуються досить складною математичною моделлю.

Будь-яка сукупність *n* не пов'язаних між собою елементів і підсистем не є системою.

Система вважається ***простою***, якщо вона складається з малої кількості елементів або її модель можна віднести до розряду простих моделей.

Чим більше компонентів містить система, тим важче охопити її цілісно, відстежити всі елементи, забезпечити їхню координацію. Проста система може містити кілька елементів, складна – тисячі або мільйони. Наприклад, механічний годинник містить десятки деталей, сучасний автомобіль – десятки тисяч, а людський мозок – близько 86 мільярдів нейронів.

Г. М. Кухарів оцінює ***складність систем*** залежно від числа елементів, що входять до системи:

– малі системи (10-10^3 елементів);
– складні (10^4-10^6);
– ультраскладні (10^7-10^{30} елементів);
– суперсистеми (10^{30}-10^{200} елементів).

Ю. І. Черняк ***складною*** називає систему, яка будується для вирішення багатоцільового, багатоаспектного завдання та відображає об'єкт із різних сторін у кількох моделях. Кожна з моделей має свою мову, а для узгодження цих моделей потрібна особлива метамова. При цьому наголошується на наявності у такої системи складної, складової мети або навіть різних цілей і до того ж одночасно багатьох структур (наприклад, технологічної, адміністративної, комунікаційної, функціональної тощо).

В. С. Флейшман за основу класифікації покладає складність поведінки системи.

Одна з найцікавіших класифікацій за рівнями складності запропонована К. Боулдінгом. У цій класифікації кожен наступний клас включає попередній.

Умовно можна виділити ***два види складності***:

– структурну;
– функціональну.

Розглянемо кожну з них докладно.

Структурна складність. Ст. Бір пропонує поділяти системи на [16]:

– *прості* – системи, які мають до 10^3 станів;
– *складні* – системи, які відрізняються розгалуженою структурою, великою різноманітністю внутрішніх зв'язків та мають 10^3-10^6 станів;
– *дуже складні системи* – складні системи, які мають більше 10^6 станів та які докладно описати не є можливим.

Одним із *способів опису складності* є оцінка числа елементів, що входять до системи (змінних, станів, компонентів), та різноманітності взаємозалежностей між ними.

Наприклад, *кількісну оцінку складності системи* можна зробити, зіставляючи число елементів системи (n) і кількість зв'язків (m) за наступним співвідношенням:

$$C_s = \frac{m}{n(n-1)}$$

Можна застосувати *ентропійний підхід до оцінки складності системи Дж. Кліра* [4, 5]: структурна складність системи має бути пропорційна обсягу інформації, необхідної для її опису (зняття невизначеності). У цьому випадку загальна кількість інформації про систему S, в якій апріорна ймовірність появи i-ої властивості дорівнює $p(s_i)$, визначається як

$$I = -\sum_i p(s_i) \log p(s_i).$$

Функціональна складність. Для *кількісної оцінки функціональної складності* можна використовувати *алгоритмічний підхід*, наприклад кількість арифметико-логічних операцій, потрібних для реалізації функції системи перетворення вхідних значень у вихідні, або обсяг ресурсів (час рахунку або пам'ять, що використовується), які використовуються у системі під час вирішення деякого класу задач. Вважається, що не існує систем обробки даних, які могли б обробити більш ніж 1.6×10^{17} біт інформації в секунду на грам власної маси. Тоді гіпотетична комп'ютерна система, що має масу, яка дорівнює масі Землі, за період, який дорівнює приблизно віку Землі, може обробити

близько 10^{97} біт інформації (*межа Бремермана*). При цих розрахунках, задачі, що потребують обробки більш ніж 10^{93} біт називаються ***трансобчислювальними***. В практичному плані це означає, що, наприклад, повний аналіз системи зі 100 змінних, кожна з яких може приймати 10 різних значень, є трансобчислювальною задачею.

Отже, система з n змінними, кожна з яких може знаходитися у k станах, може мати k^n можливих станів. Аналіз такої системи потребує обробки як мінімум k^n біт інформації. Задача стає трансобчислювальною, якщо $k^n>10^{93}$. Це відбувається при наступних значеннях k та n (табл. 1.1).

Таблиця 1.1

k	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n	308	194	154	133	119	110	102	97	93

За іншою класифікацією пропонується розглядати ***чотири варіанти складності систем***:

– *малі прості* системи;
– *малі складні* системи;
– *великі прості* системи;
– *великі складні* системи.

При цьому виділення системи того чи іншого класу в одному й тому ж об'єкті залежить від погляду на об'єкт, тобто від спостерігача. На рис. 1.2 показані можливі поєднання ознак систем: Проста-Складна, Мала-Велика.

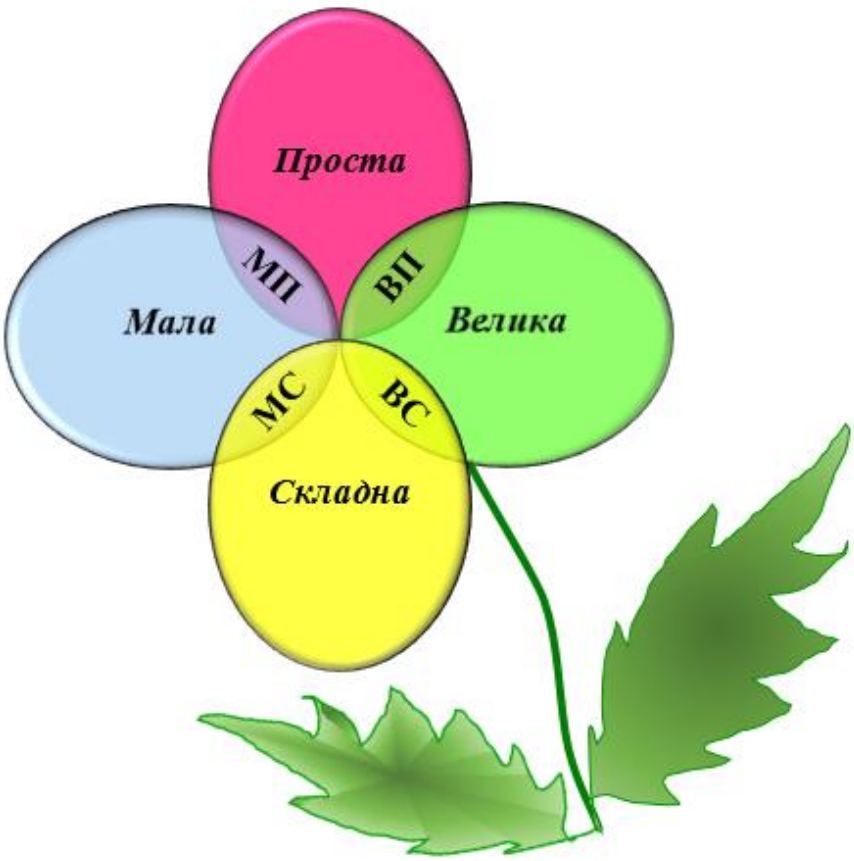


Рисунок 1.2 – Можливі поєднання ознак систем: Проста-Складна, Мала-Велика

Отже, один і той самий об'єкт може бути представлений системами різної складності і це залежить не тільки від спостерігача, а й від мети дослідження.

Розглянемо ***характерні особливості складних систем.*** До основних з них можна віднести:

- велику кількість взаємопов'язаних між собою елементів та підсистем;
- складність функцій, які виконуються системою та спрямовані на досягнення мети її функціонування;
- багатовимірність системи, обумовлену наявністю великої кількості зв'язків між підсистемами;
- взаємодію із зовнішнім середовищем та функціонування в умовах впливу випадкових факторів;
- наявність множини критеріїв оцінки якості функціонування складної системи та її підсистем;
- різноманіття структури складної системи, обумовлене як різноманітністю структур її підсистем, так і різноманітністю структур об'єднання підсистем в єдину систему;
- наявність керування, яке часто має ієрархічну структуру, а також розгалужену інформаційну мережу та інтенсивні інформаційні потоки;
- різноманіття фізичної природи підсистем, що характеризується їх різною фізичною сутністю;
- існування інтегративних ознак, які властиві системі в цілому, але не властиві кожному її елементу окремо (наприклад, резервована система надійна, а її елементи можуть бути ненадійними; замкнута складна система, що складається із стійких елементів, може бути нестійкою);
- відсутність можливості отримання достовірної інформації про властивості системи загалом у результаті вивчення властивостей її окремих елементів.

Від складних систем потрібно відрізняти великі системи.

Велика система – система, для актуалізації моделі якої з метою керування бракує матеріальних ресурсів (машинного часу, ємності пам'яті, інших засобів моделювання). До таких систем відносяться економічні, організаційно-управлінські, нейрофізіологічні, біологічні тощо. *Способом переведення великих систем* у прості є створення нових потужніших засобів обчислювальної техніки.

Поняття великої та складної системи є різними. Щоб підкреслити суттєву різницю між поняттями «велика» і «складна» системи, наведемо приклад (табл. 1.2), за яким, наприклад, визначимо, чому шифрозамок віднесено до класу великих та простих систем: шифрозамок – це система, яка є великою (оскільки у викрадача може не вистачити ресурсу часу для розтину замка) та простою (оскільки розтин зводиться до простого багатоваріантного перебору шифрів).

Розуміння різних видів складності є критично важливим для системного аналізу, оскільки різні типи складності вимагають різних методологічних підходів та інструментів.

Таблиця 1.2 – Зведені класифікаційні ознаки систем

№	Система	Мала	Велика	Проста	Складна
1	Справний побутовий прилад для користувача	+		+	
2	Несправний побутовий прилад для майстра	+			+
3	Шифрозамок для викрадача		+	+	
4	Мозок, живий організм		+		+

Потрібно зауважити, що системи будь-якого рівня складності володіють різними властивостями, які можна поділити на кілька груп.

1. ***Властивості, які пов'язані з цілями і функціями системи***:
   - *синергічність* – односпрямованість (цілеспрямованість) дій компонентів підсилює ефективність функціонування системи;
   - *пріоритет інтересів системи* ширшого (глобального) рівня перед інтересами її компонентів;
   - *емерджентність* – цілі (функції) компонентів системи не завжди збігаються із цілями (функціями) системи;
   - *мультиплікативність* – позитивні й негативні ефекти функціонування компонентів у системі володіють властивістю множення, а не складання;
   - *цілеспрямованість*;
   - *альтернативність шляхів* функціонування і розвитку.
2. ***Властивості, які пов'язані зі структурою системи***:
   - *цілісність* – первинність цілого по відношенню до частин;
   - *неадитивність* – принципова неможливість зведення властивостей системи до суми властивостей складових її компонентів;
   - *структурність* – можливість декомпозиції системи на компоненти та встановлення зв'язків між ними;
   - *ієрархічність* – кожен компонент системи може розглядатися як система (підсистема) ширшої глобальної системи.
3. ***Властивості, які пов'язані з ресурсами і особливостями взаємодії з середовищем***:
   - *комунікативність* – існування складної системи комунікацій із середовищем у вигляді ієрархії;
   - *взаємодія і взаємозалежність системи й зовнішнього середовища*;
   - *адаптивність* – прагнення до стану стійкої рівноваги, яка припускає адаптацію параметрів системи до параметрів змінюваного зовнішнього середовища (проте «нестійкість» не у всіх випадках є дисфункціональною для системи, вона може виступати і як умова динамічного розвитку);
   - *надійність* – функціонування системи при виході з ладу однієї з її складових, можливість збереження проектних значень параметрів системи протягом запланованого періоду;
   - *інтерактивність*.

4. ***Інші властивості системи***:
   - *інтегративність* – наявність системоутворюючих, системозберігаючих чинників;
   - *еквіфінальність* – здатність системи досягати станів, не залежних від початкових умов, і таких, що визначаються тільки параметрами системи;
   - *спадковість*;
   - *розвиток*;
   - *порядок*;
   - *самоорганізація*.

1.1.6 Дослідження проблемних ситуацій: поняття, основні ознаки, етапи дослідження, формалізація та декомпозиція

Формулювання проблеми. Успішне формулювання проблеми може бути рівносильним «половині» розв'язку проблеми, тому в системному аналізі приділяється особлива увага можливій більш ранній оцінці параметрів, властивостей та зв'язків цієї проблеми [1, 3, 6]. Не завжди можна внести до проблеми «готові» цілі; наприклад, висловлені будь-ким цілі можуть виявитися недостатніми. Більше того, фахівець аналізу системи може прийняти запропоновану йому мету, тільки виявивши в результаті формулювання проблеми відсутність у ній надмірності або суперечливості.

Формулювання проблеми означає, що основні елементи проблеми належним чином визначені та пов'язані. Формулювання проблеми називається також ***визначенням проблеми***.

Початкові операції з формулювання проблеми мають на меті:
- складання вихідного формулювання проблеми;
- осмислення цього формулювання по відношенню до різних частин проблеми;
- осмислення фактів, що стосуються проблеми;
- загальне уточнення вихідного формулювання проблеми.

На початку дослідження, поділяючи те, що відомо і що невідомо, прагнуть зробити осмисленим вихідне формулювання проблеми.

Дзеркальне відображення формулювання проблеми є виробленням визначення мети.

Термін ***мета*** використовується для того, щоб описати результат, що підлягає досягненню.

Мета може приймати форму, яка обумовлює досягнення максимуму (або мінімуму), величина якого ще має бути визначена, або форму завдання діапазону значень, всередині якого має лежати рішення. У всіх випадках мета є бажаним результатом діяльності.

Комбінація цілей, встановлюючих курс, і примушуючих зв'язків, обмежуючих цілі, утворює обмеження, при якому починається вивчення проблеми.

Обмеження являє собою сукупність правил, встановлення та висунення внутрішніх або зовнішніх керуючих принципів, які визначають межі проблеми..

Кожна проблема повинна мати певне обмеження.

Сумісність мети та примушуючих зв'язків істотна. Без згоди щодо обмежень неможливо, щоб була згода щодо рішень. Безглуздо говорити про «рішення», якщо зацікавлені в ситуації групи осіб не здатні дійти згоди щодо проблеми чи обмеження.

Коли фахівець з аналізу систем встановлює умову проблеми, він ставить межі дослідження проблеми і, отже, межі обмеження.

У математичному сенсі *умови можуть бути визначені як* достатні, надмірні чи суперечливі; інших форм вони набувати не можуть.

Умова є надмірною, якщо вона містить непотрібні елементи. Непотрібними елементами можуть бути ті, які мають тенденцію викликати втрати. Умова може також містити протиріччя. *Суперечливий елемент* – це елемент, який тісно пов'язаний з іншим, причому якщо один є істинним, то інший має бути хибним. *Наслідком суперечливої умови* є неузгодженість частин проблеми і, отже, їх взаємна протилежність.

Достатня умова виконується, якщо примушуючі зв'язки є сумісними з запропонованою метою, коли мета визначена адекватно вимогам до системи. *Достатність* передбачає точність і має все необхідне, щоб виконати вимогу без будь-яких нестач або будь-яких надмірностей.

Проблеми, структура яких погано визначена, взагалі «вирішуються» у вигляді прийняття без доказів, відносних або абсолютних оцінок.

Проблеми великого діапазону, проблеми, вирішення яких залежить від ще не розроблених речей, та проблеми, у яких приймаються гіпотези про об'єднання систем, ще у невизначеному в існуючій ситуації, є ***проблемами з погано визначеною структурою***.

При формулюванні (або постановці) проблеми фахівець з аналізу систем повинен виконати такі роботи:

- описати, як проблема була виявлена;
- встановити, чому вона сприймається як проблема;
- відрізнити її від «симптому» деяких суміжних проблем;
- надати операційні визначення небажаних наслідків проблеми.

Фахівець з аналізу систем зробить дуже важку помилку, якщо при формулюванні проблеми він пропонуватиме рішення чи встановлюватиме причини.

Підготовка формулювання проблеми насамперед націлена на те, щоб поставити проблему до центру уваги.

До гіпотез на стадії формулювання проблеми не висувається жодних вимог.

Для забезпечення контролю за проблемою бажано, щоб були логічно ув'язані факти.

Також важливим є дослідження історичних аспектів виникнення проблеми. Момент часу, коли проблема вперше стала очевидною, дозволяє пов'язати проблему з попередніми діями, що допускають ідентифікацію.

Іноді важливо визначити ситуацію, яка породила проблему.

Одні й ті самі явища можуть інтерпретуватися як проблеми не всіма особами. Отже, необхідно встановити, що визначає зміст явища як проблеми.

Однак деякі проблеми, які не є очевидними, можуть бути передбачені виключно за допомогою аналітичних методів. У випадках, коли проблеми не є очевидними, порушення дії системи не відбувається негайно, але стає можливим.

Розглянемо ***процес формалізації проблеми***.

Оскільки об'єктом дослідження у системному аналізі є проблема, то метою системного аналізу є вирішення проблеми. У свою чергу, вирішення проблеми пов'язане з процесом прийняття рішення. При цьому процес прийняття рішення – це вся сукупність процедур, що призводять до вирішення задач, що включають прямі та зворотні зв'язки.

Системний аналіз, що розглядається разом із процесом прийняття рішення, включає математичне моделювання, використання сучасних обчислювальних систем і спирається на формалізований опис ситуації.

У зв'язку з вищесказаним необхідно визначити поняття, пов'язані з процесом прийняття рішення.

Процес прийняття рішення пов'язаний з такими поняттями, як: задача, проблема, ситуація. Розглянемо ці поняття та надамо їх формальне визначення та встановимо зв'язок між ними.

Під ***задачею в канонічній формі*** розумітимемо логічне висловлювання виду

«Дано V, потрібно W» –	*<V; W>*

де V – задані умови, W – мета.

При цьому

$$V^P,\ V^S \subset V,$$

де V^P – множина операторів, V^S – множина станів об’єкта дослідження.

Отже, можемо записати

$$V^P : V^S \to V^S.$$

Характерною ознакою будь-якої задачі є невизначеність. Розрізняють наступні ***невизначеності***:

– невизначеність умов V_ζ;

– невизначеність цілей W_ζ.

Постановка задачі є першим етапом зниження невизначеності.

При постановці задачі головна увага приділяється аналізу та виділенню множини V, а також визначенню бажаних станів W.

Логічне висловлювання виду

«Потрібно W» –	*<–; W>*

де явно не визначено задані умови V назвемо ***проблемою.*** Отже, проблема – це не повністю поставлена задача.

Щоб ***розв'язати проблему*** її необхідно звести до задачі, а, отже, розглянути задачу виду:

«Дано <–; W>, потрібно <V; W>»

Логічне висловлювання виду

«Дано V» –	*<V; –>*

де явно не визначена мета, називатимемо ***ситуацією*** – «обстановкою, сукупністю умов». Ситуація також є не повністю поставленою задачею.

Для ***зведення ситуації до задачі*** потрібно визначити мету (множину цілей) *W* і, таким чином, звести ситуацію до задачі виду

«Дано <V;–>, потрібно <V; W>»

Отже, проблема та ситуація пов'язані із задачею двояким чином.

Розглянемо ***етапи постановки задачі у системному аналізі***:

1 *етап*: визначення ситуації та проблеми, як початкових даних для постановки задачі;

2 *етап*: побудова проблемної ситуації;

3 *етап*: зведення проблемної ситуації до задачі.

Наведемо схему, яка дозволяє візуалізувати процес постановки задачі у системному аналізі та вказати зв'язки між введеними поняттями та етапами (рис. 1.3).

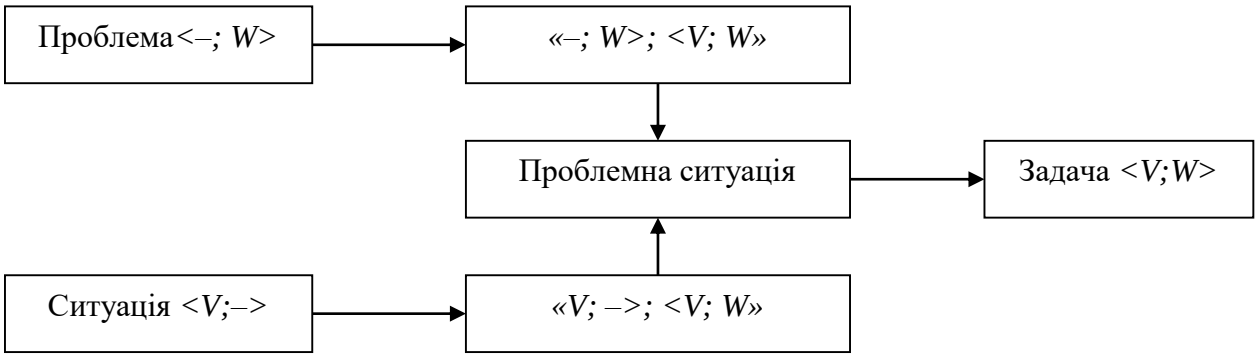


Рисунок 1.3 – Процес постановки задачі у системному аналізі

Побудова проблемної ситуації є дуже складним процесом, оскільки необхідно визначити умови та мету з множини можливих

$$<V; –> \in \{<V; –>\};$$

$$<–;W> \in \{<–; W>\}.$$

При цьому слід враховувати, що проблема не тотожна меті, тобто

$$<–; W> \neq W,$$

де *<–;W>* – проблема з фактичною метою, *W* – нормативна мета.

Зауважимо, що проблема *<–; W>* виникає у зв'язку з незадоволеністю потреби.

Поставлену задачу може бути деталізовано, або виконано ***процес декомпозиції*** у наступному вигляді

$$<V; W> \Rightarrow <Y, Z, D, S, U; W>.$$

Розглянемо процес деталізації (декомпозиції) задачі *<V; W>*.

Нехай маємо

«Дано *Y, Z, D, S, H; потрібно W*»

або в записі через логічне висловлювання

<*Y, Z, D, S, H;W*>,

де Y – множина керованих вхідних факторів (початкові умови $y>0$, $\bar{y}$);

Z – множина некерованих вхідних факторів (початкові умови z_i можуть дорівнювати 0, $\bar{z}$);

S – множина ісходів – результат;

D – множина операторів $d: Y \times Z \to S$;

U – множина критеріїв оцінки елементів S та вибір $S^* \subset S$;

S^* – оптимальне рішення;

W – мета вибору $S^* \subset S \Rightarrow S^* = S(u),\ u \in U$;

D – акт взаємодії Y (керованих) і Z (некерованих) факторів, тобто це процес перетворення, який здійснюється множною операторів $D=\{D', D''\}$;

D' – множина керованих операторів;

D'' – множина некерованих операторів.

Досліджуваний процес декомпозиції задачі <*V; W*> зображено на рис. 1.4.

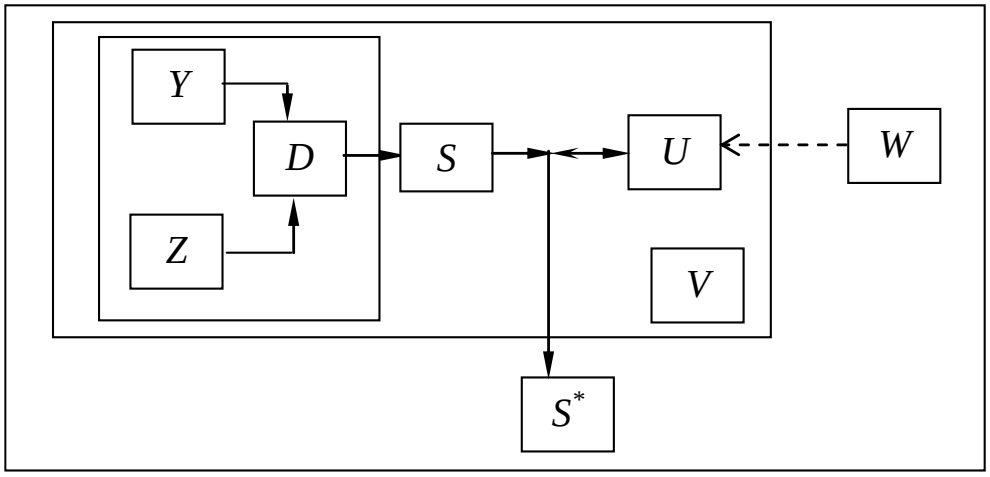


Рисунок 1.4 – Схема процесу декомпозиції задачі <*V; W*>

Розглянемо приклад декомпозиції задачі виду

<*V; W*> $\Rightarrow$ <*Y, Z,D,S,U; W*>.

Нехай розглядається задача житлового будівництва.

Визначимо елементи множини *Y*, якими для даної задачі, наприклад, будуть ресурси, до яких віднесемо будматеріали, механізми, робочу силу (*L*), грошові кошти (*I*).

Елементами множини *Z* (невпорядкованих факторів, але таких, що враховуються) будуть: число та склад сімей; умови погоди; сейсмічність.

До множини операторів *D* віднесемо:

D' – множину технологій та проектів будівель;

D'' – множину невпорядкованих операторів, до яких належать:

- якість конструкційних матеріалів;
- продуктивність праці робітників;
- продуктивність механізмів.

До множини ісходів – результатів S належить множина житлових будинків.

Тут W – мета вибору – ставить вимоги до житлової та корисної площі на людину: число кімнат. комплекс зручностей.

U – критерій порівняння множини ісходів S з метою W таким чином, що він або впорядковує варіанти ісходів S або вводить оцінки: наприклад, «вибрати оптимальний варіант S^* при $W=min(Y)$ або при $W=min(Y- Y^{норм})$».

1.2 Теорія систем, системна методологія та системний аналіз: основні постулати, принципи, особливості та взаємозв'язок

1.2.1 Теорія систем. Основні постулати та особливості теорії систем

У сучасному світі, що характеризується зростаючою складністю технологічних, соціальних, економічних, екологічних та ін. процесів, традиційні методи вивчення окремих явищ виявилися недостатніми. Виникла потреба у принципово новому підході, здатному охопити взаємозв'язки, динаміку та цілісність складних об'єктів дослідження. Такою відповіддю стала теорія систем [4, 5, 7].

Теорія систем – це міждисциплінарна галузь знань, що вивчає загальні закономірності організації, функціонування та розвитку систем будь-якої природи. Вона надає універсальний понятійний апарат та методологічну основу для дослідження явищ у різних сферах.

Предметом теорії систем є виявлення та вивчення універсальних закономірностей, що властиві системам різного типу: технічним, біологічним, соціальним, економічним, екологічним тощо.

Основне завдання теорії систем полягає у розробці єдиної теоретичної бази, яка дозволяє описувати, пояснювати та прогнозувати поведінку складних систем, використовуючи загальні принципи та методи.

Теорія систем виникла як відповідь на потребу в єдиному концептуальному апараті для дослідження складних об'єктів різної природи.

На відміну від традиційних наук, що зосереджуються на специфіці окремих об'єктів (наприклад, фізика вивчає фізичні явища, біологія – живі організми), теорія систем вивчає те, що є спільним для різних об'єктів – їх системну організацію, структуру зв'язків, механізми функціонування та розвитку.

Фундаментальна особливість теорії систем полягає в тому, що вона досліджує не конкретні фізичні, біологічні, соціальні чи інші явища, а універсальні моделі організації та поведінки, які проявляються в системах будь-якого типу. Це робить теорію систем міждисциплінарною галуззю знання, яка надає методологічні інструменти для всіх інших наук.

Це породжує виникнення двох наслідків:

- системні знання та методологія можуть використовуватись практично у всіх розділах традиційної науки;

- теорія систем володіє гнучкістю, що дозволяє вивчати властивості відношень в таких системах і, отже, в задачах, де фігурують характеристики, досліджувані в самих різних галузях традиційної науки.

Все це дозволяє вивчати подібні системи і розв’язувати задачі в цілому, а не розглядати їх як набір незв'язаних предметних підсистем та підзадач.

Теорія систем спирається на ***три постулати***:

- функціонування систем будь-якої природи може бути описано на основі розгляду формальних структурно-функціональних зв'язків між окремими елементами систем;
- організація системи може бути визначена на основі спостережень, проведених ззовні за допомогою фіксованих станів тільки тих елементів системи, що безпосередньо взаємодіють з її оточенням;
- організація системи цілком визначає її функціонування і характер взаємодії з навколишнім середовищем.

Зазначені постулати дають можливість вирішувати наступні ***дві задачі*:**

1) визначення організації системи, виходячи з характеристик взаємодії із зовнішнім середовищем;
2) визначення характеристик взаємодії, виходячи з організації системи.

Якщо теорія систем є наукою в звичайному сенсі, то в ній слід розрізняти три основні компоненти:

1) область дослідження;
2) сукупність знань про цю область;
3) системну методологію (сукупність принципів, методів, процедур і технологій дослідження, проектування та управління системами різної природи).

Центральним у *системній методології* є поняття ***системної (епістемологічної) ієрархії***, яка відображає різні рівні нашого знання про систему.

На найпростішому рівні ми маємо лише емпіричні дані спостережень – набір змінних та їх значень у часі. Піднімаючись вище, ми виявляємо закономірності та обмеження, які характеризують можливу поведінку системи. Ще вищий рівень передбачає розуміння правил або законів, що генерують цю поведінку. Далі система розглядається як структура взаємодіючих підсистем, і нарешті, на найвищому рівні ми оперуємо множиною альтернативних системних описів з критеріями їх порівняння та вибору.

Ця епістемологічна ієрархія визначає ***три основні типи системних задач*** [5]:

1. *системний аналіз* – передбачає рух від емпіричних даних до виявлення структури (ми намагаємось зрозуміти, як влаштована система, спостерігаючи її поведінку);
2. *системний синтез* – рухається у протилежному напрямку: від заданої структури до передбачення поведінки;
3. *системне проектування* – полягає у пошуку оптимальної системної конфігурації для досягнення певної мети при заданих обмеженнях.

Особливістю системної методології є фундаментальний *принцип компенсації між складністю та невизначеністю*. Коли ми деталізуємо опис системи, додаємо більше підсистем та зв'язків, ми зменшуємо невизначеність щодо її поведінки, але одночасно збільшуємо складність моделі. І навпаки, спрощуючи опис, ми втрачаємо точність передбачень. Це створює об'єктивний компроміс, з яким стикається кожен дослідник складних систем – потрібно знайти баланс між простотою моделі та її адекватністю.

Системна методологія оперує різними ***мірами складності:***

- *організаційна складність* – відображає структуру взаємозв'язків між елементами системи;
- *алгоритмічна складність* – характеризує складність правил, за якими функціонує система;
- *обчислювальна складність* – вимірює ресурси, необхідні для моделювання системи.

Розуміння цих різних аспектів складності дозволяє обирати адекватні методи дослідження та моделювання.

Проблема реконструкції системи є центральною в системній методології. Маючи спостереження за поведінкою системи, ми прагнемо відновити її внутрішню структуру. Це завдання не має однозначного розв'язку – одна й та сама поведінка може генеруватися різними структурами. Тому системна методологія розробила критерії вибору між альтернативними системними описами, серед яких ключовими є простота, несуперечність та адекватність меті дослідження.

Важливою особливістю теорії систем є її *епістемологічна*, а не онтологічна *спрямованість*. Вона зосереджується не на питанні «що таке система насправді», а на питаннях «як ми пізнаємо системи» та «як ми можемо достовірно описувати та передбачувати їх поведінку». Це робить системну методологію практично орієнтованим інструментом, який допомагає розв'язувати конкретні дослідницькі та інженерні задачі.

Методологічний плюралізм є ще однією характерною рисою системного підходу. Не існує єдиного «правильного» способу системного дослідження – метод обирається залежно від мети, доступних даних, обмежень часу та ресурсів. Одна й та сама система може бути описана на різних рівнях абстракції, з використанням різних формалізмів, і всі ці описи можуть бути однаково легітимними, якщо вони відповідають цілям дослідження.

Системна методологія наполягає на *принципі спрощення* – серед альтернативних моделей слід обирати найпростішу, що задовольняє вимогам адекватності. Це не означає примітивізації, а відображає прагнення до концептуальної економії та практичної керованості моделей.

Одночасно діє *принцип несуперечності* – системні описи на різних рівнях абстракції мають узгоджуватися між собою, створюючи когерентну картину досліджуваного об'єкта.

Формалізація та математизація є важливими, хоча й не єдиними, інструментами системної науки. Використання теорії множин, теорії інформації, теорії категорій дозволяє надати точності системним концепціям та

зробити їх операційними. Однак системна методологія залишається відкритою для якісних методів аналізу, особливо коли мова йде про слабо структуровані проблеми чи системи з високим ступенем невизначеності.

Контекстуальність є невід'ємною характеристикою системного дослідження. Визначення меж системи, вибір релевантних змінних, рівень деталізації опису – все це залежить від контексту та цілей дослідника. Одне й те саме явище може розглядатися як різні системи залежно від дослідницької перспективи. Ця контекстуальність не є недоліком, а відображає прагматичну природу системного знання.

Теорія систем знаходить застосування скрізь, де потрібно впоратися зі складністю – від проектування технічних систем до моделювання економічних процесів, від розуміння біологічних мереж до управління соціальними організаціями. Її системна методологія надає універсальну мову для міждисциплінарної комунікації та інструменти для розв'язання проблем, які виходять за межі компетенції окремих традиційних наук.

1.2.2 Теорія систем та системний аналіз

Теорія систем та системний аналіз утворюють нерозривну єдність теоретичного фундаменту і практичної методології [4, 7]. Їх взаємозв'язок можна порівняти зі співвідношенням між фундаментальною наукою та прикладною дисципліною, де перша формує концептуальний апарат, а друга забезпечує його операційне застосування для розв'язання конкретних проблем.

Теорія систем розробляє загальні принципи, закони та концепції, які описують поведінку та організацію систем незалежно від їхньої природи. Вона досліджує фундаментальні питання структури, функції, ієрархії, емерджентності, зворотного зв'язку, стійкості, адаптації. Це теоретична база, яка встановлює універсальні закономірності, притаманні системам будь-якого типу. Теорія систем формулює епістемологічні рамки для системного пізнання, визначає рівні абстракції, через які ми розуміємо складні об'єкти, розробляє математичний апарат для формалізації системних понять.

Системний аналіз використовує цю теоретичну базу як інструментарій для дослідження конкретних систем у конкретних контекстах, перетворюючи абстрактні принципи теорії систем на операційні процедури, які можна застосувати до реальних проблем. Якщо теорія систем відповідає на питання «що таке система і як вона влаштована взагалі», то системний аналіз розв'язує питання «як дослідити цю конкретну систему і як приймати рішення щодо неї». Системний аналіз адаптує універсальні концепції до специфіки предметної області, враховує обмеження ресурсів, часу, інформації, формулює практичні рекомендації.

Зв'язок між ними проявляється через *епістемологічну ієрархію*, розроблену теорією систем і яку операціоналізує системний аналіз [5]. Теоретичне розуміння різних рівнів системного знання – від емпіричних даних до генеративних моделей і структурних описів – дає системному аналізу чітку дорожню карту дослідження. Системний аналітик знає, що рухаючись від спостережень до структури, він проходить послідовні етапи абстракції, кожен з

яких має свої методи, інструменти та критерії валідації. Теорія систем встановила цю ієрархію, системний аналіз її реалізує.

Принцип компенсації складності та невизначеності, сформульований у теорії систем, безпосередньо керує практикою системного аналізу. Коли аналітик вирішує, наскільки деталізованою має бути модель системи, він стикається саме з цим фундаментальним компромісом. Теоретичне розуміння того, що збільшення деталізації зменшує невизначеність але підвищує складність, дозволяє свідомо обирати рівень абстракції залежно від цілей аналізу. Теорія систем пояснює чому цей компроміс неминучий, системний аналіз знаходить оптимальний баланс у кожному конкретному випадку.

Проблема ізоморфізму, центральна для теорії систем, робить можливим перенесення методів системного аналізу між різними предметними областями. Виявивши, що дві системи різної природи мають ізоморфну структуру, аналітик може застосувати методи, відпрацьовані в одній галузі, до дослідження іншої. Наприклад, методи аналізу стійкості, розроблені для технічних систем керування, виявилися застосовними до екологічних систем, оскільки математична структура петель зворотного зв'язку є ізоморфною. Теорія систем відкриває ці ізоморфізми на теоретичному рівні, системний аналіз експлуатує їх на практиці.

Концепція емерджентності з теорії систем критично важлива для системного аналізу, бо вона застерігає проти редукціонізму. Розуміючи, що властивості системи як цілого не зводяться до властивостей її частин, аналітик знає, що недостатньо дослідити окремі компоненти – необхідно також аналізувати їх взаємодії та системну організацію. Це теоретичне знання формує стратегію дослідження, де поряд з декомпозицією обов'язково проводиться синтез та аналіз інтегральних властивостей.

Методи квантифікації складності, розроблені в теорії систем, надають системному аналізу інструменти для порівняння альтернативних моделей. Коли аналітик стикається з кількома можливими описами однієї системи, він може використовувати міри організаційної, алгоритмічної, обчислювальної складності для обґрунтованого вибору. Теоретичне обґрунтування цих мір забезпечується теорією систем, їх практичне застосування – системним аналізом.

Теорія систем формує *методологічний плюралізм*, який системний аналіз реалізує через використання різноманітних інструментів. Теоретичне розуміння того, що не існує єдиного універсального методу для всіх системних проблем, заохочує аналітика до творчого поєднання різних підходів. Диференціальні рівняння, імітаційне моделювання, експертні оцінки, статистичні методи, якісні дослідження – інструменти системного аналізу, чия легітимність обґрунтована плюралістичною філософією теорії систем.

Принцип відкритості систем, фундаментальний для теорії систем, визначає як системний аналіз має враховувати взаємодію системи з середовищем. Розуміння того, що майже всі реальні системи є відкритими, обмінюються з оточенням речовиною, енергією, інформацією, спонукає аналітика ретельно визначати межі системи і моделювати зовнішні впливи. Теоретична концепція відкритості трансформується у практичні процедури ідентифікації входів і виходів, збурень та обмежень середовища.

Зворотний зв'язок виникає у теорії систем як універсальний механізм регуляції та адаптації. Системний аналіз використовує це поняття для діагностики проблем та проектування втручань. Виявивши негативний зворотний зв'язок, який забезпечує стійкість системи, аналітик розуміє небезпечність його порушення. Знайшовши позитивний зворотний зв'язок, що генерує експоненціальне зростання або руйнівні коливання, аналітик може запропонувати механізми обмеження. Теорія надає розуміння природи цих механізмів, практика їх ідентифікує та модифікує.

Ієрархічна організація систем, концептуалізована в теорії систем, дає системному аналізу стратегію декомпозиції складних об'єктів. Розуміючи, що складні системи природно організовані у вкладені рівні, аналітик може послідовно розбивати систему на підсистеми, потім на компоненти нижчого рівня, поки не досягне елементарного рівня, доступного для детального вивчення. Принцип «майже декомпозабельності», який стверджує що взаємодії всередині рівнів сильніші за взаємодії між рівнями, допомагає знаходити природні лінії розділу.

Теорія систем розробляє *критерії системності*, які системний аналіз використовує для валідації моделей. Чи є запропонований опис справді системним, чи він враховує взаємодії, емерджентність, динаміку, цілеспрямованість? Теоретичні критерії стають практичними чек-листами для перевірки якості аналітичної роботи. Наука визначає що таке хороша системна модель у принципі, аналіз прагне створити таку модель у конкретному випадку.

Циклічна природа системного дослідження, закладена в теорії систем, реалізується через ітеративний характер системного аналізу. Рух від даних до моделі, перевірка моделі на даних, коригування моделі, збір нових даних – ця спіраль пізнання теоретично обґрунтовується теорією систем і практично реалізується в аналітичних проектах. Розуміння що системне знання завжди є наближенням, яке може вдосконалюватися, робить системний аналіз адаптивним та самовдосконалювальним процесом.

Концепція цілі та цілеспрямованості, розроблена в теорії систем, критично важлива для системного аналізу при визначенні меж дослідження та критеріїв успіху. Розуміння того, що системи можуть мати множинні, конфліктуючі цілі, що цілі можуть змінюватися в часі, що існує ієрархія цілей від оперативних до стратегічних, допомагає аналітику структурувати проблему та формулювати адекватні рекомендації. Теорія надає концептуальні рамки для телеологічного мислення, практика їх застосовує.

Теорія систем і системний аналіз утворюють *неперервний спектр від абстрактного до конкретного, від універсального до контекстуального, від дескриптивного до прескриптивного*. Наука відповідає на питання «як влаштовані системи взагалі», аналіз відповідає на питання «що робити з цією конкретною системою». Наука генерує знання, аналіз його застосовує. Наука формулює закони, аналіз використовує їх як інструменти. Але це не односторонній рух – системний аналіз збагачує теорію систем новими емпіричними даними, виявляє обмеження теорій, ставить нові теоретичні питання. Практика тестує теорію, теорія керує практикою, і в цій взаємодії обидві еволюціонують та вдосконалюються.

1.2.3 Основні компоненти теорії систем та їх представлення

Розглянемо докладно сформульовані раніше основні компоненти теорії систем: область дослідження; сукупність знань про цю область; системну методологію накоплення нових знань про область дослідження та використання цих знань для розв'язання задач.

Виходячи з постулатів теорії систем [4, 5], ***предметом*** *будь-якої наукової дисципліни вважається певний клас систем*, якщо під *системою* розуміти множину елементів, які знаходяться в співвідношеннях / зв'язках один з одним та утворюють цілісність / органічну єдність, а під *відношенням* розуміти весь набір споріднених понять, таких, як обмеження, структура, інформація, організація, зчеплення, зв'язок, з'єднання, взаємозв'язок, залежність, кореляція і т. д.

Таким чином, система буде представляти собою впорядковану пару

$$S = (A, R),$$

де A – множина елементів, R – множина відношень між елементами множини A.

Для придання наданому визначенню системи практичної значущості, уточнимо його шляхом введення ***класів впорядкованих пар*** за допомогою одного з двох фундаментальних критеріїв відмінності:

а) виділення систем, що базуються на певних типах елементів;

б) виділення систем, що базуються на певних типах відношень.

Класифікаційні критерії а) і б) можна розглядати як ортогональні. Прикладом ***критерію а)*** служить традиційний підрозділ науки і техніки на дисципліни і спеціальності, причому кожна з них займається певним типом елементів (фізичних, хімічних, біологічних, політичних, економічних і т. д.). При цьому ніякий певний тип відношень не фіксується. Оскільки елементи різних типів вимагають різних експериментальних (інструментальних) засобів для збору даних, ця класифікація по суті має експериментальну основу.

Критерій б) визначає класи, що описують різні ***епістемологічні рівні***, тобто рівні знань відносно даних феноменів (тобто відношень в системах). Далі вони уточнюються за допомогою різних методологічних відмінностей.

Кожен клас систем, заданий певним епістемологічним рівнем і конкретними методологічними відмінностями, підрозділяється далі на ще менші класи. Кожен з цих класів складається з систем, еквівалентних з точки зору конкретних, практично істотних сторін визначених в них відношень. Така еквівалентність називається ***ізоморфізмом,*** а визначені за нею класи еквівалентності – ***ізоморфними класами***.

Залежно від характеристик відношень, відносно яких вимагається ізоморфність систем, одні ізоморфні класи є підмножинами інших. Найменшими ізоморфними класами є такі класи, в яких системи є ізоморфними відносно усіх характеристик визначених на них відношень.

Оскільки системи в кожному конкретному ізоморфному класі еквівалентні тільки з точки зору деяких характеристик їх відношень, то вони можуть базуватися на абсолютно різних типах елементів.

Якщо розглядати тільки характеристики відношень в системах, то достатньо кожен клас ізоморфних систем замінити однією системою, що представляє цей клас. Оскільки вибір цих представників є довільним, то важливо, щоб для всіх ізоморфних класів використовувався один і той же критерій вибору. Для наших цілей вибиратимемо в якості представників системи, в яких множина елементів є абстрактною (не інтерпретованою) множиною однієї природи, а відношення є описаними у відповідній стандартній формі. Представників ізоморфних класів, що задовольняють цим вимогам, при певній інтерпретації терміну «стандартний» називатимемо ***загальними системами***.

Отже, ***загальна система*** – це стандартна і не інтерпретована система, вибрана в якості представника класу систем, еквівалентних (ізоморфних) відносно деяких практично істотних характеристик відношень.

Ортогональність класифікаційних критеріїв а) і б) показана на рис. 1.5. Класи систем, що містять різні типи елементів (множина *A*), зображуються горизонтальними лініями, а класи систем, що містять різні відношення (множина *R*) – вертикальними лініями.

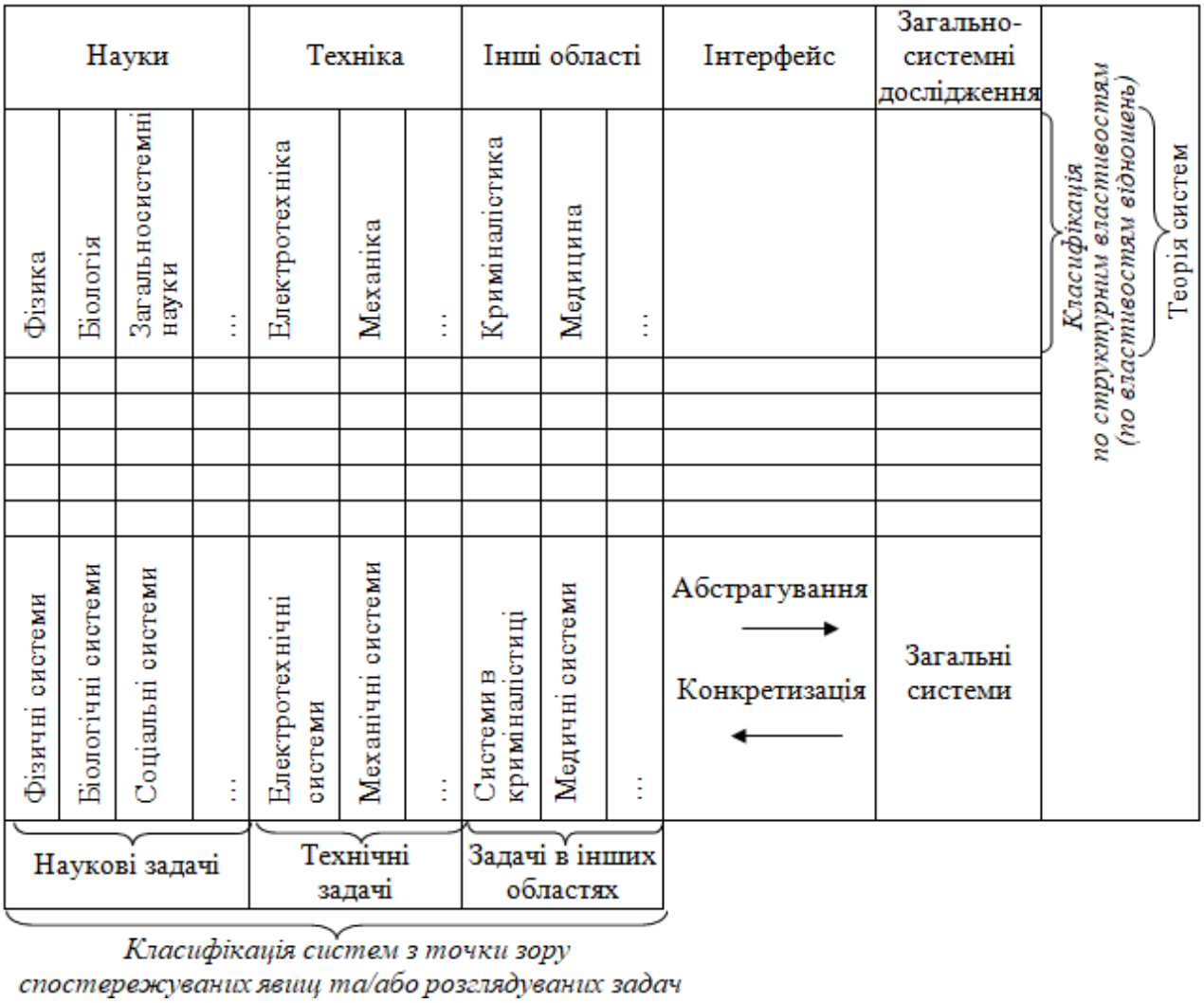


Рисунок 1.5 – Два способи класифікації систем

Усі дослідження властивостей систем та пов'язані з цим задачі, що виникають з наведеної на рис.1.5 класифікації, дістали зараз загальну назву ***«теорії систем»***.

У цьому сенсі ***теорією систем*** називається наукова діяльність в основному теоретичного плану, яка, таким чином, доповнює експериментальні дослідження традиційної науки.

На відміну від традиційної науки, яка орієнтується на дослідження різних категорій явищ, теорія систем вивчає різні класи відношень. І, по суті, її потрібно розглядати як нове вимірювання науки.

В галузь теорії систем входять усі типи властивостей відношень, істотні для окремих класів систем або в окремих випадках істотні для всіх систем. Вибрана класифікація систем за відношеннями (рис. 1.5) визначає спосіб розбиття області досліджень теорії систем на підобласті точно так, як і традиційна наука підрозділяється на підобласті – різні дисципліни і спеціальності. Крім того, два виміри в науці, які відображає двовимірна класифікація систем, показана на рис. 1.5, є взаємодоповнююча. Їх поєднання в наукових дослідженнях стає потужнішим засобом, ніж використання кожного з напрямів окремо. Традиційний вимір науки визначає сенс і місце будь-якого дослідження. З іншого боку, системний вимір дозволяє змістовно працювати з будь-якою наперед вибраною системою, незалежно від того, чи обмежена вона рамками однієї традиційної наукової дисципліни або ні.

Знання в теорії систем, тобто знання, що відносяться до різних класів властивостей відношень в системах, можна отримувати або за допомогою математики, або за допомогою експериментів з моделями систем на комп'ютерах. Якщо говорити про знання, отримані експериментальним шляхом, то лабораторією для теорії систем є комп'ютер.

В зазначеному сенсі *системною методологією* виступає сукупність методів вивчення властивостей різних класів систем і розв’язання ***системних задач,*** тобто задач, які стосуються відношень в системах і є контекстно незалежними.

Головна задача системної методології – надання в розпорядження потенційних користувачів, що представляють різні дисципліни і предметні області, методів рішення усіх визначених типів системних задач.

1.2.4 Ієрархія епістемологічних рівнів систем

Ієрархія епістемологічних рівнів систем утворює основу опису і представлення систем [5].

Ієрархічні рівні розрізняються знаннями дослідника про розглядуваний феномен.

Типи систем за епістемологічними рівнями можуть бути зображені на наступній ієрархічній схемі (рис. 1.6).



Рисунок 1.6 – Ієрархічна схема типів систем

Як показано на рис. 1.6, прийнято виділяти дометодологічний рівень дослідження (***нульовий епістемологічний рівень дослідження систем***) та дослідження в межах розглядуваної методики.

Нульовий (нижній) рівень ієрархії включає ***примітивні системи***:

- систему на об'єкті *O*;
- конкретну $\dot{I}$ систему;
- загальну *I* систему.

З них дві перші примітивні системи (система на об'єкті, конкретна система**)** відносяться до дометодологічного рівня дослідження, а загальна система розглядається як інтерфейс між предметною областю й універсальним розв'язувачем системних задач, який дозволяє автоматизувати процес досліджень.

Системи нульового епістемологічного рівня прийнято називати ***вихідними системами-джерелами (вихідними системами)*** та позначати через *S*.

Вихідні системи являють собою формальний опис об'єктів зовнішнього світу.

Після доповнення вихідної системи *S* дійсними станами виділених змінних і параметрів, формується нова система, визначена на першому епістемологічному рівні і названа ***системою даних*** *D*. Системи даних, припускають засоби для опису даних різної природи, отриманих від об'єкта.

Більш високі епістемологічні рівні містять знання про деякі інваріантні параметрам характеристики відношень на розглянутих змінних, за допомогою

яких можна генерувати дані при відповідних початкових і граничних умовах на повній параметричній множині.

Системи, у яких стани основних змінних можуть породжуватися на повній параметричній множині, називаються ***породжуючими системами***, позначаються через *F* та утворюють *другий епістемологічний рівень дослідження систем*. Породжуючі системи включають в себе засоби породження даних, адекватних об'єкту дослідження.

Розв'язання проблеми цілого і частини знаходить своє відображення на *третьому епістемологічному рівні*, коли системи, визначені як породжуючі, називаються ***підсистемами загальної системи*** і при цьому можуть мати деякі загальні змінні або взаємодіяти якось інакше. Системи цього рівня називаються ***структурованими системами***. Структуровані системи складаються з наборів систем більш низького рівня.

На *четвертому епістемологічному рівні* системи складаються з набору систем, визначених на більш низьких епістемологічних рівнях, і деякої інваріантної параметрам характеристики, яка описує зміни в системах більш низького рівня. Визначені в такий спосіб системи називаються ***метасистемами***.

На *п'ятому рівні* допускається, що метахарактеристика може змінювати множину параметрів відповідно до інваріантної параметрам характеристики більш високого рівня. Такі системи називаються ***мета-метасистемами*** або ***метасистемами другого порядку***.

У системах більш високого рівня використовуються системи більш низьких рівнів, і, крім того, містяться знання, не доступні більш низьким рівням. Таким чином, вихідна система міститься на всіх більш високих рівнях.

1.3 Методи, підходи, методики та етапи системного аналізу

1.3.1 Класифікації методів системного аналізу

Системний аналіз передбачає використання методів різних наук, за допомогою яких можна вирішити ту чи іншу задачу.

Однією з ***основних задач системного аналізу*** є вибір і розподіл найефективніших методів для базових функцій задач різних класів.

Системний аналіз є досить складним, трудомістким та об'ємним механізмом для покрокового дослідження, в ньому використовується багато різних методів для вирішення великої різноманітності задач.

Різні автори використовують різні підходи до класифікації методів [1,3].

Так, ***Ю. Черняк методи системного аналізу поділяє на чотири групи***:

- *неформальні методи* (полягають у використанні суджень, інтуїції та досвіду експертів без строгої математичної формалізації і використовуються на етапах постановки проблеми та якісного аналізу у випадках, коли проблема є слабо структурованою або неструктурованою);

- *графічні методи* (полягають у візуальному представленні структур, процесів та взаємозв'язків у вигляді графіків, схем, діаграм, дерев і використовуються для наочного відображення інформації, полегшення сприйняття складних систем та комунікації результатів аналізу);
- *кількісні методи* (полягають у застосуванні математичного апарату для отримання числових оцінок та рішень і використовуються для точного аналізу, оптимізації та прогнозування у випадках, коли можлива формалізація проблеми та є достатньо кількісних даних);
- *методи моделювання* (полягають у створенні спрощених аналогів реальних систем для їх дослідження та експериментування і використовуються для вивчення поведінки систем, передбачення наслідків рішень та оптимізації параметрів у випадках, коли експерименти з реальними об'єктами неможливі або недоцільні).

А. Ігнатьєва й М. Максимцев пропонують класифікацію методів, розділяючи їх на три основні групи:

- *методи, засновані на використанні знань і інтуїції фахівців* (полягають у залученні досвіду, суджень та неявних знань експертів для аналізу та прийняття рішень і використовуються у випадках невизначеності, відсутності достатніх даних або необхідності врахування складних якісних факторів, які важко формалізувати);
- *методи формалізованого подання систем* (полягають у відображенні систем за допомогою математичних, логічних або графічних моделей з чіткою структурою та правилами і використовуються для точного опису систем, проведення обчислень та отримання об'єктивних результатів у випадках, коли система піддається формалізації);
- *комплексні методи* (полягають у поєднанні формалізованих і неформалізованих підходів для всебічного дослідження систем і використовуються для вирішення складних багатоаспектних проблем у випадках, коли потрібна інтеграція різних методів та видів інформації).

Ю. П. Сурміним запропоновано наступну класифікацію методів системного аналізу:

1. Класифікація за типом знання:
   – *філософські методи* (полягають у застосуванні загальних світоглядних принципів пізнання і використовуються для формування методологічної основи дослідження та розуміння найзагальніших закономірностей систем), до яких, наприклад, відносяться:
     - *діалектичний метод* (розглядає явища у розвитку, взаємозв'язку та суперечностях);
     - *метафізичний метод* (аналізує явища у статиці);
   – *загальнонаукові методи* (полягають у застосуванні універсальних підходів, які є спільними для різних наук, і використовуються на всіх рівнях наукового пізнання для дослідження об'єктів різної природи), до яких, наприклад, відносяться:
     - експертні методи;
     - методи теорії систем;

- системний метод;
- структурно-функціональний метод;
- моделювання;
- формалізація;

– *специфічно-наукові методи* (наприклад, методи моделювання систем певної області знань) – використовуються для дослідження систем певної предметної області з урахуванням її специфіки;
– *дисциплінарні методи* (математичні, лінгвістичні й т. ін.) – полягають у застосуванні методів окремих дисциплін, що входять у певну галузь науки, і використовуються для розв'язання специфічних задач у рамках відповідної дисципліни.

2. Класифікація за способом реалізації:
   - *інтуїтивні методи* («мозкова атака», метод сценаріїв, інші експертні методи) – полягають у використанні творчого мислення, уяви та несвідомих процесів і використовуються у випадках, коли проблема є новою, нестандартною або коли формалізовані підходи неефективні;
   - *наукові методи* (аналіз, класифікація, системне моделювання, методи логіки й теорії множин і т. ін.) – полягають у застосуванні логічно обґрунтованих, систематичних процедур і використовуються для отримання об'єктивних, перевірених результатів на основі раціонального підходу.
3. Класифікація за виконуваними функціями:
   - *методи одержання інформації* (системне спостереження, опис, експертні методи, ігрові методи й т. ін.) – полягають у збиранні первинних даних про систему і використовуються на початкових етапах дослідження для формування інформаційної бази аналізу;
   - *методи подання інформації* (угруповання, класифікація й т. ін.) – полягають в організації та структуруванні зібраних даних і використовуються для систематизації інформації та підготовки її до аналізу;
   - *методи аналізу інформації* (класифікація, узагальнення, методи аналізу інформаційних систем і т. ін.) – полягають у вивченні, інтерпретації та узагальненні даних і використовуються для виявлення закономірностей, формування висновків та підготовки рішень.
4. Класифікація за рівнем знання:
   - *теоретичні методи* (аналіз, синтез, теоретизація й т. ін.) – полягають у розумовій діяльності для встановлення загальних закономірностей і використовуються для побудови концепцій, теорій та пояснювальних моделей систем;
   - *емпіричні методи* (ігрові методи, морфологічні методи, експертні методи й т. ін.) – полягають у безпосередньому дослідженні об'єктів і використовуються для отримання фактичних даних про властивості та поведінку систем.

5. Класифікація за формою подання знання:
   - *якісні методи* (метод сценаріїв, морфологічні методи і т.ін.) – полягають у використанні описових, нечислових (якісних) характеристик об'єктів і використовуються у випадках, коли властивості системи не можуть бути виміряні чисельно або коли важливими є змістовні аспекти проблеми;
   - *кількісні методи* (метод «Дельфі», статистичні методи, методи теорії графів, комбінаторики, кібернетики, логіки, теорії множин, лінгвістики, дослідження операцій, семіотики, топології й т.ін.) – полягають у застосуванні математичного апарату для числового виразу властивостей систем і використовуються для точних вимірювань, обчислень та формалізованого представлення результатів аналізу.

Візьмемо за основу ще одну, найбільш часто використовувану, класифікацію та розширимо її.

Згідно до неї, у системному аналізу виділяють ***4 групи методів***:

1) ***загальні методи***, до яких належать:
   - *методи теорії систем* (полягають у застосуванні фундаментальних принципів системності: цілісності, ієрархічності, емерджентності, структурності та використовуються на всіх етапах системного аналізу для формування системного мислення і визначення властивостей та закономірностей систем як теоретична основа всього системного дослідження);
   - *методи декомпозиції складних систем* (полягають у поділі складної системи на простіші, зрозуміліші підсистеми та елементи і використовуються для полегшення аналізу великих складних об'єктів на початкових етапах системного аналізу, коли потрібно структурувати проблемну область та перейти від загального до конкретного зі збереженням зв'язків між елементами);
   - *методи відкриття «чорних скриньок»* (полягають у дослідженні системи через аналіз її вхідних та вихідних сигналів без розкриття внутрішньої структури і використовуються у випадках, коли внутрішня будова системи невідома або надто складна для безпосереднього вивчення, а також при емпіричній ідентифікації поведінки системи через спостереження її реакції на різні вхідні впливи);
2) ***неформалізовані методи***, які використовуються для вирішення переважно неструктурованих та слабо структурованих проблем на якісному рівні та переважно на перших етапах системного аналізу:
   - *експертні методи* або *методи експертних оцінок* (спираються на інтуїцію та досвід експертів для вирішення складних, неструктурованих та погано структурованих проблем, коли бракує точних (кількісно-виміряних) даних), до яких, наприклад, відносяться:

- *метод сценаріїв* (полягає в описі можливих варіантів розвитку подій у майбутньому у формі логічної послідовності кроків або ситуацій і використовується для стратегічного планування, аналізу ризиків та прогнозування в умовах невизначеності, коли потрібно врахувати якісні фактори та експертні судження при оцінці альтернативних шляхів розвитку);
- *морфологічний метод* (полягає в систематичному дослідженні всіх теоретично можливих варіантів розв'язання проблеми шляхом комбінування виділених елементів або параметрів у морфологічній таблиці і використовується для генерації нових ідей та рішень, пошуку альтернативних варіантів та розробки інновацій у випадках аналізу багатопараметричних проблем);
- *колективна генерація ідей* (полягає в творчому груповому обговоренні проблеми з метою генерування максимальної кількості ідей за короткий час без критики у два етапи: спочатку вільна генерація ідей, потім їх аналіз і відбір, і використовується для пошуку нестандартних рішень та подолання стереотипів мислення на початкових етапах проектування, коли потрібне вирішення творчих завдань);
- *метод Дельфі* (полягає в багаторівневому анонімному опитуванні експертів із зворотним зв'язком для досягнення консенсусу і використовується для довгострокового прогнозування та оцінки складних проблем у випадках, коли немає об'єктивних даних, при цьому виключається взаємний вплив експертів та знижується конформізм);
- *метод експертних комісій* (полягає в колективному обговоренні проблеми експертами з виробленням спільного рішення для прийняття стратегічних рішень та оцінки проектів);
- *методи анкетування* (полягають у зборі індивідуальних думок експертів через структуровані опитувальники і використовуються для масових опитувань та збору первинної інформації);

– *метод дерева цілей* (полягає в ієрархічній структуризації цілей від загальних до конкретних завдань у вигляді деревоподібної схеми, де кожна ціль вищого рівня розкладається на підцілі нижчого рівня, і використовується для стратегічного планування, декомпозиції складних цілей, визначення шляхів досягнення мети та управління проектами, коли потрібно забезпечити зв'язок цілей з ресурсами);

– *методи та засоби штучного інтелекту* (полягають у використанні експертних систем, нейронних мереж, машинного навчання для аналізу та прийняття рішень завдяки здатності навчатися на основі даних та відтворювати експертні знання);

3) ***формалізовані методи***, які слугують інструментом для вирішення переважно структурованих проблем на завершальному етапі системного аналізу:

– *методи дослідження операцій* (полягають у застосуванні математичних методів оптимізації рішень (лінійне та нелінійне програмування, теорія ігор, динамічне програмування і ін.), і використовуються для оптимізації ресурсів, планування виробництва, розв'язання логістичних та транспортних задач, управління запасами у випадках, коли можлива чітка формалізація цільової функції та обмежень для отримання точних кількісних результатів);
– *мережевий метод* (полягає в графічному представленні комплексу робіт та їх взаємозв'язків у часі у вигляді мережевого графіка з використанням методів PERT, CPM і використовується для планування та управління проектами, оптимізації термінів виконання робіт, виявлення критичного шляху та ресурсного планування, коли потрібно визначити резерви часу та критичні роботи);
– *статистичні методи* (полягають у застосуванні методів збору, обробки та аналізу кількісних даних, включаючи кореляційний, регресійний, дисперсійний та факторний аналіз, і використовуються для обробки експериментальних даних, виявлення закономірностей та залежностей, прогнозування на основі історичних даних та перевірки гіпотез у випадках, коли є репрезентативні вибірки даних та можливе застосування теорії ймовірностей);
– *логіко-лінгвістичні методи* (полягають у формалізації якісної інформації за допомогою математичної логіки та лінгвістичних змінних і використовуються для роботи з нечіткою інформацією, моделювання міркувань експертів, створення систем з природомовним інтерфейсом та аналізу текстових документів у випадках, коли потрібно працювати з якісними оцінками типу «високий», «середній», «низький»);

4) ***слабо формалізовані методи***, які поєднують елементи якісного (експертного) та кількісного (математичного) аналізу, використовуючи їх для уточнення та розвитку формальних моделей):
– *методи експертних вимірювань*, до яких, наприклад, відносяться:
▪ *методи ранжування* (полягають у впорядкуванні об'єктів (критеріїв, сайтів, альтернатив) за зростанням або спаданням їх значущості чи переваги, спираючись на думки експертів або алгоритми машинного навчання, щоб визначити їх відносний порядок; використовуються, якщо виправданими є лише якісні оцінки об'єктів за деякими якісними ознаками), до яких, наприклад, відносяться:
o *просте ранжування* (полягає в тому, що експерти розташовують об'єкти ранжування (наприклад, критерії) послідовно, в порядку зниження їх значущості;
o *безпосередньої оцінки* (полягає в присвоюванні експертами оцінюваним об'єктам (альтернативам, критеріям, факторам) балів в заданому інтервалі (наприклад, 0-10), виходячи з їх переваг або значущості, з наступним їх перетворюванням на

ранги, за якими проводиться впорядкування об'єктів за переважністю або значущістю);
    - *парних порівнянь* (полягає в проведенні зіставлення певного досліджуваного фактору (ознаки, параметра, напряму розвитку тощо) з усіма іншими, що дає уявлення про загальну досліджувану картину або ситуацію);
    - *метод Черчмена-Акоффа (метод послідовних порівнянь);*
    - *«навчання ранжуванню»* (полягає в використанні моделей машинного навчання, які створюють списки, схожі до заданих рейтингів);
  - *метод Терстоуна;*
  - *метод фон Неймана-Моргенштерна;*
  - *метод аналізу ієрархії;*
- *методи структурування альтернатив*, до яких наприклад, відносяться:
  - *метод рядкових сум* (полягає в порівнянні альтернатив через побудову матриці парних порівнянь та підрахунок суми балів і використовується для ранжування варіантів при багатокритеріальному виборі);
  - *метод побудови єдиної порядкової шкали* (полягає у формуванні загального рейтингу альтернатив на основі їх оцінок за різними критеріями і використовується для зведення різнорідних оцінок до єдиної шкали);
  - *методи ELECTRE* (полягають у багатокритеріальному аналізі на основі відношень переваги та узгодженості і використовуються для вибору, ранжування та класифікації складних альтернатив у випадках, коли критерії конфліктують між собою);
- *методи вибору альтернатив та компромісних рішень* (полягають у застосуванні формалізованих процедур вибору найкращої альтернативи або компромісу при конфліктуючих критеріях та використовуються для прийняття рішень та узгодження інтересів різних груп у випадках, коли потрібно врахувати як об'єктивні дані, так і суб'єктивні переваги осіб, що приймають рішення), до яких, наприклад, відносять: метод аналізу ієрархій, метод зважених критеріїв, Парето-оптимізацію, метод ідеальної точки.

1.3.2 Основні підходи до дослідження систем

Центральним поняттям системного аналізу є поняття «система», оскільки саме *система* (сукупність взаємопов'язаних елементів, що утворюють єдине ціле) є основним об'єктом дослідження для цієї методології, а *системний підхід* розглядає будь-який об'єкт як систему для розуміння його цілісності, структури та функцій.

Основні підходи до дослідження систем у системному аналізі, які ґрунтуються на аналізі великих даних, операційних дослідженнях, і стосуються

як загальної теорії систем, так і конкретних методів розв'язання складних проблем, включають [4, 5]:

- *системний підхід* – розглядає об'єкт як цілісну сукупність взаємопов'язаних елементів (підсистем), які взаємодіють між собою та з навколишнім середовищем, а не як простий набір частин. Ключові принципи: цілісність, ієрархічність, взаємозв'язок, емерджентність;
- *ієрархічний підхід* – передбачає розгляд системи як структурованої множини рівнів, де елементи нижчого рівня об'єднуються у вищі рівні, а сама система може бути підсистемою ще вищого рівня;
- *структуралістський підхід* – фокусується на вивченні структури системи, її компонентів, зв'язків між ними та організації, в основу якого покладено вивчення структурних характеристик системи, що описують її поведінку при цьому не розглядаються такі функції системи як лінійність, стаціонарність, гладкість. Великий внесок у розвиток цієї теорії внесли такі учені як Норберт Вінер, Уільям Рос Эшби, Клод Шеннон, Дж. Клір та ін.;
- *функціональний аналіз* – досліджує функції, які виконує система, її призначення та процеси, що в ній відбуваються;
- *моделювання* – здійснює створення спрощених копій (моделей) реальних систем для їх вивчення, аналізу та прогнозування поведінки;
- *прийняття рішень* – комплекс методів для розробки та вибору оптимальних рішень у складних ситуаціях, часто із застосуванням математичних методів, аналізу даних та операційних досліджень .

Виділені підходи застосовуються комплексно для глибокого розуміння складних систем, від технічних до соціальних, і є основою системного аналізу.

1.3.3 Огляд методик системного аналізу різних наукових шкіл

Наведемо декілька методик системного аналізу, які ілюструють основні закономірності системного аналізу з різних наукових шкіл [1-3, 6].

Методика системного аналізу за Е. С. Квейдом.

Аналіз систем проводиться зазвичай в наступній послідовності:

– *постановка задачі* – є найважливішим елементом аналізу систем і включає формулювання сутності проблеми, меж дослідження, вихідних даних та виявлення цілей;

– *вибір альтернативних шляхів розв'язання задачі* – полягає у перерахуванні тих альтернатив (засобів), які з попередніх міркувань можуть бути використані для розв'язання поставленої задачі. У процесі дослідження відбувається відсів деяких альтернатив та включення нових;

– *дослідження ресурсів, що витрачаються на розв'язання задачі* – представляє етап досліджень, у якому визначаються матеріальні ресурси і їх вартісні вирази, необхідні для розв'язання задачі;

– *складання моделі* – етап дослідження, на якому розробляється деякий аналог реального процесу шляхом врахування найбільш суттєвих

факторів математичними залежностями (аналітичні моделі), за допомогою комп'ютерів (машинні моделі) або за допомогою спеціальних ігор (ігрові моделі);

– *вибір критеріїв оцінки* – є важливим етапом аналізу систем і полягає у зазначенні кількісної величини (критерію), за числовим значенням якої можна судити про успішність розв'язання задачі;
– *порівняння альтернатив та прийняття рішення* – останній етап аналізу, на якому порівнюються засоби розв'язання поставленої задачі за обраним критерієм.

Етапи **методики системного аналізу вирішення ділових та промислових проблем за С. Оптнером:**

1) ідентифікація симптомів;
2) визначення актуальності проблеми;
3) визначення мети;
4) аналіз структури системи та її дефектних елементів;
5) визначення структури повноважень;
6) знаходження альтернатив;
7) оцінка альтернатив;
8) вибір альтернативи;
9) упорядкування рішення;
10) визнання рішення колективом виконавців та керівників;
11) запуск процесу реалізації рішення;
12) управління процесом реалізації рішення;
13) оцінка реалізації та її наслідків.

Послідовність етапів системного аналізу за Ю. І. Черняком:

1) аналіз проблеми;
2) визначення системи;
3) аналіз структури системи;
4) формулювання загальної мети та критерію системи;
5) декомпозиція мети виявлення потреби про ресурси та процеси;
6) виявлення ресурсів та процесів, композиція цілей;
7) прогноз та аналіз майбутніх умов;
8) оцінка цілей та коштів;
9) вибір варіантів;
10) діагноз існуючої системи;
11) побудова комплексної програми розвитку;
12) проектування організації задля досягнення цілей.

У кожному конкретному випадку етапи системного аналізу мають різну питому вагу в загальному робіт за часовими, витратними й інтелектуальними показниками. До того ж дуже часто важко провести чіткі межі і вказати, де закінчується один етап і починається наступний.

Розглянемо більш детально **зміст етапів системного аналізу за Ю. І. Черняком**, який виділяє в процесі системного аналізу наведених вище 12 етапів і розділяє їх на підетапи із відповідними їм науковими інструментами.

1 етап. *Аналіз проблеми*:

1) виявлення проблеми;
2) точне формулювання проблеми;
3) аналіз логічної структури проблеми;
4) аналіз розвитку проблеми (у минулому та майбутньому);
5) визначення зовнішніх зв'язків проблеми (з іншими проблемами);
6) виявлення принципової можливості розв'язання проблеми.

Методи: сценаріїв, діагностичний, «дерева цілей», економічного аналізу.

2 етап. *Визначення системи*:

1) специфікація задачі;
2) визначення позиції спостерігача;
3) визначення об'єкта;
4) виділення елементів (визначення меж розбиття системи);
5) визначення підсистем;
6) визначення середовища.

Методи: матричні, кібернетичні моделі.

3 етап. *Аналіз структури систем*:

1) визначення рівнів ієрархії:
2) визначення аспектів і мов;
3) визначення процесів і функцій;
4) визначення та специфікація процесів керування та каналів інформації;
5) специфікація підсистем;
6) специфікація процесів, функцій поточної діяльності (рутинних) і розвитку (цільових).

Методи: діагностичні, матричні, мережеві, морфологічні, кібернетичні моделі.

4 етап. *Формулювання загальної мети та критерію системи*:

1) визначення цілей і вимог надсистеми;
2) визначення цілей і обмежень середовища;
3) формулювання загальної мети;
4) визначення критерію;
5) декомпозиція цілей і критеріїв за підсистемами;
6) композиція загального критерію з критеріїв підсистем.

Методи: експертних оцінок («Дельфі»), «дерева цілей», економічного аналізу, морфологічний, кібернетичні моделі, нормативні операційні моделі (оптимізаційні, імітаційні, ігрові).

5 етап. *Декомпозиція мети, виявлення потреб у ресурсах і процесах*:

1) формулювання цілей верхнього рівня;
2) формулювання цілей поточних процесів;
3) формулювання цілей ефективності;
4) формулювання цілей розвитку;
5) формулювання зовнішніх цілей і обмежень;
6) виявлення потреб у ресурсах і процесах.

Методи: «дерева цілей», мережеві, описові моделі, моделювання.

6 етап. *Виявлення ресурсів і процесів, композиція цілей*:

1) оцінка наявних технологій і потужностей;
2) оцінка сучасного стану ресурсів;
3) оцінка реалізованих і запланованих проектів;
4) оцінка можливостей взаємодії з іншими системами;
5) оцінка соціальних факторів;
6) композиція цілей.

Методи: експертних оцінок («Дельфі»), «дерева цілей», економічного аналізу.

7 етап. *Прогноз і аналіз майбутніх умов*:

1) аналіз стійких тенденцій розвитку системи;
2) прогноз розвитку та зміни середовища;
3) передбачення появи нових факторів, що чинять значний вплив на розвиток системи;
4) аналіз ресурсів майбутнього;
5) комплексний аналіз взаємодії факторів майбутнього розвитку;
6) аналіз можливих змін цілей і критеріїв.

Методи: сценаріїв, експертних оцінок («Дельфі»), «дерева цілей», мережеві, економічного аналізу, статистичний, описові моделі.

8 етап. *Оцінка цілей і засобів*:

1) обчислення оцінок за критерієм;
2) оцінка взаємозалежностей цілей;
3) оцінка відносної важливості цілей;
4) оцінка дефіцитності та вартості ресурсів;
5) оцінка впливу зовнішніх факторів;
6) обчислення комплексних розрахункових оцінок.

Методи: експертних оцінок («Дельфі»), економічного аналізу, морфологічний метод.

9 етап. *Вибір варіантів*:

1) аналіз цілей з погляду сумісності та входження;
2) перевірка цілей на повноту;
3) відсікання надлишкових цілей;
4) планування варіантів досягнення окремих цілей;
5) оцінка та порівняння варіантів;
6) поєднання комплексу взаємозалежних варіантів.

Методи: «дерева цілей», матричні, економічного аналізу, морфологічний.

10 етап. *Діагностика системи*:

1) моделювання технологічного й економічного процесів;
2) розрахунок потенційної та фактичної потужностей;
3) аналіз втрат потужності;
4) виявлення недоліків організації виробництва й керування;
5) виявлення й аналіз заходів щодо вдосконалення.

Методи: діагностичні, матричні, економічного аналізу, кібернетичні моделі.

11 етап. *Побудова комплексної програми розвитку*:

1) формулювання заходів, проектів і програм;
2) визначення черговості досягнення цілей і вжиття відповідних заходів;
3) розподіл сфер діяльності:
4) розподіл сфер компетенції;
5) розробка комплексного плану заходів з урахуванням обмежень щодо ресурсів у часі;
6) розподіл обов'язків між відповідальними організаціями, керівниками та виконавцями.

Методи: матричні, мережеві, економічного аналізу, описові моделі, нормативні операційні моделі.

12 етап. *Проектування організації для досягнення цілей*:

1) визначення цілей організації;
2) формулювання функцій організації;
3) проектування організаційної структури;
4) проектування інформаційних механізмів;
5) проектування механізмів роботи;
6) проектування механізмів матеріального та морального стимулювання.

Методи: діагностичні, «дерева цілей», матричні, мережеві, кібернетичні моделі.

Методика системного аналізу за Ф. Хансманом включає такі етапи:

1) загальна орієнтація в проблемі (ескізна постановка проблеми);
2) вибір відповідних критеріїв;
3) формування альтернативних рішень;
4) виділення істотних факторів зовнішнього середовища;
5) побудова моделі та її перевірка;
6) оцінка і прогноз параметрів моделі;
7) отримання інформації на основі моделі;
8) підготовка до вибору рішення;
9) реалізація та контроль.

Методика системного аналізу за Д. Джефersом включає такі етапи:

1) вибір проблеми;
2) постановка задачі та обмеження ступеня її складності;
3) встановлення ієрархії, цілей і задач;
4) вибір шляхів розв’язання задачі;
5) моделювання;
6) оцінка можливих стратегій;
7) впровадження результатів.

Методика системного аналізу за В. В. Дружининим включає такі етапи**:**

1) виділення проблеми;
2) опис;

3) встановлення критеріїв;
4) ідеалізація (граничне спрощення, спроба побудови моделі);
5) декомпозиція (розбивка та знаходження рішень по частинах);
6) композиція («склеювання» частин разом);
7) прийняття найкращого рішення.

Методика системного аналізу за Дж. Кліром включає наступні етапи**:**

1 етап. *Аналіз проблеми*:
1) виявлення проблеми;
2) точне формулювання проблеми;
3) аналіз логічної структури проблеми;
4) аналіз розвитку проблеми (в минулому та майбутньому);
5) визначення зовнішніх зв'язків проблеми (з іншими проблемами).

Методи: сценаріїв, експертні, «дерева цілей», кібернетичні моделі.

2 етап. *Визначення системи*:
1) специфікація задачі;
2) визначення позиції спостерігача;
3) визначення вихідної системи (системної задачі);
4) аналіз системи;
   - виділення елементів (визначення меж розбиття системи);
   - визначення підсистем;
   - визначення середовища;

Методи: експертні, кібернетичні моделі.

3 етап. *Побудова системи даних* (заповнюється або чіткими (або нечіткими) даними про об’єкт дослідження).

Методи: формальні.

4етап. *Побудова множини математичних моделей систем*.

Методи: ймовірнісні.

5етап. *Визначення множини оптимальних математичних моделей систем*.

Методи: мір нечіткостей, оптимізаційні.

6 етап. *Синтез моделей систем*.

Методи: формальні, багатокритеріальної оптимізації.

7 етап. *Інтерпретація отриманих результатів*.

Методи: описові.

Отже, кожну систему досліджують із застосуванням потрібних методів і операцій системного аналізу (як формальних, зокрема із застосуванням математичних методів і обчислювальної техніки, так і евристичних), а їх послідовність визначає системний аналітик, який веде дослідження. Багато в чому ця послідовність має індивідуальний, пристосований до конкретного випадку характер.

1.3.4 Етапи системного аналізу

Викладені раніше основні поняття та категорії системного аналізу є основою для складання методики системного аналізу (алгоритму системної діяльності), відповідно до якої має здійснюватися перехід зі стану проблемної ситуації до стану бажаної кінцевої мети – вирішення проблеми або створення системи [1, 3]. При цьому такий перехід має здійснюватися системно, упорядковано, шляхом послідовного виконання певних кроків (етапів).

З аналізу наведених у п. 1.3.3 методик системного аналізу випливає, що вони зазвичай базуються на конструктивних визначеннях системи.

Звернемося до визначення системи, запропонованого В. М. Саратовським*. Згідно до нього, логічна послідовність «проблемна ситуація – мета – функція – структура – зовнішні умови» є моделлю укрупнених етапів методики системного аналізу (рис. 1.7).

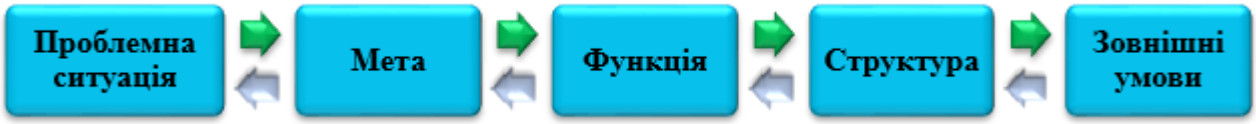


Рисунок 1.7 – Укрупнені етапи системного аналізу

На рис. 1.7 зображено послідовність створення системи (блакитні стрілки) та функціонування системи з визначення проблемної ситуації (зелені стрілки). Для ефективного застосування цієї моделі методики системного аналізу потрібно представляти кожен укрупнений етап лише на рівні «чорної скриньки», класифікувати за складом і структурою, тобто, описати деякою мовою.

Системний аналіз передбачає розробку системного методу вирішення проблеми, тобто логічно і процедурно організовану послідовність операцій, спрямованих на вибір кращої альтернативи рішення. Системний аналіз реалізується практично в кілька етапів, проте відносно їх числа і змісту поки що немає єдності, тому що існує велика різноманітність прикладних проблем.

У міру розвитку системних досліджень ставало все більш очевидним, що в даний час йдеться не про затвердження якоїсь єдиної концепції, що претендує на загальнонаукове значення, а про напрям дослідницької діяльності, створення нової системи принципів наукового мислення, про формування нового підходу до об'єктів дослідження. Загальна сторона такої концепції полягає у виділенні та фіксації «системної дійсності», яка розглядаються як сукупність різних моделей та способів опису систем різного роду.

---

* За визначенням В. М. Саратовського під ***системою*** розуміється «кінцева множина функціональних елементів і відношень з-поміж них, виділена з середовища відповідно до певної мети в межах певного часового інтервалу», тобто

$$S \underset{def}{\equiv} \langle A, R, Z, T \rangle,$$

де A – множина елементів; R – множина відношень; Z – множина (структура) цілей; T – час

Будувати концепції на цій основі можна різними шляхами:

– виявленням ізоморфізмів (подібних за формою) законів у різних наукових галузях та побудовою на цій основі узагальнених наукових моделей;
– розбиттям досліджуваної наукової дійсності на ряд пов'язаних один з одним (по горизонталі або вертикалі) системних сфер, які іноді називають *структурними рівнями*.

Найбільш перспективними на нинішньому рівні розвитку виявляються спроби побудови теоретичних моделей окремих типів системних об'єктів. Вагомий внесок у вирішенні цієї задачі внесли [1, 3-7, 16]: Л. фон Берталанфі – модель відкритої системи; У. Росс Ешбі – методи та важливі можливості дослідження, засновані на підході до об'єкта як «чорної скриньки»; Р. Акоффа – моделі організації; Дж. Кліра – способи кібернетичного дослідження систем; М. Месаровича – моделі багаторівневих багатоцільових систем.

З аналізу методик системного аналізу випливає, що основною операцією системного аналізу є поділ цілого на частини: задача поділяється на підзадачі, система на підсистеми, цілі на під цілі і т. д. Можливим також є повторення цих процесів, яке призводить до ієрархічних деревоподібних структур. Зазвичай операцію декомпозиції виконує експерт (системний аналітик). Різні експерти виконують аналіз одного й того самого об'єкта по-різному.

У більшості випадків практичного застосуваннясистемного аналізу для дослідження властивостей і подальшого керування системою різні дослідники виділяють основні етапи в залежності від предметної області, до якої належить об’єкт дослідження. Найбільш укрупнені етапи системного аналізу вже представлені на рис. 1.7.

Отже, методики, що реалізують принципи системного аналізу за конкретних умов, спрямовані на формалізацію процесу дослідження системи, процесу постановки та розв’язання проблеми.

Методика системного аналізу розробляється та використовується тоді, коли досліднику бракує інформації про систему, яка б дала можливість обрати адекватний метод формального подання системи (або розв’язання проблеми).

Загальним для всіх методик системного аналізу є формування варіантів подання системи (процесу розв’язання задачі) та вибір кращого варіанта. На кожній стадії дослідження, від інтуїтивної постановки проблеми до вибору оптимальних рішень за допомогою строгих математичних методів, використовуються різноманітні наукові методи і прийоми, які складаються з неоднакової кількості етапів аналізу, зміст яких залежить від складності розв’язуваних задач.

У загальному вигляді *системне дослідження проблеми складається з наступних етапів*:

– формулювання проблеми;
– виявлення цілей;
– визначення системи;
– аналіз структури системи;

– формулювання загальної мети і критерію системи;
– декомпозиція мети, виявлення потреби в ресурсах;
– виявлення наявних ресурсів для досягнення цілей, композиція цілей;
– оцінювання цілей і засобів;
– генерація альтернатив та сценаріїв, вибір та реалізація варіантів.

Розглянемо детальніше принципову ***послідовність етапів системного аналізу*** (починаючи з моменту постановки проблеми) **та методи дослідження**, що найчастіше застосовуються на практиці.

На першому етапі системне дослідження довільної проблеми починається з формулювання та опису проблемної ситуації. Попереднє формулювання проблеми є досить наближеним та може істотно відрізнятися від того, яким насправді має бути робочий варіант сформульованої проблеми. Формулювання проблеми здійснюється на вербальному рівні і, як правило, є досить розпливчастим. Однак для конкретизації формулювання проблеми із застосуванням методики системного аналізу необхідно провести аналіз проблеми, який включає наступний зміст виконуваних робіт: точне формулювання проблеми, аналіз логічної структури проблеми, розвиток проблеми (у минулому і в майбутньому), зовнішні зв'язки проблеми (з іншими проблемами), принципова можливість розв'язання проблеми.

Зауважимо, що до довільної проблеми необхідно відноситись не як до ізольованої, а як до комплексу взаємопов'язаних проблем. Тому після виявлення проблеми необхідно здійснити її розширення до проблематики, тобто виявити інші проблеми, які пов'язані з досліджуваною та без врахування яких вона не може бути розв'язана. Для виявлення та структуризації важких для розуміння та нечітко сформульованих проблем, які характеризуються великою кількістю та складним характером взаємозв'язків, застосовується *дерево аналізу проблеми*.

Дерево проблеми, як правило, включає такі основні компоненти:
– «що необхідно дослідити та розробити?»;
– «з яких елементів складається система?»;
– «що має вирішити поставлена задача?»;
– «як система функціонує?»;
– «як система взаємодіє з іншими системами?».

Для розширення проблеми необхідно розглядати як над-, так і підсистеми відносно системи, для якої сформульовано вихідну проблему, з метою виявлення основних факторів, які впливають на досліджувані процеси або систему, а також з метою визначення відношень між ними.

Зауважимо, що перший етап системного дослідження проблеми є найважливішим, оскільки правильне розв'язання довільної проблеми залежить передусім від того, наскільки правильно з'ясовано, у чому насправді вона полягає й у чому полягає її складність. Для розширення проблематики при аналізі систем визначають перелік зацікавлених сторін, до яких відносять: замовника; осіб, які приймають рішення; учасників (як активних – тих, чиї дії необхідні для розв'язання проблеми, так і пасивних – тих, на кому

позначаються наслідки); системних аналітиків (для мінімізації їхнього впливу на інших зацікавлених осіб). Кожна з зацікавлених сторін має своє бачення проблеми та своє ставлення до неї.

Формування проблематики полягає у визначенні того, які зміни і чому бажає внести кожна з зацікавлених сторін.

На другому етапі системного дослідження проблеми потрібно визначити цілі, оскільки як формалізовані, так і слабо структуровані проблеми необхідно звести до такого вигляду, коли вони стають задачами відшукання відповідних засобів для досягнення заданих цілей. Коли йдеться про цілі, то слід з'ясувати, чого ми насправді бажаємо. Існує небезпека підміни цілей засобами, якщо суб'єкт, цілі якого необхідно виявити, сам їх чітко не усвідомлює.

Третім етапом методології системного аналізу є визначення системи, що включає: формулювання задачі, виходячи з проблеми; визначення позиції спостерігача; визначення об'єкта дослідження; виділення елементів (визначення меж поділу системи); визначення зовнішнього середовища.

На четвертому етапі методології системного аналізу проводиться аналіз структури системи, який включає: визначення рівнів ієрархії, виділення підсистем, визначення функціональних і структурних зв'язків.

П'ятий етап методології системного аналізу – це формулювання загальної мети і критерію системи. На цьому етапі проводиться визначення цілей – вимог надсистеми; визначення обмежень середовища, формулювання загальної мети, визначення критеріїв, декомпозиція критеріїв по підсистемах, композиція загального критерію з критеріями підсистем.

Шостий етап з декомпозиції мети та виявлення потреби в ресурсах включає формулювання цілей вищого рангу, формулювання цілей підсистем та виявлення потреб у ресурсах.

Сьомий етап присвячений виявленню наявних ресурсів та проведенню композиції цілей та включає оцінювання теперішнього стану ресурсів, можливостей взаємодії з іншими системами, композицію цілей.

Наступним *восьмим етапом* методології системного аналізу є оцінювання цілей і засобів. Даний етап включає такі роботи, як обчислення оцінок за критерієм, взаємозалежності цілей, оцінювання відносної важливості цілей, вартості ресурсів, впливу зовнішніх факторів.

Останній *дев'ятий етап* присвячений вибору (при попередній генерації альтернатив та сценаріїв) й реалізації варіантів. Даний етап включає аналіз цілей на сумісність, перевірку цілей на повноту, відсікання надлишкових цілей, розроблення варіантів досягнення окремих цілей, оцінювання і порівняння варіантів, синтез комплексу взаємозалежних варіантів, моделювання, проектування структури, інформаційних механізмів.

Питання для самоконтролю

1. Сформулюйте поняття системного аналізу. Які характеристики системності входять до складу предмету системного аналізу? Охарактеризуйте загальні принципи системного аналізу.
2. Розкрийте поняття системи за Л. фон Берталанфі. Наведіть визначення системи за М. Месаровичем. Охарактеризуйте види систем, які класифікуються за описом змінних систем.
3. Що називається зв'язком? Які види зв'язків Вам відомі?
4. Розкрийте поняття емерджентності системи.
5. Сформулюйте задачу в канонічній формі. Надайте формалізоване визначення проблеми.
6. Розкрийте предмет та об'єкт теорії систем. Наведіть основні постулати теорії систем. Охарактеризуйте основні компоненти теорії систем. Охарактеризуйте основні типи системних задач. Якими мірами складності оперує системна методологія?
7. Охарактеризуйте критерії виділення системи за типами елементів та відношень між ними.
8. В чому полягає необхідність визначення ізоморфних класів систем?
9. Що розуміється під загальними системами?
10. Що характеризують епістемологічні рівні в класифікації систем? Наведіть послідовність видів систем в ієрархічній класифікації систем.
11. Розкрийте методи системного аналізу за класифікацією Ю. Черняка, за класифікацією А. Ігнатьєвої та М. Максимцева, а також за класифікацією Ю.П. Сурміна.
12. Охарактеризуйте загальні та неформалізовані методи системного аналізу.
13. Розкрийте підходи до дослідження систем.
14. Розкрийте методики системного аналізу за Е.С.Квейдом, С.Оптнером. Охарактеризуйте методики системного аналізу за Ю.І.Черняком, Ф.Хансманом, Д.Джефферсом, В.В.Дружининим, а також за Дж.Кліром.
15. Розкрийте етапи системного дослідження проблеми.

Лекція 2. Формування вихідної системи-джерела. Методологічні відмінності вихідних систем-джерел – систем нульового епістемологічного рівня

Мета лекції: опанувати поняття та визначення, що стосуються побудови вихідної системи-джерела; навчитися застосовувати чіткі та нечіткі канали спостереження; вивчити етапи побудови вихідної системи-джерела; набути навичок побудови примітивних систем – систем нульового епістемологічного рівня; набути навичок визначення типів систем; навчитись визначати методологічні відмінності вихідних систем-джерел нульового епістемологічного рівня для виділення системних задач.

План лекції

2.1 Об'єкти і системи об'єктів.
2.2 Базові властивості.
2.3 Обмеження на вибір баз.
2.4 Формальне визначення системи на об’єкті.
2.5 Змінні і параметри.
2.6 Узагальнені змінні і параметри. Формалізація.
2.7 Канали спостереження.
2.8 Нечіткі канали спостереження.
2.9 Формалізація примітивних систем вихідної системи-джерела.
2.10 Методологічні відмінності змінних і параметрів.
2.11 Типи систем.
2.12 Методологічні відмінності систем нульового епістемологічного рівня.

Перелік ключових термінів і понять з теми: *об’єкт, суттєва характеристика; властивість; база; система на об’єкті; змінна; параметр; стан змінної/параметра; множина станів змінної; параметрична множина; конкретизація; абстрагування; канал спостереження; чіткий/нечіткий канал спостереження вимірювальний інструмент; процедура; вихідна система; примітивна система; методологічна відмінність; типи впорядкованості множини станів та параметричної множини; метричні та номінальні змінні; діаграма Хассе; вхідні та вихідні змінні; спрямована та нейтральна системи; визначник входу-виходу; спрямована вихідна система; кількість методологічних відзнак систем нульового епістемологічного рівня.*

2.1 Об'єкти і системи об'єктів

Під ***об'єктом*** розумітимемо частину світу, яка виділяється як єдине ціле протягом відчутного проміжку часу [4].

Згідно цьому визначенню об'єкти поділяються на:

а) *матеріальні*:
- *природні* (наприклад, шматок скелі, клітина організму, сонце);
- *створені людиною* (наприклад, будівля, обчислювальний центр);

б) *абстрактні* (наприклад, музичний твір, конспект або конституція будь-якої держави) – зазвичай створюються людиною, однак деякі з них можна розглядати і як природні, принаймні, до деякої міри (наприклад, будь-яку природну мову).

В більшості випадків об'єкти мають практично нескінченне число властивостей, кожну з яких можна цілком осмисллено вивчати.

Будь-який об'єкт неможливо вивчити повністю. Це означає, що необхідно відібрати обмежене (і зазвичай досить мале) число суттєвих характеристик, що найкращим чином описують даний об'єкт як явище.

Суттєвими характеристиками прийнято називати характеристики об'єкту, які виділяються згідно з метою дослідження.

Для виділення суттєвих характеристик об'єкту дослідник може застосовувати експертні методи (наприклад, метод Дельфі) та методи обробки експертних суджень (наприклад, методи безпосереднього ранжирування, попарних порівнянь), або інші.

Після того, як відбір суттєвих характеристик зроблений, необхідно визначити процедуру кількісного виміру кожної властивості, що означає, введення абстрактних змінних, які представляють певні властивості.

На об'єкті дослідження система задається набором відповідних властивостей об'єкта, кожному з яких призначаємо певну змінну, яка може бути зафіксована і виміряна.

Таким чином, система завжди розглядається не як реальний об'єкт, а як абстрагування або відображення деяких (суттєвих) властивостей (характеристик) об'єкта, тобто ***система*** – це не предмет, а список змінних.

Нагадаємо, що термін «змінна» використовується тут для позначення деякої властивості. Тому, щоб можна було визначити її точно, потрібно спочатку розібратися, що ж таке властивість.

2.2 Базові властивості

Зауважимо, що з кожною властивістю пов'язана множина її проявів [4,5].

Наприклад:
- якщо *властивістю* є успішність студента, то *проявом* цієї властивості можуть бути відповідні оцінки (2, 3, 4, 5) або бали (0, 1,..., 100);
- якщо *властивістю* є напрям руху транспорту на регульованому перехресті, то *проявом* цієї властивості будуть відповідні кольори світлофора (червоний, жовтий, зелений).

При одиничному спостереженні властивість має одне конкретне проявлення. Для визначення можливих проявів цієї властивості, потрібно реалізовувати множину спостережень цієї властивості.

Для того, щоб розрізняти спостереження, здійснювані за допомогою однієї і тієї ж процедури, потрібно щоб кожне спостереження чимось відрізнялося від інших.

Будь-яка ***суттєва властивість***, що використовується для визначення відмінностей у спостереженнях однієї і тієї ж властивості, будемо називати ***базою***.

Наприклад, в машинному експерименті отримуємо емпіричну вибірку, прояви виділеної змінної, шляхом отримання набору випадкових чисел. Кожне конкретне вимірювання можна відрізнити від іншого, наприклад, за часом початку проведення вимірювання.

Слід підкреслити, що поняття базової властивості завжди супроводжує вивчення деякої суттєвої властивості.

У деяких випадках різні спостереження однієї і тієї ж ознаки за часом невиразні (тобто або зроблені одночасно, або час взагалі не має значення), зате відрізняються ***положенням в просторі,*** де зроблені спостереження.

Наприклад, різні властивості, що характеризують стан різних промислових роботів деякого автоматизованого виробництва, розташованих в різних точках простору.

Час і простір не єдино можливі бази.

Багаторазові спостереження однієї і тієї ж властивості можуть відрізнятися один від одного за індивідуумом якоїсь ***групи,*** на якій визначена дана властивість.

Наприклад, це може бути:
- соціальна група (група студентів), на якій розглядається властивість успішності;
- група вироблених товарів певного типу;
- множина слів в якомусь тексті.

Прийнято виділяти бази трьох основних типів – ***час, простір, група***, які можна комбінувати

Хоча в принципі можливі будь-які комбінації, особливо важливі й поширені комбінації *час – простір* та *час – група*.

Приклад комбінованої властивості часу-групи: властивості, що характеризують положення в економіці, політиці та суспільстві різних країн, спостерігаються різними організаціями.

Крім особливого використання часу, простору і груп в якості баз, вони можуть виступати і як властивості.

Наприклад, щоденне спостереження максимального часу запізнення студентів на лекційні заняття.

2.3 Обмеження на вибір баз

Наведені вище приклади показують, що вибір відповідних баз є достатньо гнучким, проте абсолютно не довільним.

Обмеження при цьому виборі достатньо точно виражені в описаних нижче ***вимогах, яким повинні задовольняти правильно обрані бази*** [5].

1 *вимога*: *бази повинні бути застосовні до всіх властивостей системи,* для якої вони визначені.

Наприклад, простір не застосовний для характеристики властивостей музичного твору.

2 *вимога*: *бази системи повинні відповідати призначенню, для якого визначається дана система.*

Наприклад, при спостереженні за студентами після введення нових навчальних нормативів спостерігають за відповідними ознаками. Ясно, що єдиними придатними для цього базами є час і група.

3 *вимога:* *спостереження всіх властивостей системи повинні однозначно визначатися базами системи,* тобто кожен елемент базової множини (значення певного моменту часу, точка простору, елемент групи або відповідна комбінація елементів) визначає один і тільки один прояв будь-якої з властивостей.

Наприклад, при дослідженні властивостей слів тексту цілком розумною базою є група слів, що входять в цей текст. Очевидно, що така база застосовна до цих властивостей і відповідає меті дослідження. Однак вона не задовольняє вимогам однозначного розрізнення спостережень. Справді, одне і те саме слово може перебувати в одній і тій самій позиції і мати ту саму функцію в декількох реченнях в даному тексті. Для того, щоб відрізнити спостереження, нам потрібно звернутися в даному випадку до одновимірного абстрактного простору, точкою якого є положення слова в тексті.

2.4 Формальне визначення системи на об’єкті

Виходячи з усього вищесказаного, ***система на об’єкті*** може бути визначена як множина властивостей, з кожною з яких пов'язана множина її проявів і множина баз, з кожною з яких пов'язана множина її значень.

Формально **система на об’єкті** має вигляд [4, 5-7]

$$O = \left(\{(a_i, A_i) \mid i \in N_n\}, \{(b_j, B_j) \mid j \in N_m\}\right), \qquad (2.1)$$

де $N_n = \{1,2,\ldots,n\}$, $N_m = \{1,2,\ldots,m\}$ – множини значень цілих чисел від 1 до значення індексу; n, m – додатні цілі індекси; n – число властивостей; m – число баз; a_i та A_i – властивість і множина її проявів відповідно; b_j та B_j – база та множина її значень відповідно; O – система на об'єкті.

Для деяких властивостей та баз множини A_i та B_j з рівняння (2.1) визначаються досить добре. У науці, однак, у багатьох випадках ці множини є невідомими та можуть бути визначені тільки за допомогою інтуїтивних побудов. Проте, незалежно від обставин, їх можна пов'язати з добре визначеними множинами за допомогою конкретних процедур спостереження або вимірювання.

2.5 Змінні і параметри

Змінною називається операційне представлення властивості, тобто образ властивості, який визначається конкретною процедурою спостереження або вимірювання.

Кожна змінна має певне ім'я, що відрізняє її від інших розглядуваних змінних та пов'язується з певною множиною величин, через які вона себе проявляє.

Ці величини, зазвичай, називають ***станами*** (або ***значеннями***) ***змінної***, а всю множину – ***множиною станів***.

Аналогічно ***параметром*** називається операційне представлення бази.

Кожен параметр має унікальне ім'я, або мітку і з ним зв’язується множина, яку будемо називати – ***параметричною множиною***, а її елементи – ***значеннями параметра***.

За аналогією з властивостями та базами припускається, що різні спостереження однієї і тієї самої змінної розрізняються за значенням параметрів.

Якщо використовуються два і більше параметра, то їх загальною параметричною множиною є декартовий добуток окремих параметричних множин.

Необхідно, щоб кожне конкретне значення параметра (з загальної параметричної множини) ідентифікувало одне і тільки одне спостереження відповідних змінних.

На окремих множинах станів або параметричних множинах можуть бути визначені деякі математичні відношення, скажімо, *відношення порядку* або *відстань*.

Найпростішим прикладом ставлення порядку, є відношення між числами розташованими на звичайній числової осі.

Подібні відносини відображають фундаментальні характеристики властивостей та баз в тій мірі, в якій вони притаманні відповідним вимірювальним процедурам.

Відмінності в подібних властивостях серед змінних або параметрів, які мають істотне методологічне значення, тобто впливають на методи досліджень, будемо називати ***методологічними відмінностями***. Вони розглядатимуться пізніше.

2.6 Узагальнені змінні і параметри. Формалізація

В доповнення до конкретних змінних та параметрів, які представляють відповідно певну ознаку або базу, будемо також розглядати ***узагальнені змінні та параметри***, які є абстрактними величинами, тобто величинами, не визначеними через які-небудь властивості або бази.

Множини станів та параметричні множини узагальнених змінних та параметрі, а також різні відношення, визначені на цих множинах, представляються відповідним стандартним чином.

Введення узагальнених змінних, в основному, обумовлено поліпшенням уявлення деяких даних.

Наприклад, нехай деяка змінна визначена на множині цілих чисел. Тоді деяким інтервалам цілих чисел можуть бути поставлені у відповідність деякі якісні характеристики. Останні і будуть представляти узагальнені змінні.

Узагальненій змінній дається інтерпретація, коли множина її станів відображається ***ізоморфно*** (тобто відображається взаємооднозначно один до одного зі збереженням усіх істотних математичних відношень, визначених на ньому) в елементи множини станів конкретної змінної. Те саме стосується узагальнених і конкретних параметрів, і їх параметричних множин.

Будь-яке ізоморфне відображення такого роду будемо називати ***конкретизацією*** узагальненої змінної (або узагальненого параметра), а зворотне відображення назвемо ***абстрагуванням*** конкретної змінної (або конкретного параметра).

Для формалізації понять узагальнених і конкретних змінних та параметрів введемо наступні позначення додатково до введених раніше.

v_i, V_i, V_i – відповідно узагальнена змінна, її множина станів і множина математичних властивостей, визначених для неї;

$\dot{v}_i$, $\dot{V}_i$, $\dot{\mathrm{V}}_i$ – відповідно конкретна змінна, її множина станів і множина математичних властивостей, визначених для неї; ці характеристики є конкретизацією змінної v_i;

w_j,W_j, W_j – відповідно узагальнений параметр, його множина станів та множина математичних властивостей, визначених на параметрі w_j;

$\dot{w}_j$,$\dot{W}_j$, $\dot{\mathrm{W}}_j$ – відповідно конкретний параметр, його множина станів та множина математичних властивостей, визначених на параметрі w_j; ці характеристики конкретного параметра є конкретизацією параметра w_j.

Задана узагальнена змінна v_i, конкретизується змінною $\dot{v}_i$ тоді і тільки тоді, коли функція

$$e_i : V_i \rightarrow \dot{V}_i, \tag{2.2}$$

існує та є ізоморфною щодо математичних властивостей.

Аналогічно узагальнений параметр w_j конкретизується параметром $\dot{w}_j$ тоді і тільки тоді, коли функція

$$\varphi_j : W_j \rightarrow \dot{W}_j, \tag{2.3}$$

існує та є ізоморфною щодо W_j.

Кожен конкретний ізоморфізм e_i (або φ_j) задає конкретизацію v_i за допомогою $\dot{v}_i$ (або відповідно w_j за допомогою $\dot{w}_j$).

Функції, зворотні e_i та φ_j, тобто

$$e^{-1}{}_i : \dot{V}_i \rightarrow V_i, \tag{2.4}$$

$$\varphi^{-1}{}_j : \dot{W}_j \rightarrow W_j, \tag{2.5}$$

задають абстрагування відповідно $\dot{v}_i$ та $\dot{w}_j$.

2.7 Канали спостереження

Назвемо ***каналом спостереження*** будь-яку операцію, що вводить конкретну змінну як відображення (або конкретизацію) властивості.

Канал спостереження, за допомогою якого властивість a_i представляється змінною $\dot{v}_i$, реалізується функцією

$$o_i : A_i \rightarrow \dot{V}_i . \qquad (2.6)$$

Ця функція гомоморфна щодо передбачуваних властивостей V_i та множин A_i й $\dot{V}_i$.

Аналогічна функція вигляду

$$\omega_j : B_j \rightarrow \dot{W}_j , \qquad (2.7)$$

задає представлення бази b_j параметром $\dot{w}_j$, вона також має бути гомоморфною щодо відповідних властивостей бази (наприклад, часу) і множини W_j.

Для деяких властивостей і баз канали спостереження можуть представляти собою явно задані функції o_i та ω_j.

Однак, в інших випадках, коли множини A та B є невідомими, представлення властивостей та баз вводяться фізично (операційно), а не за допомогою математичних визначень, за винятком тривіальних випадків.

Коли функції o_i та ω_j визначені явно, канал спостереження являє собою фізичний пристрій та процедуру, яка описує застосування зазначеного фізичного пристрою.

Такий пристрій зазвичай називається ***вимірювальним приладом*** або ***інструментом***.

Процедура являє собою набір команд, які визначають, як слід використовувати інструмент у різних умовах.

Будь-який вимірювальний інструмент повинен вміти взаємодіяти з вимірюваною властивістю та перетворювати цю взаємодію у вигляд, який безпосередньо представляє стани відповідної змінної (наприклад, показання покажчика на шкалі буквено-цифрового дисплея або просто запис значень).

Не зважаючи на те, що вимірювальні інструменти та процедури, які утворюють канали спостереження, мають відповідати деяким загальним принципам вимірювання, вони істотно залежать від того, що вимірюють. Тому їх вивченням, створенням та користуванням займаються, головним чином, в рамках традиційних наукових дисциплін.

Канали спостереження враховуються в даній методології тільки як компоненти, необхідні для повного визначення будь-якої реально існуючої системи.

2.8 Нечіткі канали спостереження

Зупинимося детальніше на понятті каналу спостереження.

До цих пір ми його визначали через функції o_i та ω_j, визначені відповідно в рівняннях (2.6) та (2.7).

Ці функції припускають розбиття множин A_i та B_j на деякі підмножини, позначимо їх відповідно A_i/o_i та B_j/ω_j. Елементи будь-якої підмножини в цьому розбитті еквівалентні в тому сенсі, що вони не розрізняються з точки зору введеної процедури спостереження. У такому розбитті кожна підмножина цілком являє один стан змінної $\dot{v}_i$ або одне значення параметра $\dot{w}_j$.

Коли спостереження властивості A_i проводиться при деякому значенні параметра, то спостережувана властивість отримує певний прояв (значення) з множини A_i. Це значення є елементом однієї і тільки однієї підмножини A_i/o_i. Функція o_i присвоює його певному стану змінної $\dot{v}_i$. Таким чином, передбачається, що будь-яке спостереження дозволяє нам визначити, до якої підмножини A_i/o_i належить даний прояв, навіть якщо окремий прояв і не можна ідентифікувати.

Припущення про те, що розмір підмножин A_i/o_i може бути виявлено за результатами спостережень, виправдовується тільки в тому випадку, коли помилки спостереження виключені. Подібні випадки зустрічаються, але відносно нечасто. При цьому підмножина A_i/o_i правильно визначається у всіх випадках, крім тих, коли фактичний прояв виявляється близько від границі між підмножинами, тобто в межах очікуваної помилки спостереження.

Оскільки властивості (принаймні деякі з них) не контролюються дослідником, неможливо запобігти проявлення властивостей в небажаної близькості від границь між підмножинами A_i/o_i і, отже, можна тільки скоротити можливість визначення неправильних підмножин за спостереженнями завдяки правильному вибору каналу спостереження o_i. Виключити таку можливість повністю не можна.

В результаті появи можливості помилок вимірювання з проявляннями біля границь між підмножинами A_i/o_i пов'язана визначена недостовірність спостереження.

Є два варіанти інтерпретації цієї недостовірності. Тут ми розглянемо, і будемо дотримуватися одного з них.

Розбиття множини A_i задається функцією o_i. Це те саме розбиття A_i/o_i, що розглядалося вище. Достовірно невідомо, до якої підмножини A_i/o_i належить заданий елемент A_i.. Ця недостовірність може бути задана функцією, яка зіставляє будь-якій парі (елемент A_i, підмножина A_i/o_i) число (зазвичай між 0 та 1 – деякий аналог ймовірності – *нечітка міра*).

Визначене таким чином число в заданому контексті виражає ступінь достовірності того, що даний елемент належить даній підмножині.

Іншими словами, все вище сказане означає, що, роблячи якесь спостереження, ми можемо стверджувати, що ми спостерігали саме такі факти, лише з деякою ймовірністю (нечіткою мірою).

Формально вищезгадана функція достовірності спостережень може бути записана у вигляді

$$\tilde{o}_i : A_i \times \frac{A_i}{o_i} \to [0,1]. \qquad (2.8)$$

Однак, оскільки кожна підмножина A_i/o_i однозначно представляється (позначається) станом з множини $\dot{V}_i$ (відповідно до функції o_i), функцію $\tilde{o}_i$ можна задати в більш зручному вигляді:

$$\tilde{o}_i : A_i \times \dot{V}_i \to [0,1]. \qquad (2.9)$$

Визначена в рівнянні (2.9) функція $\tilde{o}_i$ характеризує спостереження властивості a_i в сенсі їх недостовірності.

У цьому сенсі $\tilde{o}_i$ можна назвати ***нечітким каналом спостереження***. Тоді o_i будемо називати ***чітким каналом спостереження***.

Ясно, що для визначення нечіткого каналу спостереження необхідно спочатку задати чіткий канал спостереження o_i.

Чіткий канал спостереження можна також розглядати як окремий випадок нечіткого каналу.

При розгляді баз можна ввести функцію

$$\tilde{\omega}_j : B_j \times \dot{W}_j \to [0,1], \qquad (2.10)$$

подібну функції (2.9) та основану на співвідношенні (2.7). Тут $\tilde{\omega}_j(x, y)$ – ступінь достовірності того, що x належить підмножині B_j/ω_j, яка представлена значенням y параметра $\dot{w}_j$. На практиці, однак, ця функція не використовується.

Для будь-яких практичних потреб достатньо використовувати чіткий канал спостереження ω_j для баз, будь то група, час або простір. Однак для властивостей застосовні як чіткі, так і нечіткі канали спостереження, і за різних обставин більш відповідним може бути той чи інший тип каналу.

2.9 Формалізація примітивних систем вихідної системи-джерела

Властивості, конкретні та узагальнені (загальні) змінні, а також бази, конкретні та узагальнені (загальні) параметри є компонентами відповідно трьох ***примітивних систем*** – системи об'єкта, конкретної представляючої системи та загальної представляючої системи, які разом з відношеннями між ними утворюють ***вихідну систему-джерело*** (або ***вихідну систему***).

Одна з цих трьох систем введена раніше і формально визначається рівнянням (2.1). Інші дві примітивні системи мають той самий вигляд, що і система об'єкта, але їх компонентами є конкретні або загальні змінні і параметри, а не властивості і бази [5].

Нехай $\dot{I}$ та I – це, відповідно ***конкретна*** та ***загальна представляючі системи***. Тоді

$$\dot{I} = (\{\dot{v}_i, \dot{V}_i) \mid i \in N_n\}, \quad \{(\dot{w}_j, \dot{W}_j) \mid j \in N_m\}), \qquad (2.11)$$

$$I = (\{(v_i, V_i) \mid i \in N_n\}, \{(w_j, W_j) \mid j \in N_m\}), \qquad (2.12)$$

де відповідні символи мають той же зміст, що й раніше.

Тепер потрібно визначити відношення між трьома примітивними системами $O, \dot{I}, I$.

Для спрощення нотації домовимося, що для будь-яких $i \in N_n$ та $j \in N_m$ властивість a_i відповідає змінним $\dot{v}_i$, v_i, а база b_j – параметрам $\dot{w}_j$, w_j.

Відношення між системою об'єкта та конкретною представляючою системою задається у вигляді повного каналу спостереження, що складається з окремих каналів спостереження. Позначимо через Q ***чіткий повний канал спостереження***. Тоді

$$Q = \left(\left\{\left(A_i, V_i, o_i\right) \mid i \in N_n\right\}, \left\{\left(B_j, \dot{W}_j, \omega_j\right) \mid j \in N_m\right\}\right), \tag{2.13}$$

де всі символи мають той же зміст, що й раніше.

Функції o_i визначається рівнянням (2.6) та повинні бути *гомоморфними* щодо властивостей A_i та $\dot{V}_i$.

Функції ω_j визначаються рівнянням (2.7) та повинні бути *гомоморфними* щодо властивостей B_j та W_j.

Нечіткий повний канал спостереження, скажімо $\tilde{Q}$, можна отримати, замінивши функції o_i з (2.6) на функції $\tilde{o}_i$, визначені рівнянням (2.9). Функції ω_j також можна було б замінити на функції $\tilde{\omega}_j$, заданні рівнянням (2.10), проте така заміна, з певних міркувань, тут опущена.

Відношення між конкретною та загальною представляючими системами задаються набором відображень конкретизації (абстрагування, по одному для кожної змінної та параметра з цих систем).

Будемо називати цей набір ***каналом конкретизації / абстрагування*** та позначати його *E*. Тоді

$$E = \left(\left\{\left(\dot{V}_i, V_i, e_i, e^{-1}{}_i\right) \mid i \in N_n\right\}, \left\{\left(\dot{W}_j, W_j, \varphi_j, \varphi^{-1}{}_j\right) \mid j \in N_m\right\}\right) \tag{2.14}$$

Можна розглянути канал спостереження з системи об'єкта безпосередньо в загальну представляючу систему.

Однак цей канал можна отримати з двох каналів, які визначаються рівняннями (2.13) та (2.14). Він складається з триплетів

$$\left(A_i, V_i, o_i \circ e_i^{-1}\right) \text{ та } \left(B_j, W_j, \omega_j \circ \varphi_j^{-1}\right), \tag{2.15}$$

де символ ∘ позначає композицію.

Тепер можна визначити *вихідну систему,* як п'ятірку

$$S = \left(O, \dot{I}, I, Q, E\right). \tag{2.16}$$

2.10 Методологічні відмінності змінних і параметрів

Термін ***методологічна відмінність*** використовується для опису особливостей задач, за якими відрізняються різні типи системних задач усередині одного епістемологічного рівня.

Методологічні відмінності стосуються як систем, так і вимог, що висуваються до них.

Типи задач, які відрізняються тільки деякими методологічними відмінностями, вимагають різних методів розв’язання, але мають один і той самий статус в ієрархії типів моделей систем.

Отже, ***методологічні відмінності*** являють собою вторинні критерії класифікації задач наукових досліджень.

Розглянемо методологічні *відмінності, що відносяться до змінних і параметрів* [4, 5]. Оскільки змінні і параметри є компонентами будь-якої системи, незалежно від її типу і епістемологічного рівня, то ці відмінності є застосовними до систем всіх типів моделей.

Методологічні відмінності змінних і параметрів – це характеристики їх множин станів і, відповідно, параметричних множин.

Якщо змінна (або параметр) представляє властивість (або базу), то ці властивості не можуть бути довільними.

Всяка змінна пов'язана з одним або декількома параметрами, і зміни станів змінної спостерігаються на повній параметричній множині.

Комбінація властивостей множини станів і повної параметричної множини визначає *самий елементарний тип методологічних відмінностей*.

Якщо є більше одного параметра, то повна параметрична множина являє собою декартовий добуток параметричних множин. Для представлення розпізнаваних властивостей цього декартового добутку, властивості окремих параметрів мають поєднуватися відповідним чином.

Будемо спочатку для простоти вважати, що ми маємо справу з однією параметричною множиною незалежно від того, є вона окремою параметричною множиною або декартовим добутком декількох, і що виділеними властивостями володіє вся ця множина.

Однією з фундаментальних методологічних відмінностей є ***відсутність математичних властивостей*** у множині станів або відповідної параметричної множини. Це крайній випадок, і він не часто спостерігається при описі змінної або параметра. В теорії вимірювання змінні такого роду називають ***змінними з номінальною шкалою***.

Найбільш фундаментальною з виділених властивостей множин станів і параметричних множин є ***впорядкованість***.

Методологічно слід розрізняти **два типи впорядкованості**:

- ***часткова впорядкованість*** – бінарне відношення на множині (у нашому випадку на множині станів або параметричній множини), яке є рефлексивним, антисиметричним і транзитивним;
- ***лінійна впорядкованість*** (сильніше часткової) – часткова впорядкованість, яка володіє властивістю зв'язності (тобто будь-яка пара елементів множини так чи інакше впорядкована).

Формально часткова впорядкованість Q, наприклад, множини V_i – це бінарне відношення

$$Q \subset V_i \times V_i , \qquad (2.17)$$

яке задовольняє наступним вимогам:

- $(x, x) \in Q$ (рефлексивність);
- якщо $(x, y) \in Q$ та $(y, x) \in Q$, то $x = y$ (антисиметричність);
- якщо $(x, y) \in Q$ та $(y, z) \in Q$, то $(x, z) \in Q$ (транзитивність).

Якщо $(x,y) \in Q$ то x називається ***попередником*** y, а y – ***наступником*** x. Якщо $(x,y) \in Q$ та не існує, $z \in Q$, такого, що $(x,z) \in Q$ та $(z,x) \in Q$, то x називається ***безпосереднім попередником*** y, а y – ***безпосереднім наступником*** x.

В доповнення до вимог рефлексивності, антисиметричності і транзитивності відношення лінійної впорядкованості задовольняє наступній вимозі зв'язності: для всіх $x, y \in V_i$, якщо $x \neq y$, то або $(x,y) \in Q$ або $(y,x) \in Q$.

Прикладом впорядкованості параметричної множини є час.

Змінні з лінійно впорядкованими множинами станів називаються ***змінними з упорядкованою шкалою.***

Однією з найбільш істотних властивостей є ***відстань між парою елементів*** досліджуваної множини. Ця міра визначається функцією, що ставить у відповідність будь-якій парі елементів цієї множини число, що визначає, на якій відстані один від одного знаходяться ці елементи з погляду деякого фундаментального упорядкування.

Для заданої множини, скажімо множини V_i, відстань визначається функцією виду

$$\delta : V_i \times V_i \rightarrow \mathrm{R}. \qquad (2.18)$$

Однак для того, щоб ця функція відповідала інтуїтивному уявленню про відстань, вона має відповідати таким умовам для всіх $x, y, z \in V_i$:

- $(\delta 1)$ $\delta(x, y) \geq 0$ (*умова невід'ємності*);
- $(\delta 2)$ $\delta(x, y) = 0$ тоді і тільки тоді, коли $x=y$ (*умова нульової відстані*, зване також *умовою невиродженості*);
- $(\delta 3)$ $\delta(x, y) = \delta(y, x)$ (*симетричність*);
- $(\delta 4)$ $\delta(x, y) \leq \delta(x, y) + \delta(y, z)$ (*нерівність трикутника*).

Будь-яка функція, яка задовольняє умовам $(\delta 1)$-$(\delta 4)$, називається ***метричною відстанню*** на множині V_i, а пара (V_i, δ) – ***метричним простором***. Метричну відстань можна, звісно, визначити як на множині станів, так і на параметричній множині.

Прикладами змінних з вираженими і суттєвими метричними відстанями є майже всі змінні в фізиці, наприклад довжина, маса.

Цілком очевидно, що і простір, і час – це параметри, до яких цілком природно застосовне поняття метричної відстані. Проте рідкою вдається визначення метричної відстані на групах.

Одним з таких прикладів є група студентів, лінійно впорядкована за показниками їх успішності.

Змінні, з множиною станів яких пов'язане метрична відстань, зазвичай називаються ***метричними змінними***.

Ще однією властивістю множин станів і параметричних множин, які мають велике значення як методологічна відмінність, є ***неперервність***. Це поняття добре відомо з математичного аналізу, і немає необхідності розглядати його тут докладно.

Найкращим прикладом неперервного часткового упорядкування є відношення «менше або дорівнює», визначене на множині дійсних чисел або на його декартових добутках.

Фактично саме поняття *неперервної змінної* (або *неперервного параметра*) спирається на вимогу, щоб відповідна множина станів (або параметрична множина) була ізоморфною множині дійсних чисел.

З цього випливає, що множина станів будь-якої неперервної змінної або параметрична множина будь-якого параметра нескінченна і незліченна.

Альтернативою неперервним змінним і параметрам є змінні і параметри, задані на скінченних множинах або, можливо, на нескінченних рахункових множинах, що називаються ***дискретними змінними*** або ***параметрами.***

Отже, такі властивості, як впорядкованість, метрична відстань і неперервність множин станів і параметричних множин, представляють основу для визначення найбільш істотних методологічних відмінностей на рівні змінних і параметрів. Наведемо список перенумерованих альтернатив для цих властивостей (рис. 2.1).



Рисунок 2.1 – Список перенумерованих альтернатив для властивостей множин станів і параметричних множин

Статус будь-якої змінної (або параметра) для цих трьох властивостей може бути однозначно охарактеризований ***триплетом (впорядкованість, відстань, неперервність)***, в якому кожна властивість представляється його певним значенням (або його ідентифікатором).

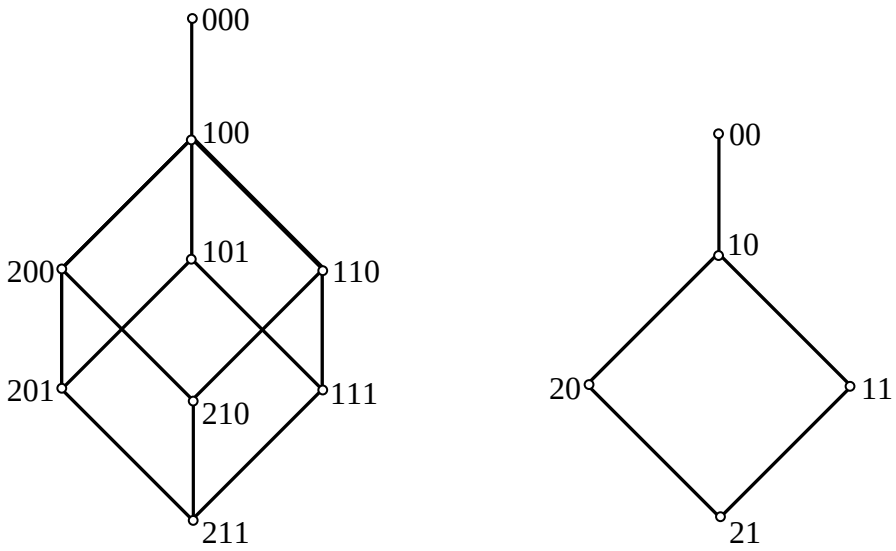
Наприклад, триплет (2, 1, 0) описує дискретну змінну з лінійно впорядкованою множиною станів, на якому визначено метричну відстань.

Хоча наведені три властивості в принципі визначають 12 можливих комбінацій, три з них (0, 0, 1), (0, 1, 0) і (0, 1, 1) сенсу не мають і тому називаються ***виродженими***.

Справді, якщо на множині не визначена впорядкованість, то на ній не можна ні змістовно визначити метричну відстань, ні розглядати її як неперервну.

Отже, є дев'ять осмислених комбінацій. Будемо називати ці комбінації ***методологічними типами змінних і параметрів***. Вони можуть бути частково впорядкованими за допомогою відношення «бути методологічно більш визначеним ніж».

На рис. 2.2, а) наведене часткове впорядкування, утворююче решітку, яке представлено у вигляді ***діаграми Хассе***.



а) б)

Рисунок 2.2 – Решітки методологічних типів змінних або параметрів:
а) для неперервних змінних (або параметрів);
б) для дискретних змінних (або параметрів)

Спрощена решітка на рис. 2.2, б) задає схему для властивостей впорядкованості і відстані, але без неперервності. В цьому випадку статус будь-якої змінної (або параметра) для двох властивостей може бути однозначно охарактеризований ***дуплетом*** **(*упорядкованість, відстань*)**, в якому кожна властивість представляється його певним значенням (або його ідентифікатором).

Наведені дві властивості в принципі визначають 6 можливих комбінацій, одна з них (0, 1) сенсу не має і тому є ***виродженою***. Отже, всього є п'ять осмислених комбінацій.

Тепер визначимо кількість методологічних відмінностей, якими можуть володіти змінні і параметри, враховуючи безперервність

$$S_{vwб} = \sum_{i=1}^{k}\binom{9}{i} \times \sum_{j=1}^{m}\binom{9}{j}, \qquad (2.19)$$

де $k = \min\{9, n\}$; $m \le 9$ – число параметрів; $\binom{9}{i} \equiv C_9^i$ – кількість поєднань з 9 по i; $\binom{9}{j} \equiv C_9^j$ – кількість поєднань з 9 по j.

Визначимо кількість методологічних відмінностей, якими можуть володіти змінні і параметри, не враховуючи безперервність

$$S_{vwд} = \sum_{i=1}^{k}\binom{5}{i} \times \sum_{j=1}^{m}\binom{5}{j}, \qquad (2.20)$$

де $k = \min\{5, n\}$; $m \le 5$ – число параметрів; $\binom{5}{i} \equiv C_5^i$ – кількість поєднань з 5 по i; $\binom{5}{j} \equiv C_5^j$ – кількість поєднань з 5 по j.

2.11 Типи систем

2.11.1 Системи з вхідними та вихідними змінними

Вихідні змінні вихідної системи розглядаються дослідником як змінні, значення яких при відповідних значеннях параметрів визначаються всередині системи, на відміну від ***вхідних змінних***, значення яких задаються ззовні.

Всі фактори, що впливають на визначення вхідних змінних, зазвичай називаються ***середовищем системи***.

Системи з вхідними та вихідними змінними будемо називати ***спрямованими системами***, а системи, у яких змінні не класифіковані таким чином, – ***нейтральними***.

Нехай, наприклад, для деякої системи зроблено оголошення за допомогою функції виду

$$u: N_n \to \{0,1\}, \tag{2.21}$$

такій, що якщо $u(i) = 0$ або, $u(i) = 1$, то це означає, що змінна v_i є відповідно вхідною чи вихідною.

Будь-який n-вимірний вектор-рядок

$$u = \big(u(1), u(2), \dots, u(n)\big), \tag{2.22}$$

що задає певний статус для всіх змінних системи, назвемо ***визначником входу-виходу***. Для n змінних всього може бути 2^n оголошень входів-виходів.

Позначимо спрямовані аналоги нейтральних систем тими ж символами, але з додаванням знаку ^. Тоді

$$\hat{O} = \big(\{(a_i, A_i) | i \in N_n\} u \{(b_j, B_j) | j \in N_m\}\big), \tag{2.23}$$

$$\hat{\dot{I}} = \big(\{(\dot{v}_i, \dot{V}_i) \big| i \in N_n\} u \{(\dot{w}_j, \dot{W}_j) | j \in N_m\}\big), \tag{2.24}$$

$$\hat{I} = \big(\{(v_i, V_i) | i \in N_n\} u \{(w_j, W_j) | j \in N_m\}\big), \tag{2.25}$$

де $\hat{O}, \hat{\dot{I}}, \hat{I}$ – спрямовані аналоги нейтральних систем $O, \dot{I}, I$.

Спрямована вихідна система визначається п'ятіркою

$$\hat{S} = \big(\hat{O}, \hat{\dot{I}}, \hat{I}, Q, E\big). \tag{2.26}$$

Відмінність вхідних і вихідних змінних на рівні вихідних систем виражене не дуже явно. Воно стає більш явним для більш високих епістемологічних рівнів, на яких описуються різного роду відношення між змінними.

2.11.2 Виродженні типи спрямованих систем

Вихідні змінні спрямованої системи також можуть впливати на її вхідні змінні, але цей вплив, якщо він має місце, здійснюється не через систему, а, як це показано на рис. 2.3, а), через середовище.

Існує **два типи вироджених спрямованих систем** [4].

1 *тип* – ***спрямовані системи без вихідних змінних*** (рис. 2.3, б)), тобто системи з $u = (0, 0, \dots, 0)$. Такі системи є методологічно безкорисними.

Справді, будь-яка така система має тільки вхідні змінні, які за визначенням повністю задаються середовищем, і, отже, їх властивості неможливо уявити і досліджувати всередині самої системи. Отже, у системі нічого описувати і вивчати. Будь-яке твердження, яке можна сформулювати усередині системи, є безглуздим, оскільки воно містить тільки умову, але не слідство. Отже, для n змінних є тільки $2^n - 1$ осмислених оголошень входу-виходу.

2 *тип* – ***спрямовані системи без вхідних змінних*** (рис. 2.3, в)), тобто системи з $u = (1, 1, \dots, 1)$. Такі системи є методологічно цікавими, оскільки для них можна сформулювати змістовні твердження. Однак ці твердження не можуть бути умовними, оскільки в таких системах немає вхідних змінних, на яких можна було б сформулювати ці умови.

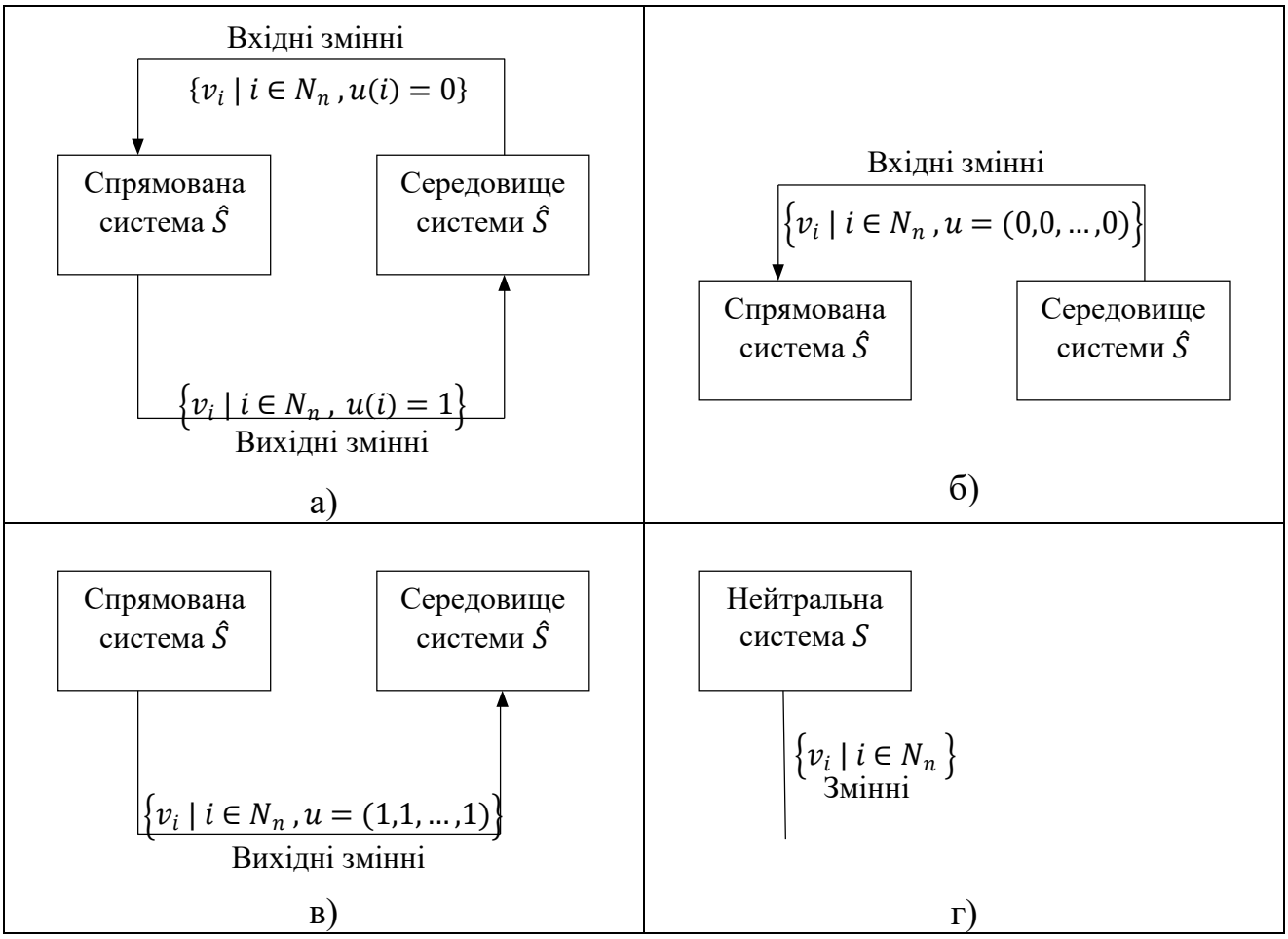


Рисунок 2.3 – Структурні схеми та методологічні відмінності спрямованих і нейтральних вихідних систем

Для нейтральних систем ніякого середовища немає (рис. 2.3, г)).

При заміні нейтральної системи на спрямовану вводиться середовище, і якщо $u \neq (1, 1, \dots, 1)$, якась інформація, яка містилася в системі, переміщується в середовище.

Отже, отримана спрямована система містить менше інформації, ніж вихідна нейтральна.

2.12 Методологічні відмінності систем нульового епістемологічного рівня

Відмінності між нейтральними і спрямованими системами і між чіткими і нечіткими каналами спостереження – це ще дві методологічних відмінності вихідних систем. Будь-яка вихідна система є або нейтральною, або спрямованої, а канали спостереження її змінних або всі чіткі, або всі нечіткі, або різних типів (змішані – частина є чіткими, а частина – нечіткими).

Отже, методологічні відмінності становлять $2 \times 3 = 6$ можливостей.

Крім того, в вихідну систему можуть входити змінні різних методологічних типів.

Позначимо загальне число методологічних відмінностей, визначених для рівня вихідних систем, через S_{MO}. Тоді при цілком розумному припущенні, що число параметрів не перевищує 9 $(m \le 9)$ з урахуванням неперервності, ми отримаємо

$$S_{MO} = 6 \times \sum_{i=1}^{k} \binom{9}{i} \times \sum_{j=1}^{m} \binom{9}{j}, \tag{2.27}$$

де $k = \min\{9, n\}$; $m \le 9$ – число параметрів.

Кількість методологічних відзнак систем нульового епістемологічного рівня з урахуванням лише дискретних змінних та параметрів визначаються наступним виразом

$$S_{MO} = 6 \times \sum_{i=1}^{k} \binom{5}{i} \times \sum_{j=1}^{m} \binom{5}{j}, \tag{2.28}$$

де $k = \min\{5, n\}$; $m \le 5$ – число параметрів.

Методологічні відмінності, визначені для вихідних систем, вельми важливі, оскільки вони можуть бути застосовані і до всіх систем більш високих типів.

Питання для самоконтролю

1. Що розуміється під об’єктом дослідження?
2. Як визначається система на об’єкті?
3. Які існують канали спостереження?
4. Що таке база? Які типові бази Вам відомі? Розкрийте вимоги до вибору баз.
5. Що таке конкретна змінна?
6. Що таке конкретний параметр?
7. Що таке канал абстрагування-конкретизації? Як він визначається?
8. Як визначається конкретна представляюча система?
9. Які компоненти другої примітивної системи вихідної системи – конкретної представляючої системи?

10. Які компоненти третьої примітивної системи вихідної системи – загальної представляючої системи?
11. Що визначається терміном «методологічні відмінності»?
12. Наведіть типи впорядкованості множини станів та параметричної множини.
13. Які змінні називаються метричними?
14. Наведіть діаграму Хассе для змінних з урахуванням неперервності. Поясніть наведену діаграму.
15. Які змінні називаються вхідними та вихідними?
16. Наведіть визначення спрямованої та нейтральної систем.
17. Як визначається визначник входу-виходу?
18. Як визначається спрямована вихідна система?
19. Наведіть структурні схеми вироджених вихідних систем.
20. Як знайти кількість методологічних відзнак систем нульового епістемологічного рівня з урахуванням лише дискретних змінних та параметрів?

Лекція 3. Формування першого епістемологічного рівня – системи даних

Мета лекції: набути знань та навичок визначення типів систем даних, сумісних з визначеними типами вихідних систем; вивчити стандартні форми представлення чітких та нечітких даних; опанувати методологічні відзнаки систем даних; засвоїти та набути навичок застосування алгоритму формалізації систем даних.

План лекції

3.1 Формалізація систем даних з чіткими каналами спостереження.
3.2 Системи даних з нечіткими каналами спостереження.
3.3 Стандартні форми представлення даних.
3.4 Методологічні відмінності систем даних.
3.5 Алгоритм формалізації систем даних.

Перелік ключових термінів і понять з теми: *повна параметрична множина; повна множина станів змінних; формальне визначення типів систем даних першого епістемологічного рівня; стандартна форма представлення чітких та нечітких даних (матриця, тривимірний масив); методологічні відзнаки систем першого епістемологічного рівня; алгоритм формалізації систем даних.*

3.1 Формалізація систем даних з чіткими каналами спостереження

Вихідна система – це схема, за якою можуть бути зроблені спостереження відібраних ознак.

Якщо канал спостереження є чітким, то будь-яке реальне спостереження представляється у вигляді упорядкованої пари, яка складається зі значення повного параметра, при якому було зроблено спостереження, та зафіксованого повного стану змінних.

Передбачається, що дані мають бути представлені як узагальнені параметри і змінні. Отже, при формалізації поняття даних ми можемо обмежитися розглядом тільки загальної представляючої системи I [4, 5].

Нехай

$$W = W_1 \times W_2 \times ... \times W_m, \quad (3.1)$$

$$V = V_1 \times V_2 \times ... \times V_n, \quad (3.2)$$

де W – повна параметрична множина; V – повна множина станів змінних.

Тоді ***чіткі дані*** представляються функцією

$$d: W \to V. \quad (3.3)$$

Функція d будь-якому значенню повного параметра ставить у відповідність один повний стан змінних.

Представляюча система I описує тільки потенційні стани змінних, в той час як функція d дає інформацію про їх дійсні стани при необмеженій параметричній множині, тобто фактично відповідає дослідним даним.

Систему I з функцією d можна розглядати як систему більш високого типу (*першого епістемологічного рівня*). Будемо називати таку систему ***системою даних*** та позначати через величину *D*. Тоді

$$D = (I, d). \tag{3.4}$$

Проте, для будь-якого конкретного застосування у формулюванні повинен бути відображений і сенс даних *d*. Це можна зробити, замінивши представляючу систему I в рівнянні (3.4) відповідною вихідною системою *S*. Отриману в результаті цієї заміни систему назвемо ***системою даних з семантикою*** і позначимо через величину ${}^{S}D$. Таким чином, матимемо:

$${}^{S}D = (S, d). \tag{3.5}$$

У даному випадку функція d пов'язана з системою S наступним чином: якщо спостереження, що описується за допомогою

$$o_i \circ e^{-1}(x_i) = y_i \tag{3.6}$$

для всіх $i \in N_n$ (де $x_i -$ передбачуваний прояв властивості a_i; y_i – відповідний стан змінної v_i), зв'язується зі значенням повного параметра $w \in W$, то

$$d(w) = v, \tag{3.7}$$

де $v = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in V$.

Залежно від розглядуваної задачі, функція *d* може бути визначена трьома способами:

1) вона може бути результатом спостережень або вимірювань;
2) її можна вивести з систем більш високих рівнів;
3) вона може бути визначена самим дослідником (в задачах проектування систем).

Системи даних D і ${}^{S}D$ є нейтральними. Для перетворення цих систем в їх спрямовані аналоги $\widehat{D}$ і ${}^{S}\widehat{D}$ потрібно тільки замінити I на $\hat{I}$, а S на $\hat{S}$. Отже, матимемо:

$$\widehat{D} = (\hat{I}, d), \tag{3.8}$$

$${}^{S}\widehat{D} = (\hat{S}, d). \tag{3.9}$$

Отримані в (3.8) та (3.9) системи – ***спрямовані системи даних без семантики*** та **з семантикою** відповідно.

3.2 Системи даних з нечіткими каналами спостереження

Якщо змінні визначаються через нечіткі канали спостереження, то кожне спостереження записується як упорядкована пара, яка складається зі значення повного параметра, з яким зв’язано спостереження, та вектору $(h_1, h_2, \dots, h_n)$ функцій

$$h_i: V_i \to [0,1],\ i \in N_n, \tag{3.10}$$

де $h_i(y)$ виражає рівень впевненості в тому, що y є спостереженим станом змінної v_i .

Формалізуємо ***поняття нечітких даних*** [5].

Нехай

$$\tilde{V} = \{V_1 \to [0,1]\} \times \{V_2 \to [0,1]\} \times \dots \times \{V_n \to [0,1]\}. \tag{3.11}$$

Тоді *нечіткі дані* представляються функцією

$$\tilde{d}: W \to \tilde{V}. \tag{3.12}$$

Для будь-якого значення повного параметра $w \in W$ отримуємо:

$$\tilde{d}(w) = h, \tag{3.13}$$

де $h = (h_1, h_2, \dots, h_n) \in \tilde{V}$.

Формальне визначення систем даних з нечіткими даними є аналогічним виразам (3.4), (3.5) та (3.8), (3.9) з заміною функції (3.3) на функцію (3.12):

- нейтральна система даних з нечіткими даними: $\widetilde{D} = (I, \tilde{d})$;
- нейтральна система даних з нечіткими даними з семантикою: ${}^{S}\widetilde{D} = (S, \tilde{d})$;
- спрямовані аналоги: $\widetilde{\widetilde{D}} = (\hat{I}, \tilde{d})$, ${}^{S}\widetilde{\widetilde{D}} = (\hat{S}, \tilde{d})$.

3.3 Стандартні форми представлення даних

З яким типом даних – чітким чи нечітким – ми маємо справу, завжди ясно з контексту [6].

Чіткі дані можуть бути представлені в самому різному вигляді [4-6].

Нехай стандартною формою представлення чітких дискретних змінних і параметрів буде матриця

$$d = [v_{i,w}], \tag{3.14}$$

елементами якої $v_{i,w}$ є стани змінних v_i, спостережувані при відповідних значеннях повного параметра *w* (рис. 3.1, *а*)).

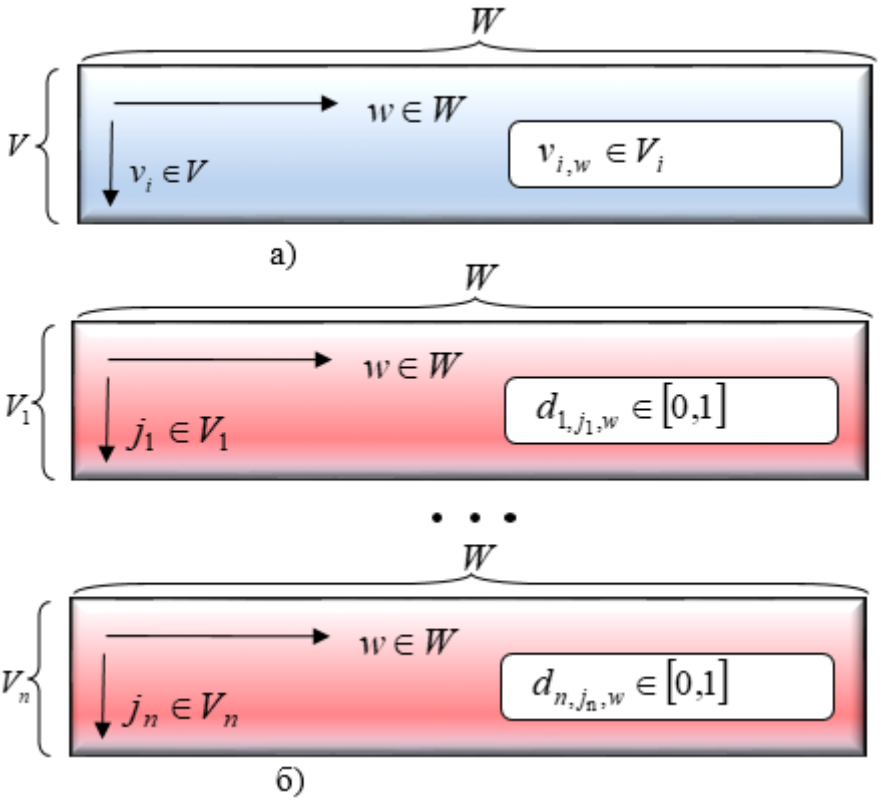


Рисунок 3.1 – Стандартні форми подання даних для дискретних змінних: а) чіткі дані; б) нечіткі дані

Кожен стовпець матриці d задає повний стан, спостережуваний при даному w, а кожен рядок – усі спостереження однієї змінної на параметричній множині W. Якщо W лінійно впорядковано, то і стовпці в матриці d повинні бути впорядковані таким самим чином.

Якщо використовуються декілька параметрів, то може виявитися, що зручніше використовувати інші форми подання.

Для нечітких дискретних даних стандартною формою представлення, подібної матриці d, є тривимірний масив

$$\tilde{d} = [\tilde{d}_{i,j_i,w}], \tag{3.15}$$

елементами якого є значення рівня впевненості в тому, що при заданому значенні параметра w спостерігався стан j_i змінної V_i, де $i \in N_n$, $j_i \in V_i$, $w \in W$, а $\left[\tilde{d}_{i,j_i,w}\right] \in [0,1]$.

Масив являє собою набір матриць (рис. 3.1, б)), по одній для кожної змінної.

Стовпець w в матриці змінної v_i задає функцію h_i, яка визначається рівнянням (3.10).

3.4 Методологічні відмінності систем даних

Крім методологічних відмінностей, введених для вихідних систем, для систем даних можна виділити ще два.

Перша методологічна відмінність – це відмінність між *повністю* та *не повністю* визначеними даними.

Дані називаються ***повністю визначеними*** тоді і лише тоді, коли визначено всі їх елементи матриці даних чи масиву даних; в іншому випадку дані називаються ***не повністю визначеними***.

Надалі розрізнятимемо **два типи не повністю визначених даних**:

- усі випадки, у яких деякі дані при заданій параметричній множині *недоступні* (як це буває в деяких експериментальних чи історичних дослідженнях);
- усі випадки, у яких несуттєво, чи є деякі дані (як у деяких задачах проектування систем, у яких подібні елементи даних називаються *умовами байдужості*).

Якщо дані визначені в повному обсязі, то окремі множини станів мають бути розширені деякими відповідними (стандартними) символами для позначення елементів масивів даних, які є «недоступними», або «несуттєвими». Методика повинна мати відповідні можливості для роботи із такими елементами.

Друга методологічна відмінність систем даних відноситься тільки до систем даних з лінійно впорядкованими повними параметричними множинами. У цьому випадку можна говорити про ***періодичні дані***, тобто дані, які повторюються при розширенні параметричної множини.

3.5 Алгоритм формалізації систем даних

Алгоритм формалізації систем даних складається з наступних етапів:

- ***для систем даних з <u>чіткими каналами</u> спостереження*:**
  1 *етап*: визначається функція $d: W \to V$ при $W = W_1 \times W_2 \times \ldots \times W_m$, $V = V_1 \times V_2 \times \ldots \times V_n$;
  2 *етап*: визначається тип системи даних – система даних $D = (I, d)$, система даних з семантикою ${}^{S}D = (S, d)$ або спрямовані аналоги $\widehat{D} = (\hat{I}, d)$, ${}^{S}\widehat{D} = (\hat{S}, d)$;
- ***для систем даних з <u>нечіткими каналами</u> спостереження*:**
  1 *етап*: визначаються функції $h_i: V_i \to [0,1]$, $i \in N_n$, у якій $h_i(y)$ показує ступінь впевненості в тому, що y є спостережуваним станом змінної v_i;
  2 *етап*: нечіткі дані представляються функцією $\tilde{d}: W \to \tilde{V}$ при $\tilde{V} = \{V_1 \to [0,1]\} \times \{V_2 \to [0,1]\} \times \ldots \times \{V_n \to [0,1]\}$;
  3 *етап*: визначається тип системи даних – система даних $\widetilde{D} = (I, \tilde{d})$, система даних з семантикою ${}^{S}\widetilde{D} = (S, \tilde{d})$ або спрямовані аналоги $\widehat{\widetilde{D}} = (\hat{I}, \tilde{d})$, ${}^{S}\widehat{\widetilde{D}} = (\hat{S}, \tilde{d})$.

Питання для самоконтролю

1. Як визначається повна параметрична множина?
2. Що таке повна множина станів змінних?
3. Як визначається спрямована система даних з семантикою та з чіткими даними?
4. Як визначається спрямована система даних з нечіткими даними?
5. Як визначається нейтральна система даних з чіткими даними?
6. Як визначається нейтральна система даних з нечіткими даними?
7. Як визначається нейтральна система даних з семантикою та з нечіткими даними?
8. Яка форма є стандартною формою представлення чітких даних?
9. Яка форма є стандартною формою представлення нечітких даних?
10. Наведіть методологічні відзнаки систем першого епістемологічного рівня – систем даних.

Лекція 4. Формування другого епістемологічного рівня

Мета лекції: набути знань та навичок формування нейтральної системи з поведінкою та нейтральної породжуючої системи з поведінкою; набути знань та навичок формування спрямованої системи з поведінкою та спрямованої породжуючої системи з поведінкою; опанувати методологічні відмінності систем другого епістемологічного рівня та їх застосування до уточнення типу системної задачі в межах другого епістемологічного рівня.

План лекції

4.1 Формування другого епістемологічного рівня – нейтральної системи з поведінкою та нейтральної породжуючої системи з поведінкою.
4.2 Формування спрямованих систем з поведінкою та спрямованих породжуючих систем з поведінкою.
4.3 Міри нечіткості.
4.4 Методологічні відмінності систем другого епістемологічного рівня.

Перелік ключових термінів і понять з теми: *правило зсуву; система з поведінкою; вибіркова змінна; нейтральна та породжуюча системи з поведінкою; маска; породжуюча функція поведінки; повна множина станів вибіркових змінних; функція поведінки; кодуюча функція; спрямована система з поведінкою; спрямована породжуюча система з поведінкою; ступінь недетермінованості; Шеннонівська ентропія; ступінь недетермінованості; нечітка міра; властивості нечітких мір; методологічні відмінності.*

4.1 Формування другого епістемологічного рівня – нейтральної системи з поведінкою та нейтральної породжуючої системи з поведінкою

4.1.1 Етапи емпіричного дослідження

Будь-яке емпіричне дослідження включає наступні етапи (рис. 4.1) [4]:

1 *етап*: *визначення вихідної системи S* (задається об'єкт, мета та обмеження емпіричного дослідження, за якими на об'єкті визначається вихідна система);

2 *етап*: *збір даних, формування системи даних D* (для даної вихідної системи збираються дані та подаються у стандартному вигляді (матриця, масив даних));

3 *етап*: *обробка даних з метою визначення деяких їх параметрично інваріантних властивостей)*;

4 *етап*: *інтепретація результатів* (отримані параметрично інваріантні властивості інтерпретуються згідно з метою дослідження та робляться остаточні висновки, або дослідження починається знову з 3, 2 або 1 етапу).

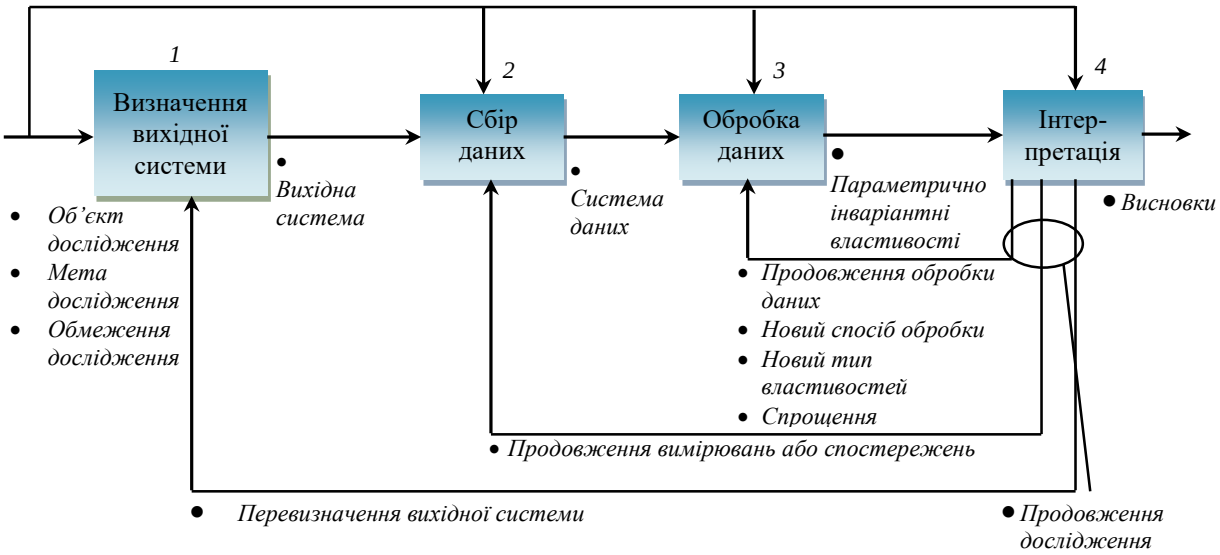


Рисунок 4.1 – Схема проведення емпіричного дослідження

Перші два етапи розглянуті у попередніх лекціях, тому зосередимо увагу на третьому етапі – ***етапі обробки даних***.

На етапі обробки даних розв'язуються *наступні задачі*:

– задача виводу з заданих даних параметрично інваріантних властивостей всіх типів;
– задача порівняння виділених властивостей і виключення систем, властивості яких не задовольняють користувача;
– задача спрощення систем різних типів відповідно до критеріїв, вказаних користувачем, або за замовчуванням.

Вказані три задачі розв'язуються *на другому епістемологічному рівні*.

На цьому рівні ***параметрично інваріантні властивості*** являють собою безпосередній опис загального обмеження, пов'язаного з використовуваними змінними.

4.1.2 Системи з поведінкою

Термін ***поведінка*** використовується для характеристики загального параметрично інваріантного обмеження на змінні загальної представляючої системи *I*, а також на деякі додаткові абстрактні змінні.

Додаткові змінні визначаються на параметричній множині за допомогою ***правил зсуву (зрушення)*.**

Оскільки опис параметрично інваріантного обмеження на розглянуті змінні може бути використаний для породження станів змінних при заданій параметричній множині, то системи, що містять такі обмеження, називаються ***породжуючими системами***. Поведінка являє собою одну з форм завдання цього обмеження.

Для заданої загальної представляючої системи *I* діапазон можливих типів параметрично інваріантних обмежень залежить від властивостей, приписуваних параметричній множині.

Якщо на параметричній множині ніяких властивостей не визначено (як це часто буває для груп), то стани змінних можуть обмежувати тільки один одного.

У випадку, якщо параметрична множина впорядкована, то стани змінних можуть обмежуватися не тільки іншими станами, але і станами обраного ***сусідства*** для кожного конкретного значення параметра.

Сусідство на впорядкованій параметричній множині називається **маскою** і визначається через змінні, параметричну множину і набір правил зсуву на параметричній множині.

Правило зсуву, скажімо правило r_j, – це однозначна функція

$$r_j: W \to W, \tag{4.1}$$

яка кожному елементу параметричної множини W ставить у відповідність інший (причому єдиний) елемент W.

Якщо, наприклад, параметрична множина повністю впорядкована (як у випадках, коли розглядається час або одночасний простір) і являє собою множину послідовних цілих додатних чисел, то будь-яке правило зсуву може бути задано рівнянням

$$r_j(w) = w + \rho, \tag{4.2}$$

де ρ – ціла константа (додатна, від'ємна або нуль).

При $\rho = 0$ правило зсуву r_j називається ***тотожним правилом зсуву***.

Все вище сказане можна пояснити наступним чином. Для того щоб система, була здатна генерувати дані, з вихідних даних, потрібно визначити деякі правила, за якими будуть визначатися нові дані. У вузькому сенсі це будуть деякі функції.

Наприклад, лінійна функція однієї змінної – геометрична пряма. Ця функція перетворює значення аргументу, в деяке значення. У більш широкому сенсі це параметрично інваріантне обмеження.

Вибіркові змінні і маски. Нехай задана загальна представляюча система I. Позначимо через V множину змінних з I, а через R набір правил зсуву, що розглядаються для цих змінних.

Сусідство на параметричній множині W визначається ***маскою*** M:

$$M \subseteq V \times R, \tag{4.3}$$

де R – множина правил зрушення, що розглядаються на повній параметричній множині W.

Множина змінних $S = \{s_1, s_2, \dots, s_k\}$, $k \in N_{|M|}$, визначених через маску M, називається ***вибірковими змінними*** та задається рівняннями

$$s_{k,w} = v_{i,r_j(w)} \tag{4.4}$$

для $v_i \in V$ та $r_j \in R$.

Для повністю упорядкованої параметричної множини W вибіркові змінні можна задати за допомогою рівнянь

$$s_{k,w} = v_{i,w+\rho}. \tag{4.5}$$

Для введення ідентифікаторів k вибіркових змінних s_k застосовується однозначна кодуюча функція

$$\lambda: M \to N_{|M|}, \tag{4.6}$$

де $|M|$ – це кількість елементів множини *M.*

Повна множина станів вибіркових змінних позначається як C та визначається як декартовий добуток наступним чином

$$C = S_1 \times S_2 \times \ldots \times S_{|M|} \ . \tag{4.7}$$

Відношення на повній множині станів вибіркових змінних позначається C та визначається ***функцією поведінки*** f_B виду

$$f_B : C \to \{0,1\}, \tag{4.8}$$

де $f_B(c) = 1,$ якщо c входить до множини C; $f_B(c) = 0,$ в протилежному випадку.

Отже, функція f_B – типова функція вибору, яка є параметрично інваріантною, оскільки визначає стани, що реально зустрічаються у системі даних D, але не визначає значення параметра, при якому вони мають місце.

Область визначення f_B однакова для всіх типів функцій поведінки та визначається через маску *M*, яка у свою чергу визначається через змінні й параметри загальної представляючої системи I.

Систему на другому епістемологічному рівні з визначеною функцією f_B будемо називати ***системою з поведінкою***. Така система характеризує параметрично інваріантне обмеження на множину змінних через функції поведінки та може бути подана трійкою [5]

$$F_B = (I, M, f_B). \tag{4.9}$$

Вибір маски у випадку повністю впорядкованих параметричних множин та параметричних множин, які не мають математичних властивостей. Розглянемо спочатку поняття маски та пов'язану з ним поведінку загальних представляючих систем для повністю впорядкованих параметричних множин, а потім поширимо його на частково впорядковані параметричні множини.

Позначимо повністю впорядковані параметричні множини через *T*, а їх елементи через t $(t \in T)$. При цьому рівняння (4.5) дещо зміниться:

$$s_{k,t} = v_{i,t+\rho}. \tag{4.10}$$

Для повністю впорядкованих параметричних множин маска може бути зображена у вигляді вирізки з матриці даних, яка представляє декартовий добуток $V \times R$ та в якій рядки позначені ідентифікаторами *i* змінних з множини *V,* а стовпці – цілими константами ρ, пов'язаними з правилами зсуву.

Елементи матриці можуть бути або порожніми, або мати ідентифікатори *k* вибіркових змінних, приписані парам (i, ρ) згідно (4.6). У візуальному представленні стає ясно, чому використовується термін «маска».

Часто буває зручно розбити маску M на підмаски M_i, кожна з яких пов'язана з однією змінною *i*, з системи *I.*

Формально

$$M_i = \{(\alpha, \beta) \mid (\alpha, \beta) \in M, \alpha = v_1\}. \tag{4.11}$$

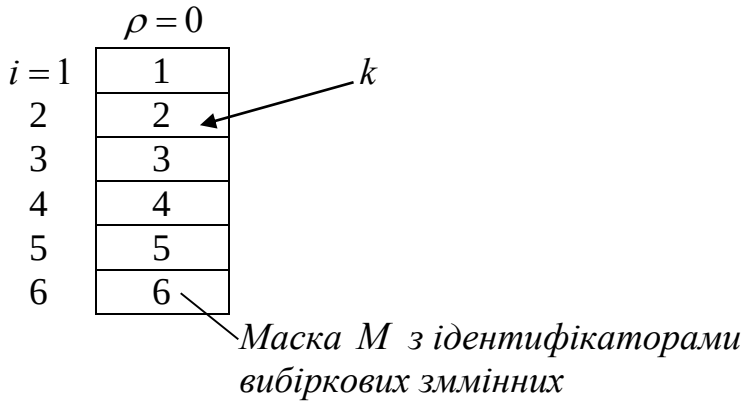
У візуальному (матричному) представленні M підмаски M_i являють собою рядки.

У будь-якій масці один стовпець відповідає тотожному правилом зсуву ($\rho = 0$). Цей стовпець має особливе значення, оскільки пов'язані з ним вибіркові змінні є ідентичними базовим змінним заданої загальної представляючої системи. Будемо цей стовпець у масках називати ***довідником***.

Якщо маска поміщена на матрицю даних таким чином, що довідник збігається з певним значенням t, то маска виділить тільки деяку підмножину елементів, а саме елементи, які представляють повний стан вибіркових змінних при даному значенні t.

Для розуміння вище наведеного, розглянемо приклад для випадку, коли повна параметрична множина W не має математичних властивостей.

Приклад 4.1. Нехай побудована система даних D із сформованою матрицею даних d (рис. 4.2, б)). ***Повна параметрична множина W не має математичних властивостей***, тоді можна застосувати лише одну осмислену маску M з правилом зсуву r_j (2) при $\rho = 0$. Дана маска M подана на рис. 4.2, а). Ідентифікатори k вибіркових змінних s_k вводяться рівнянням (4.6).



а)

$W =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
V_1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	
V_2	1	2	2	2	1	1	0	0	1	2	
V_3	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	
V_4	1	0	0	1	1	1	0	1	2	0	
V_5	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	
V_6	1	0	0	1	1	2	1	0	1	1	

Матриця даних d

Маска M

б)

Рисунок 4.2 – Використання маски:
а) опис маски M ; б) використання маски M для побудови системи з поведінкою з неупорядкованою параметричною множиною

Визначимо повний стан вибіркових змінних через маску M при значені w=4:

$$\begin{array}{lcll} S_{1,4} & = & V_{1,4} & = \boxed{1} \\ S_{2,4} & = & V_{2,4} & = \boxed{2} \\ S_{3,4} & = & V_{3,4} & = \boxed{1} \\ S_{4,4} & = & V_{4,4} & = \boxed{1} \\ S_{5,4} & = & V_{5,4} & = \boxed{0} \\ S_{6,4} & = & V_{6,4} & = \boxed{1} \end{array}$$

повний стан вибіркових змінних для маски M при $W=4$

Функція поведінки для фраґменту матриці даних d при w=4, зображена на рис. 4.2, б), має вигляд

$$f_B(011111)=1,\quad f_B(011101)=1,\quad f_B(011201)=1,\quad f_B(111112)=1,$$
$$f_B(100110)=1,\quad f_B(100011)=1,\quad f_B(120000)=1,\quad f_B(121101)=1,$$
$$f_B(021000)=1,\quad f_B(021011)=1.$$

Оскільки є можливими стани змінних $V_i=\{0,1,2\}$, $i=1,2,...,6$, а, наприклад, наступні повні стани вибіркових змінних є потенційно можливими, але не мають місця в системі даних, то в цьому випадку

$$f_B(000000)=0;\ f_B(111111)=0;\ f_B(222222)=0;\ f_B(200000)=0,\ \ldots$$

4.1.3 Породжуючі системи з поведінкою нейтрального типу

Породжуючі та породжувані змінні. Породжуюча функція поведінки. Незважаючи на те, що будь-яка система з поведінкою описує обмеження на змінні загальної представляючої системи, вона не містить опису того, як використовувати це обмеження для породження даних.

Для розробки такого опису потрібно розбити вибіркові змінні на *дві підмножини*:

- ***породжувані змінні*** – змінні, стани яких породжуються з обмеження;
- ***породжуючі змінні*** – змінні, стани яких використовуються як умови в процесі генерації.

Для заданої системи з поведінкою одним з способів визначення породжуваних та породжуючих змінних є визначення для даної маски M двох підмасок M_g та $M_{\bar{g}}$.

Будемо

$$M_G=\left(M;\ M_g, M_{\bar{g}}\right), \tag{4.12}$$

де

$$M_g, M_{\bar{g}} \subset M,\quad M_g \cup M_{\bar{g}} = M,\quad M_g \cap M_{\bar{g}} = 0, \tag{4.13}$$

називати ***маскою породження***, тобто це маска M та її розбиття на породжувану підмаску M_g та породжуючу підмаску $M_{\bar{g}}$.

За аналогією з розбиттям M на M_g та $M_{\bar{g}}$ множина $N_{|M|}$ ідентифікаторів k вибіркових змінних можна розбити на дві підмножини K_g та $K_{\bar{g}}$, які

представляють ідентифікатори відповідно породжуваних й породжуючих змінних. Отже, кодуюча функція (4.6) може бути замінена двома функціями

$$\lambda_g: M_g \to K_g\ ,$$
$$\lambda_{\bar{g}}: M_{\bar{g}} \to K_{\bar{g}}\ , \tag{4.14}$$

за допомогою яких, множина станів G та $\bar{G}$ відповідно породжуваних і породжуючих змінних задаються декартовими добутками

$$G = \underset{k \in K_g}{\times} S_k\ ,$$
$$\bar{G} = \underset{k \in K_{\bar{g}}}{\times} S_k\ . \tag{4.15}$$

Тепер спосіб представлення стану породжуваних змінних (скажімо, $g \in G$), який визначається за станом породжуючих змінних (скажімо, $\bar{g} \in \bar{G}$), можна виразити функцією

$$f_{GB}: \bar{G} \times G \to \{0,1\}, \tag{4.16}$$

$$f_{GB}(\bar{g}, g) = \begin{cases} 1\ , \\ 0\ . \end{cases} \tag{4.17}$$

де: $f_{GB}(\bar{g}, g) = 1$, якщо g може мати місце при умові, коли має місце $\bar{g}$;
$f_{GB}(\bar{g}, g) = 0$, якщо g не може мати місце при умові, коли має місце $\bar{g}$.

Для **детермінованих систем**

$$f_{GB}: \bar{G} \to G. \tag{4.18}$$

Назвемо цю функцію ***породжуючою функцією поведінки.***

Породжуюча система з поведінкою визначається трійкою

$$F_{GB} = (I, M_G, f_{GB}). \tag{4.19}$$

Будемо називати таку систему ***породжуючою системою з поведінкою нейтрального типу***.

Алгоритм використання породжуючої системи з поведінкою нейтрального типу для породження даних включає наступні два етапи:

1 *етап*: для деякого значення $t \in T$ задано стан $\bar{g} \in \bar{G}$, розглядуваний як початкова умова; для визначення стану $g \in G$ при тому самому значенні використовується функція f_{GB};

2 *етап*: значення t замінюється на нове (наступне в параметричній множині) та повторюється 1 етап (до останнього елементу параметричної множини).

Для **недетермінованих систем** маємо ***породжуючу функцію поведінки***

$$f_{GB}: \bar{G} \times G \to [0,1], \tag{4.20}$$

де $f_{GB}(\bar{g}, g)$ – умовна ймовірність появи стану g за умови спостереження стану $\bar{g}$. Щоб підкреслити, що f_{GB} задає умовні ймовірності, для позначення ймовірності появи стану g при заданому $\bar{g}$ замість $f_{GB}(\bar{g}, g)$ використовується стандартне позначення $f_{GB}(g \mid \bar{g})$.

Порядок породження даних в системі з поведінкою. Особливості процедури породження даних. Фундаментальний підхід до аналізу систем з поведінкою базується на темпоральній (часовій) структурі даних.

Ключовою ідеєю є те, що спосіб породження станів системи безпосередньо визначається цільовим призначенням дослідження (метою використання системи з поведінкою).

Згідно такого підходу, розрізняються ***два протилежні напрямки аналізу поведінки системи в часі***:

– *прогнозування (передбачення)* – генерація станів у прямому часі;

– *реконструкція (ретроспекція)* – генерація станів у зворотному часі.

Двоїстість цих напрямків відображає фундаментальну асиметрію часу в системному моделюванні та визначає методологію побудови і застосування поведінкових моделей.

В першому випадку, ***при прогностичному використанні системи,*** стани породжуються у послідовності зростання часу ($t_1 \rightarrow t_2 \rightarrow t_3 \rightarrow ... \rightarrow t_n$), тобто ми рухаємося від минулого через теперішнє до майбутнього. Математично це формалізується таким чином: маючи початковий стан та/або попередні стани системи, необхідно визначити майбутні стани з використанням прямої функції переходу (функції поведінки). Такий підхід природно використовує причинно-наслідкові зв'язки, при цьому невизначеність зростає зі збільшенням *горизонту прогнозування* (періоду, на який складається прогноз), що робить критичною роль початкових умов та параметрів моделі. Типовими прикладами задач прогнозування є передбачення траєкторії руху об'єктів у балістиці та навігації, моделювання економічних показників, прогнозування розвитку епідемій та планування виробничих процесів і т. ін.

На противагу цьому, в другому випадку, ***при реконструктивному використанні системи,*** стани породжуються у послідовності убування часу ($t_n \rightarrow t_{n-1} \rightarrow ... \rightarrow t_2 \rightarrow t_1$), що означає рух від теперішнього до минулого. Вхідною інформацією слугує поточний стан та можливо деякі проміжні стани, а метою є відновлення попередніх станів. Для відновлення використовується функція зворотного переходу, що вказує на принципову відмінність від попередньої прямої задачі прогнозування. Реконструкція стикається з фундаментальною проблемою неоднозначності: один і той самий поточний стан може бути результатом різних попередніх станів системи, що вимагає залучення додаткової інформації або введення обмежень для забезпечення унікальності розв'язку. Практичними прикладами реконструктивних задач є археологічна реконструкція минулих подій за артефактами; визначення причини захворювання за симптомами; розслідування аварій та катастроф; відновлення клімату минулого; побудова еволюційних дерев і т. ін.

Згідно з вище наведеним, вибір напрямку та порядок породження станів системи визначається конкретною епістемологічною метою дослідження та використання:

– якщо система з поведінкою використовується для *прогнозування* (*передбачення*), то стани мають породжуватися в порядку зростання часу (зліва направо); в такому випадку ставиться ***задача прогнозування* (*передбачення*)**;

– якщо система з поведінкою використовується для *реконструкції* (*ретроспекції*), то стани мають породжуватися в порядку убування часу; в такому випадку ставиться ***задача реконструкції* (*ретроспекції*)**.

Розуміння двоїстості цих задач є фундаментальним для коректної постановки та розв'язання задач системного аналізу, оскільки воно визначає як вибір математичного апарату, так і інтерпретацію отриманих результатів у контексті часової структури досліджуваної системи.

Розглянемо ***особливості процедури породження даних*** в залежності від розв'язання задачі прогнозування або реконструкції.

1. На 1 етапі неявно передбачається, що при заданому значенні параметру t стан $\bar{g}$ є відомим. Цей стан називається *початковою умовою.* Однак після цього все повністю визначається самим процесом породження, тобто станами $\bar{g}$ та g, пов'язаними з попереднім значенням параметра *t.* При цьому передбачається, що значення параметра t мають на 2 етапі змінюватися відповідно до порядку породження, за даними на множині *T.* Таким чином, значення параметра *t* замінюються або на t +1, або на t – 1. У першому варіанті (*задача прогнозування* або *передбачення*) початкова умова має бути визначена для найменшого можливого значення *t*, а в другому варіанті (*задача реконструкції* або *ретроспекції*) – для найбільшого можливого значення *t.*
2. З необхідності породження даних в одному з двох порядків випливає, що існує тільки два власних розбиття маски M на M_g та $M_{\bar{g}}$, кожне з яких відповідає одному з двох порядків породження. Якщо дані породжуються в порядку зростання (спадання) *t*, то M_g містить рівно по одному елементу кожної підмаски M_i $(i \in N_n)$, елемент з найбільшим (найменшим) значенням ρ; інші елементи M входять в $M_{\bar{g}}$. *Таким чином, графічно можна представити, що M_g – це множина самих правих елементів маски M (правий край цієї маски) у випадку прогнозування (передбачення) даних або, навпаки, множина самих лівих елементів M (лівий край маски) у випадку реконструкції (ретроспекції).*
3. Передбачається, що для будь-якого стану $\bar{g} \in \bar{G}$ є принаймні один стан $g \in G$, який допускає функцією f_{GB} (тобто $f_{GB}(\bar{g}, g) = 1$). Якщо допускається тільки один стан, то для будь-якої початкової умови дані породжуються однозначно; такі системи називаються ***детермінованими***. Якщо допускається більш ніж один стан, то породження даних є проблематичним, оскільки породжений стан не завжди є однозначно визначеним. Для таких систем функції вибору поведінки не підходять. Більш змістовно вони описуються функціями поведінки інших типів.

Функції породження для недетермінованих систем. Параметрично інваріантне обмеження на множину вибраних змінних може бути охарактеризоване різними способами [4, 6].

Простий опис, розглянутий раніше, може обмежитися заданням функції вибору, визначеної на відповідній множині станів. Хоча функція вибору є, ймовірно, найбільш прийнятним формальним апаратом для задання обмежень в

детермінованих системах, в яких породження даних зручно описувати за допомогою функції, тож для роботи з недетермінованими системами функції вибору не годяться.

Традиційно з недетермінованими системами працюють методами теорії ймовірностей. При цьому основним поняттям при описі обмежень на змінні є поняття *імовірнісної міри*.

З теорії ймовірностей добре відомо, що будь-яка імовірнісна міра, скажімо міра p, однозначно визначається функцією розподілу

$$f_B: \mathrm{C} \to [0,1]. \tag{4.21}$$

При цьому породжуюча функція поведінки f_{GB} має вигляд (4.20):

$$f_{GB}: \bar{G} \times G \to [0,1].$$

4.2 Формування спрямованих систем з поведінкою та спрямованих породжуючих систем з поведінкою

4.2.1 Спрямовані системи з поведінкою. Функція поведінки для спрямованих систем

Дотепер ми розглядали тільки нейтральні системи з поведінкою (базові і породжуючі).

Для опису їх спрямованих аналогів необхідно розбити відповідну множину вибіркових змінних на ***дві підмножини*** [3, 4]:

1) вибіркові змінні, які визначаються середовищем, тобто *вхідні змінні* [змінні v_i, $i \in N_n$, для яких $u(i) = 0$];
2) решта вибіркових змінних, пов'язаних з розглянутою маскою та об’явлених, як *вихідні змінні*, згідно визначника входу-виходу.

Ці дві підмножини вибіркових змінних можна визначити, розбивши задану маску M на дві підмаски.

Нехай підмаска M_e визначає вибіркові змінні, що задаються середовищем, а підмаска $M_{\bar{e}}$ – решту.

Тоді трійка

$$\widehat{M} = \left(M; M_e, M_{\bar{e}}\right), \tag{4.22}$$

для якої справедливо, що

$$M_e,\ M_{\bar{e}} \subset M, \qquad M_e \cup M_{\bar{e}} = M, \qquad M_e \cap M_{\bar{e}} = \varnothing, \tag{4.23}$$

визначає ***маску спрямованої системи з поведінкою***.

Згідно розбиття маски M на $M_{\bar{e}}$ та M_e множину $N_{|M|}$ ідентифікаторів вибіркових змінних, що визначаються маскою M, розіб'ється на підмножини K_e та $K_{\bar{e}}$. Кодуючи функції представляються відповідно

$$\lambda_e : M_e \to K_e, \qquad \lambda_{\bar{e}} : M_{\bar{e}} \to K_{\bar{e}}. \tag{4.24}$$

Через визначені вибіркові змінні визначаються ***дві множині станів***: *повна множина станів вхідних* E та *повна множина станів вихідних* $\bar{E}$ *вибіркових змінних*:

$$E = \underset{k \in K_e}{\times} S_k,\ \bar{E} = \underset{k \in K_{\bar{e}}}{\times} S_k, \tag{4.25}$$

необхідні для спрямованих систем та через які визначається ***функція поведінки спрямованої системи***:

$$\hat{f}_B: E \times \bar{E} \to [0,1], \tag{4.26}$$

де $\hat{f}_B(e, \bar{e})$ – це умовна ймовірність і, отже, замість запису $\hat{f}_B(e, \bar{e})$ можна використовувати стандартну форму $\hat{f}_B(\bar{e}/e)$.

Тепер можна визначити ***спрямовану систему з поведінкою*** як трійку

$$\hat{F}_B = \left(\hat{I}, \widehat{M}, \hat{f}_B\right). \tag{4.27}$$

4.2.2 Породжуючі спрямовані системи з поведінкою. Породжуюча функція поведінки для спрямованих систем

Породжуюча функція поведінки для спрямованих систем може бути введена за допомогою розбиття підмаски $M_{\bar{e}}$ на дві підмножини M_g та $M_{\bar{g}}$, відповідних породжуваним і породжуючим змінним. Робиться це точно так само, як було описано для маски *M*.

Таким чином, ***породжуюча маска для спрямованих систем*** задається четвіркою [5]

$$\widehat{M}_G = \left(M, M_e;\ M_g, M_{\bar{g}}\right), \tag{4.28}$$

де $\left\{\mathrm{M_e}, \mathrm{M_g}, \mathrm{M_{\bar{g}}}\right\}$ – це розбиття маски *M*; M_g – підмаска з породжуваними вибірковими змінними, $M_{\bar{g}}$ – підмаска з породжуючими вибірковими змінними.

Знову визначаються кодуючи функції, але $\left\{M_g, M_{\bar{g}}\right\}$ розглядається тепер як розбиття підмаски $M_{\bar{e}}$:

$$\lambda_g: M_g \to K_g\ ,$$
$$\lambda_{\bar{g}}: M_{\bar{g}} \to K_{\bar{g}}\ ,$$

за допомогою яких множина станів G і $\bar{G}$, відповідно, породжуваних і породжуючих змінних задаються декартовими добутками

$$G = \underset{k \in K_g}{\times} S_k\ ,$$
$$\bar{G} = \underset{k \in K_{\bar{g}}}{\times} S_k\ .$$

Тепер

$$\hat{f}_{GB}: E \times \bar{G} \times G \to [0,1], \tag{4.29}$$

де $\hat{f}_{GB}(e, g, \bar{g})$ – це умовна ймовірність, і, отже, її можна записати у наступному часто використовуваному вигляді $\hat{f}_{GB}(g \mid e, \bar{g})$.

Для ***детермінованих систем*** $\hat{f}_{GB}$ можна переписати в більш зручному вигляді:

$$\hat{f}_{GB}: E \times \bar{G} \to G, \tag{4.30}$$

який являє собою ***спрямований аналог породжуючої функції поведінки нейтральної системи***.

Якщо припустити, що сенс $\hat{f}_{GB}$ визначений, то ***спрямована породжуюча система з поведінкою*** визначається трійкою

$$\hat{F}_{GB} = \left(\hat{I}, \widehat{M}_G, \hat{f}_{GB}\right). \tag{4.31}$$

Правило розбиття маски на підмаски зберігається у відповідності до систем, розглянутих раніше.

4.3 Міри нечіткості

4.3.1 Ступінь недетермінованості. Шеннонівська ентропія

Ступінь недетермінованості повинна вимірюватися узагальненою нечіткістю, супутньою породженню даних, а значить, вона має бути визначена через породжуючі функції поведінки f_{GB} та $\hat{f}_{GB}$ для нейтральних й спрямованих систем з поведінкою.

Якщо ці функції є функціями розподілу ймовірностей, то міра узагальненої нечіткості – це ***Шеннонівська ентропія***

$$H\left(f(x)\mid x\in X\right)=-\sum_{x\in X} f(x)\log_2 f(x), \tag{4.32}$$

яка вимірює нечіткість в одиницях, названих ***бітами***.

Якщо припустити, що будь-яка кінцева множина X розглянутих альтернативних вихідних значень характеризується певним розподілом ймовірностей, то зручніше спростити позначення та писати $H(X)$ замість $H\left(f(x)\mid x\in X\right)$.

Легко бачити, що $0\le H(X)\le \log_2|H|$.

Нижня межа $H(X)=0$ досягається в тому випадку, коли ймовірності всіх вихідних значень, за винятком одного, дорівнюють 0; верхня межа досягається тоді, коли ймовірності всіх подій однакові, тобто дорівнюють $1/|X|$.

Відношення ентропії до її верхньої межі

$$\mathbf{H}(X)=\frac{H(X)}{\log_2|X|}, \tag{4.33}$$

називається ***нормалізованої ентропією***, причому $0\le \mathbf{H}(X)\le 1$.

У нашому випадку множинами виходів є множини $\mathbf{C},\mathbf{G},\overline{\mathbf{G}},\mathbf{E}$ а розподіл ймовірностей представляються функціями поведінки f_B, f_{GB}, $\hat{f}_B$, $\hat{f}_{GB}$, обумовленими відповідно виразами

$$f_B: C\to[0,1],\quad f_{GB}:\overline{\mathbf{G}}\times\mathbf{G}\to[0,1],\quad \hat{f}_B:\mathbf{E}\times\overline{\mathbf{E}}\to[0,1],\quad \hat{f}_{GB}:\mathbf{E}\times\overline{\mathbf{G}}\times\mathbf{G}\to[0,1]. \tag{4.34}$$

Для спрощення запису опустимо індекси *B* і *GB*, а також знак ^.

Таким чином, $f(\mathbf{c})$, $f(\mathbf{g}\mid\overline{\mathbf{g}})$, $f(\overline{\mathbf{e}},\mathbf{e})$, $f(\mathbf{g}\mid\mathbf{e},\overline{\mathbf{g}})$, позначають ймовірності, що визначаються відповідно формулами (4.33); сенс будь-якого з цих визначень однозначно визначається укладеними в дужки аргументами.

Крім того, визначимо безумовні ймовірності

$$f(\overline{\mathbf{g}})=\sum_{c\succ\overline{g}} f(\mathbf{c}), \tag{4.35}$$

де $\mathbf{c}\succ\overline{\mathbf{g}}$ вказує на те, що $\overline{g}$ є підмножиною стану $\boldsymbol{c}$ (підстаном $\boldsymbol{c}$).

Якщо $\mathbf{c}=\left(\mathbf{c}_k\mid k\in N_{|c|}\right)$, $\overline{\mathbf{g}}=\left(\overline{\mathbf{g}}_j\mid j\subset Z, Z\subset N_{|c|}\right)$, то $\mathbf{c}>\overline{\mathbf{g}}$ тоді і тільки тоді, коли $c_j=\overline{g}_j$ для всіх $j\in Z$.

Для спрямованих систем безумовні ймовірності обчислюються у вигляді

$$f(\bar{\mathbf{g}}\,|\,\mathbf{e}) = \sum_{\bar{\mathbf{e}} \succ \bar{\mathbf{g}}} f(\bar{\mathbf{e}}\,|\,\mathbf{e}), \tag{4.36}$$

Умовні ймовірності, які характеризують процес породження даних, пов'язані з основними (спільними) та безумовними ймовірностями наступним чином:

$$f(\mathbf{g}\,|\,\bar{\mathbf{g}}) = f(\mathbf{c}) / f(\bar{\mathbf{g}}); \tag{4.37}$$

$$f(\mathbf{g}\,|\,\mathbf{e},\bar{\mathbf{g}}) = f(\bar{\mathbf{e}}\,|\,\mathbf{e}) / f(\bar{\mathbf{g}}\,|\,\mathbf{e}). \tag{4.38}$$

Перша формула описує цей зв'язок для нейтральних, а друга – для спрямованих систем.

4.3.2 Методи обчислень нечіткості

При заданій породжуючій масці для нейтральної системи, через яку визначаються множини станів $\mathbf{G}, \overline{\mathbf{G}}$ генерованих і генеруючих обраних змінних, ***породжуюча нечіткість*** $H(\mathbf{G}\,|\,\overline{\mathbf{G}})$ визначається як середня нечіткість, що базується на ймовірностях $f(\mathbf{g}\,|\,\bar{\mathbf{g}})$, зважених ймовірностями $f(\bar{\mathbf{g}})$ породжуючих умов:

$$H(\mathbf{G}\,|\,\overline{\mathbf{G}}) = -\sum_{\bar{g} \in \overline{\mathbf{G}}} f(\bar{\mathbf{g}}) \sum_{g \in \mathbf{G}} f(\mathbf{g}\,|\,\bar{\mathbf{g}}) \log_2 f(\mathbf{g}\,|\,\bar{\mathbf{g}}). \tag{4.39}$$

Це значення визначає ***ступінь детермінованості*** даної нейтральної породжуючої системи з поведінкою.

Для спрямованих систем породжуюча нечіткість $H(\mathbf{G}\,|\,\mathbf{E} \times \overline{\mathbf{G}})$ обчислюється за співвідношенням

$$H(\mathbf{G}\,|\,\mathbf{E} \times \overline{\mathbf{G}}) = -\sum_{\mathbf{e} \in \mathbf{E}} \sum_{\bar{\mathbf{g}} \in \overline{\mathbf{G}}} f(\mathbf{e},\mathbf{g}) \sum_{\mathbf{g} \in \mathbf{G}} f(\mathbf{g}\,|\,\mathbf{e},\bar{\mathbf{g}}) \log_2 f(\mathbf{g}\,|\,\mathbf{e},\bar{\mathbf{g}}), \tag{4.40}$$

яке можна безпосередньо застосовувати в тому випадку, коли можна і має сенс визначати ймовірності $f(\mathbf{e}\,|\,\bar{\mathbf{g}})$, тобто коли спрямована система отримана з нейтральної [4, 5]. Якщо ми не володіємо ймовірностями станів елементів множини E або ці ймовірності несуттєві, тоді в якості базових ймовірностей беруться ймовірності $f(\bar{\mathbf{e}}\,|\,\mathbf{e})$ (аналог ймовірностей $f(\mathbf{c})$ для нейтральних систем), виходячи з яких обчислюються решта необхідних ймовірностей. У цьому випадку нечіткість $H(\mathbf{G}\,|\,\mathbf{E} \times \overline{\mathbf{G}})$ обчислюється у вигляді

$$H(\mathbf{G}\,|\,\mathbf{E} \times \overline{\mathbf{G}}) = -\frac{1}{|E|} \sum_{\mathbf{e} \in \mathbf{E}} \sum_{\bar{\mathbf{g}} \in \overline{\mathbf{G}}} f(\bar{\mathbf{g}}\,|\,\mathbf{e}) \sum_{\mathbf{g} \in \mathbf{G}} f(\mathbf{g}\,|\,\mathbf{e},\bar{\mathbf{g}}) \log_2 f(\mathbf{g}\,|\,\mathbf{e},\bar{\mathbf{g}}), \tag{4.41}$$

де ймовірності $f(\bar{\mathbf{g}}\,|\,\mathbf{e})$ та $f(\mathbf{g}\,|\,\mathbf{e},\bar{\mathbf{g}})$ обчислюється по заданим ймовірностям $f(\bar{\mathbf{e}}\,|\,\mathbf{e})$ згідно (4.36) та (4.38).

Зауважимо, що $H(\mathbf{G}\,|\,\overline{\mathbf{G}})$ можна обчислити, не використовуючи умовні ймовірності, у вигляді

$$H(\mathbf{G}\,|\,\overline{\mathbf{G}}) = H(\mathbf{C}) - H(\overline{\mathbf{G}}). \tag{4.42}$$

Також рівняння (4.40) та (4.41) можна замінити відповідно рівняннями

$$H\left(\mathbf{G} \mid \mathbf{E} \times \overline{\mathbf{G}}\right) = H\left(\mathbf{C}\right) - H\left(\mathbf{E} \times \overline{\mathbf{G}}\right), \tag{4.43}$$

$$H\left(\mathbf{G} \mid \mathbf{E} \times \overline{\mathbf{G}}\right) = \frac{1}{|E|}\left[\sum_{e \in E} H\left(\overline{\mathbf{E}} \mid \mathbf{e}\right) - \sum_{e \in E} H\left(\overline{\mathbf{G}} \mid \mathbf{e}\right)\right]. \tag{4.44}$$

Максимальне значення породжуючої нечіткості будь-якого типу дорівнює $\log_2 |G|$. Отже, нормалізована породжуюча нечіткість отримується діленням породжуючої нечіткості на її максимальне значення. Наприклад, $H\left(\mathbf{G} \mid \overline{\mathbf{G}}\right) = H\left(\mathbf{G} \mid \overline{\mathbf{G}}\right) / \log_2 |\mathbf{G}|$.

4.4 Методологічні відмінності систем другого епістемологічного рівня

Нагадаємо, що параметрично інваріантне обмеження на множину вибіркових змінних може бути охарактеризовано різними способами. Простий опис, розглянутий раніше може обмежитися заданням функції вибору, визначеної на відповідній множині станів. При цьому для визначення обмежень у детермінованих системах, у яких породження даних зручно описувати за допомогою функції $f_{GB} : \overline{\mathbf{G}} \to \mathbf{G}$, відповідним формальним апаратом є функція вибору. Для роботи з недетермінованими системами функції вибору не використовують, а працюють методами теорії ймовірностей [1, 3, 6].

При цьому основним поняттям в описі обмежень на змінні є ***поняття ймовірнісної міри***. Незважаючи на те, що це найбільш розвинений і найважливіший математичний інструмент для роботи з недетермінованими системами, в даний час імовірнісна міра розглядається лише як окремий випадок загального класу мір, які називаються ***нечіткими мірами***.

Будь-яка міра ставить у відповідність підмножинам заданої множини якісь дійсні числа, що характеризують (вимірюють) кількість певної властивості, пов'язаної з кожною підмножиною.

Під ***множиною*** розумітимемо множину всіх станів вибіркових змінних і розглядатимемо таку властивість як ***ступінь правдоподібності*** того, що може мати місце будь-який із станів для кожної певної підмножини.

Ступінь правдоподібності зазвичай визначається дійсним числом з одиничного інтервалу; чим більшим э число, тим вищою буде ступінь правдоподібності.

Будь-який клас мір визначається через деякі математичні характеристики, задавані набором правил обчислення, які належать до відповідного класу мір. Для співвіднесення цих математичних властивостей із загальноприйнятими поняттями різним класам мір були надані змістовні назви, такі як ймовірність, можливість, правдоподібність, довіра. Незважаючи на те, що ці назви дозволяють швидко зорієнтуватися в зазначених мірах, буквально їх розуміти не слід. Питання, чи підходить якась міра для даного застосування (та аналогічні питання), має вирішуватися, виходячи з математичних властивостей цієї міри, а не за загальноприйнятим значенням її назви.

В нашому випадку міри визначаються на підмножинах декартового добутку C.

Звідси міра визначається функцією

$$\mu : \wp(C) \to [0,1], \qquad (4.45)$$

де $\wp(C)$ – потужність множини C.

Щоб функція була мірою, вона має мати такі ***властивості нечітких мір***:

$(\mu 1)$: $\mu(\emptyset) = 0$; $\mu(C) = 1$;

$(\mu 2)$: *властивість монотонності*: якщо $x_1 \subseteq x_2$, то $\mu(X_1) \le \mu(X_2)$; така властивість не допускає, щоб підмножина іншої підмножини C мала більшу міру, ніж включаюча підмножина;

$(\mu 3)$: *властивість неперервності*: якщо $X_1 \subseteq X_2 \subseteq \ldots$ або $X_1 \supseteq X_2 \supseteq \ldots$, то $\lim\limits_{i \to \infty} \mu(X_i) = \mu \lim(X_i)$; за цією властивістю визначається, що межа мір нескінченної монотонної послідовності підмножин C має збігатися з мірою межі цієї послідовності. До дискретних систем, у яких C є кінцевою множиною, вимога неперервності, природно, не застосовується.

У літературі описані різні ***класи нечітких мір***, що мають різні властивості [5]. На рис. 4.3 наведено діаграму, що зображує відношення включення для деяких мір.

Так, наприклад, клас ймовірнісних мір входить до класу мір правдоподібності і до класу мір довіри, але не перетинається з класами мір можливості або необхідності.

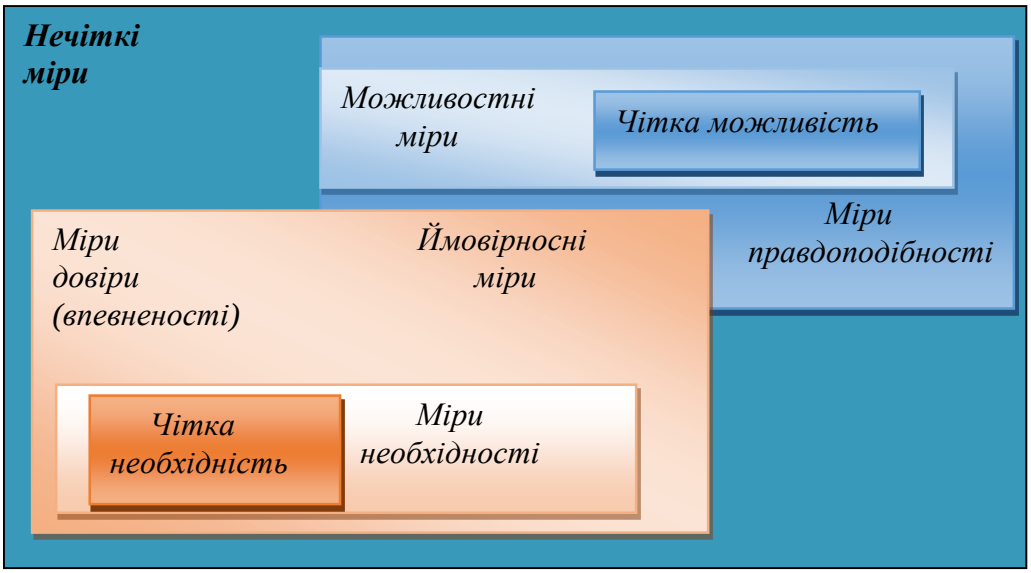


Рисунок 4.3 – Деякі класи нечітких мір

Класи нечітких мір сприймаються як *методологічні відмінності*. Вони використовуються в породжуючих системах та в усіх системах більш високих епістемологічних рівнів. В контексті різних системних задач розглядатимемо ***два класи нечітких мір***:

– *клас ймовірнісних мір* (класичний і добре розроблений);
– *клас можливостних мір*, які можна застосовувати тільки до кінцевих множин і до деяких окремих випадків нескінченних множин; загалом ці міри не задовольняють вимозі неперервності, а, отже, можуть бути застосовані до дискретних, але не до неперервних систем.

З теорії ймовірностей добре відомо, що будь-яка ймовірнісна міра, скажімо міра p, однозначно визначається функцією розподілу

$$f_B : C \to [0,1], \tag{4.46}$$

яка повинна задовольняти відповідні вимоги згідно з формулою

$$p(X) = \sum_{c \in X} f_B(c), \quad X \in \wp(C). \tag{4.47}$$

Те, яка з двох функцій використовується у кожному конкретному випадку, має випливати з методологічних відмінностей конкретної постановки задачі.

Міра можливості – це функція

$$\pi : \wp(\mathbf{C}) \to [0,1], \tag{4.48}$$

яка задовольняє наступним вимогам:

$(\pi 1)$ $\pi(0) = 0; \quad \pi(\mathbf{C}) = 1;$

$(\pi 2)$ $\pi\left(\bigcup_i X_i\right) = 0; \quad \max_i \pi(X_i).$

Очевидно, що з $(\pi 2)$ випливає *монотонність нечітких мір*. При цьому π не завжди задовольняє вимозі неперервності і, отже, не підходить для систем з неперервними змінними.

Добре відомо, що *міра можливості* π однозначно визначається *функцією розподілу можливостей* f_B та визначається формулою

$$\pi(X) = \max_{c \in X} f_B(\mathbf{c}). \tag{4.49}$$

З тих самих міркувань, що й для функцій розподілу ймовірностей, ми знову використовували позначення f_B.

Функція вибору $f_B : \mathbf{C} \to \{0,1\}$ є окремим випадком функції розподілу можливостей, але не функції розподілу ймовірностей. Це функція розподілу можливостей, у якій ступінь можливості $f_B(\mathbf{c})$ для будь-якого $\mathbf{c} \in \mathbf{C}$ дорівнює або 0, або 1. Цей окремий випадок зазвичай називають ***чіткою функцією розподілу можливостей*** (рис. 4.3).

При цьому породжуюча функція поведінки f_{GB} має вигляд

$$f_{GB} : \overline{\mathbf{G}} \times \mathbf{G} \to [0,1], \tag{4.50}$$

де $f_{GB}(\bar{\mathbf{g}}, \mathbf{g})$ – умовна ймовірність або відповідно умовна можливість за умови $\bar{\mathbf{g}}$.

Щоб підкреслити, що f_{GB} задає умовні ймовірності або умовні можливості для позначення ймовірності (або можливості) $\mathbf{g}$ при заданому $\mathbf{g}$ замість $f_{GB}(\bar{\mathbf{g}}, \mathbf{g})$ використовується стандартне позначення $f_{GB}(\mathbf{g} \mid \bar{\mathbf{g}})$.

Функцію вибору $f_{\mathbf{GB}} : \overline{\mathbf{G}} \times \mathbf{G} \to \{0,1\}$, можна розглядати як окремий (чіткий) випадок можливої інтерпретації функції $f_{GB} : \overline{\mathbf{G}} \times \mathbf{G} \to [0,1]$, але не як окремий випадок її імовірнісної інтерпретації.

Однак для детермінованих систем породжуюча функція поведінки у вигляді $f_{GB} : \overline{\mathbf{G}} \to \mathbf{G}$ представляє методологічний інтерес та, отже, має сенс методологічно відрізняти цю форму від можливостної.

Застосування або незастосування функції $f_{GB}:\overline{\mathbf{G}}\to\mathbf{G}$ – це питання, що стосується реалізації автоматизованої системи. З погляду користувача автоматизованої системи достатньо, щоб відрізнялися лише ймовірнісна і можливостна інтерпретації та, можливо, деякі інші корисні класи нечітких мір.

Питання для самоконтролю

1. Як визначається система з поведінкою?
2. Як визначаються повні множини станів породжуваних G і породжуючих $\overline{G}$ вибіркових змінних?
3. Як визначається породжуюча система з поведінкою?
4. Як визначається породжуюча функція поведінки?
5. Як визначається повна множина станів вибіркових змінних?
6. Як визначається маска спрямованої породжуючої системи з поведінкою?
7. Як визначається спрямована система з поведінкою?
8. Як визначається спрямована породжуюча система з поведінкою?
9. Як визначається маска спрямованої системи з поведінкою?
10. Як визначається породжуюча функція поведінки спрямованої детермінованої системи з поведінкою?
11. Як визначається кодуючі функції для введення ідентифікаторів K_e, K_g, $K_{\bar{g}}$?
12. Як визначається Шеннонівська ентропія?
13. В якому випадку $H(X)=0$? В якому випадку $H(X)=1$?
14. Як визначається породжуюча нечіткість нейтральної та спрямованої породжуючої системи з поведінкою, не використовуючи умовні ймовірності?
15. Назвіть класи нечітких мір.
16. Охарактеризуйте можливостну міру.
17. Як визначається та яким вимогам задовольняє міра можливості?
18. Сформулюйте та охарактеризуйте властивості нечітких мір.
19. Що розуміється під чіткою функцією розподілу можливостей?
20. Сформулюйте методологічні відмінності систем другого епістемологічного рівня.

Лекція 5. Вибір прийнятних (оптимальних) систем другого епістемологічного рівня. Спрощення першого та другого роду вихідних систем, систем даних, систем з поведінкою

Мета лекції: опанувати поняття проекції функції поведінки та набути вмінь з його практичного використання; набути знань та навичок визначення оптимальних систем з поведінкою за критеріями складності та нечіткості; опанувати основні методи спрощення вихідних систем, систем даних і відповідних систем з поведінкою (породжуючих систем).

План лекції

5.1 Вибір прийнятних (оптимальних) систем другого епістемологічного рівня.
5.2 Спрощення першого та другого роду вихідних систем, систем даних, систем з поведінкою.

Перелік ключових термінів і понять з теми: *проекція функції поведінки; побудова функцій поведінки за допомогою проекцій та через вибірки даних; розмір (потужність) маски; впорядкування за складністю, за підмасками та за нечіткістю; квазівпорядкування; об'єднане впорядкування; прийнятна система з поведінкою; алгоритм побудови множини оптимальних породжуючих систем з поведінкою нейтрального типу*; *спрощення першого / другого роду вихідних систем, систем даних, систем з поведінкою; решітка; V-решітка; розрішальна форма; розрішальна решітка; кількість розрішальних форм в решітці; об'єднана розрішальна решітка.*

5.1 Вибір прийнятних (оптимальних) систем другого епістемологічного рівня

5.1.1 Поняття проекції функції поведінки

Дана система даних **D** з повністю впорядкованою параметричною множиною та з найбільшою допустимою маскою **M**, сумісної з **D**.

Потрібно визначити всі системи з поведінкою, що задовольняють ***вимогам узгодженості, детермінованості і простоти***, причому вимога узгодженості є більш пріоритетною, ніж інші дві.

Будь-яка найбільш допустима маска **M** містить набір коректних масок, кожна з яких є підмножиною **M**.

Для кожної маски може бути визначена функція поведінки, що добре узгоджується з даними, за допомогою розрідженої вибірки даних. Однак на практиці досить провести вибірку тільки для маски **M**.

Функції поведінки для її підмасок можуть бути отримані обчисленням ***проекцій функції поведінки відповідної маски*** **M** [4].

Для заданої функції f_B, визначеної через повні стани деяких обраних змінних, кожна з її проекцій також є функцією поведінки, відповідної f_B, що заснована на певній підмножині обраних змінних. Нехай $s_k\left(k \in N_{|M|}\right)$ – вибіркові змінні, через які визначаються стани f_B; **M** – маска, через яку обираються значення обраних змінних. Нехай $\left[f_B \downarrow Z\right]$ – проекція f_B, де підмножина множини $\mathbf{N}_{[\mathbf{M}]}$ ідентифікаторів обраних змінних, тобто $Z \subset N$. Тоді

$$\left[f_B \downarrow Z\right]: \underset{k \in Z}{\times} S_k \to [0,1], \tag{5.1}$$

так що

$$\left[f_B \downarrow Z\right](\mathbf{x}) = a(\{f(\mathbf{c}) \mid \mathbf{c} \succ \mathbf{x}\}), \tag{5.2}$$

де a – якась агрегуюча функція, обумовлена характером функції f_B. Наприклад,

$$\left[f_B \downarrow Z\right](\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{c} \succ \mathbf{x}} f_B(\mathbf{c}), \tag{5.3}$$

де f_B – розподіл ймовірностей.

Будемо в контексті будь-якої конкретної задачі через ${}^{*}f_B$ позначати ***функцію поведінки для найбільш прийнятної маски*** **M**. Через ${}^{i}f_B\left(i = 2,3,...\right)$ будемо позначати ***функції поведінки для її різних осмислених підмасок*** ${}^{i}\mathbf{M}$, кожна з яких пов'язана з множиною ${}^{i}Z \subset N_{|\mathbf{M}|}$ ідентифікаторів вибіркових змінних.

За винятком дуже великих наборів даних, з точки зору обчислень простіше визначати функції поведінки за допомогою проекцій, а не через вибірки даних. Отже, краще робити вибірку тільки одного разу для найбільш прийнятної маски, а потім визначати функції поведінки для всіх змістовних підмасок як відповідні проекції.

5.1.2 Впорядкування підмасок за складністю та нечіткістю

Для заданої системи даних **D** і найбільш допустимої маски **M** *вимога відповідності* призводить до обмеженої множини

$$Y_r = \left\{{}^{i}\mathbf{F}_B = \left(\mathbf{I}, {}^{i}\mathbf{M}, {}^{i}f\right) \mid i = 1,2,...,\left(N\left(n, \Delta\mathbf{M}\right)\right)\right\}, \tag{5.4}$$

що містить по одній системі з поведінкою для кожної осмисленої підмаски ${}^{i}M \subseteq \mathbf{M}$; нехай для зручності ${}^{i}M = \mathbf{M}$.

Наступним кроком розв'язання розглянутої задачі має бути обчислення ступенів недетермінованості та складності для всіх систем з множини Y_r [5].

Як відомо *ступінь детермінованості* задається відповідною ***мірою породжуючої нечіткості***, яка визначається для ймовірнісних систем *шеннонівською ентропією*.

Що стосується ***міри складності***, то тут можливо багато варіантів. Візьмемо для прикладу просту, але змістовну міру, яку часто використовують – ***розмір (потужність) маски***.

Нехай q_u $(i=1,2,...)$ – значення відповідних породжуючих нечіткостей для систем з поведінкою ${}^{i}\mathbf{F}_B$ з обмеженої множини Y_r.

Оскільки будь-яка система $\mathbf{F}_B$ однозначно ідентифікується своєю маскою **M**, ***потужність*** якої $\left|{}^{i}M\right|$ задає її складність, статус системи ${}^{i}\mathbf{F}_B$ в сенсі породжуючої нечіткості і складності зручно описувати парою $\left(\left|{}^{i}M\right|,{}^{i}q_u\right)$.

Чисельне впорядкування підмасок ${}^{i}M$, ідентифікуючих системи з Y_r за їх потужністю, задає ***впорядкування складності*** $\overset{c}{\leq}$ на множині Y_r.

Чисельне упорядкування значень ${}^{i}q_u$ визначає ***впорядкування за нечіткістю*** $\overset{u}{\leq}$ на множні Y_r.

У той час, як впорядкування за складністю повністю визначається самими масками (підмасками), впорядкування за нечіткістю може бути визначене тільки після оцінки масок (підмасок).

Для будь-якої множини породжуючих масок (підмасок) можемо визначити часткове впорядкування

$${}^{i}M_G \leq {}^{j}M_G \text{ тоді і тільки тоді, коли } {}^{i}\mathbf{g}={}^{j}\mathbf{g} \text{ та } {}^{i}\overline{\mathbf{g}} \prec {}^{j}\overline{\mathbf{g}} \qquad (5.5)$$

(або ${}^{i}\mathbf{e} \prec {}^{j}\mathbf{e}$ для спрямованих систем), яке ми будемо називати ***впорядкуванням підмасок.***

З погляду упорядкованості за складністю будь-яка маска деякого рівня є безпосереднім наступником будь-якої маски найближчого більш високого рівня і безпосереднім попередником будь-якої маски найближчого нижчого рівня. Отже, ***впорядкування за складністю*** – це зв'язне квазівпорядкування (рефлексивне і транзитивне, визначене для будь-якої пари систем).

Впорядкування за підмасками є частковим впорядкуванням, але решітки воно не утворює. Однак, воно являє собою набір решіток по одній для кожної множини породжуваних вибіркових змінних.

Впорядкування за нечіткістю є зв'язним, але через те, що кілька різних систем можуть мати однакову породжуючу нечіткість, це відношення не є антисиметричним. Отже, в загальному випадку таке впорядкування є зв'язним квазівпорядкуванням, яке в деяких окремих випадках виявляється повним впорядкуванням.

Отже, на множині Y_r визначені ***два зв'язних квазівпорядкування – за складністю*** **та** ***за нечіткістю.***

Оскільки для розглянутого типу задач потрібно, щоб і складність, і породжуюча нечіткість систем у множині рішень Y_Q були мінімізовані, відповідне ***об'єднане впорядкування*** $\overset{*}{\leq}$ визначається наступним чином:

$${}^{i}\mathbf{F}_B \overset{*}{\leq} {}^{j}\mathbf{F}_B \text{ тоді і тільки тоді, коли } \left|{}^{i}M\right| \overset{c}{\leq} \left|{}^{j}M\right| \text{ та } {}^{i}q_u={}^{j}q_u\ , \qquad (5.6)$$

де ${}^{i}\mathbf{F}_B, {}^{j}\mathbf{F}_B \in Y_r$.

Це впорядкування не є зв'язним, оскільки пари ${}^{i}\mathbf{F}_B, {}^{j}\mathbf{F}_B$, для яких $\left|{}^{i}M\right| < \left|{}^{j}M\right|$ та ${}^{i}q_u > {}^{j}q_u$ або $\left|{}^{i}M\right| > \left|{}^{j}M\right|$ та ${}^{i}q_u < {}^{j}q_u$ (подібні пари можуть існувати), є непорівнювальними. Воно також є неантисиметричним, оскільки не виключеною є можливість того, що для деяких $i \neq j$

$$\left|{}^{i}M\right| = \left|{}^{j}M\right| \text{ та } {}^{i}q_u = {}^{j}q_u \ . \tag{5.7}$$

Отже, об'єднане впорядкування – це загального вигляду квазівпорядкування (рефлексивне і транзитивне відношення) на Y_r.

Тепер множину рішень Y_Q можна визначити як множину всіх систем з Y_r, які або еквівалентні, або непорівнювальні щодо об'єднаного впорядкування (5.6).

Дві системи з Y_r, скажімо системи ${}^{i}F_B$ та ${}^{j}F_B$, непорівнювальні в сенсі об'єднаного впорядкування, якщо виконано одну з наступних умов:

а) ${}^{i}F_B$ є більш складною і більш детермінованою, ніж ${}^{j}F_B$;

б) ${}^{i}F_B$ менш складною і менш детермінованою, ніж ${}^{j}F_B$.

Формально

$$Y_Q = \left\{ {}^{i}\mathbf{F}_B \in Y_r \mid \left(\forall {}^{j}\mathbf{F}_B \in Y_r \right) \left({}^{j}\mathbf{F}_B \overset{*}{\leq} {}^{i}\mathbf{F}_B \Rightarrow {}^{i}\mathbf{F}_B \overset{*}{\leq} {}^{j}\mathbf{F}_B \right) \right\}. \tag{5.8}$$

Системи з множини рішень Y_Q будемо називати ***прийнятними системами з поведінкою*** для розглядуваного типу задач.

Описаний в даному підрозділі пошук відповідних систем з поведінкою може бути реалізований самими різними способами.

Основний принцип полягає в тому, що змістовні маски отримуються за допомогою деякого алгоритму з найбільшої прийнятної маски в порядку зменшуваною складності. Серед масок однакової складності обираються тільки маски з мінімальною породжуючою нечіткістю. При цьому, якщо значення цієї мінімальної нечіткості менше або дорівнює значенню нечіткості для попереднього рівня складності, то всі раніше прийняті системи відкидаються. В результаті застосування цієї процедури у нас залишаються тільки прийнятні (оптимальні) системи.

5.2 Спрощення першого та другого роду вихідних систем, систем даних, систем з поведінкою

На деякому етапі обробки заданої системи даних часто виникає ситуація, коли бажано спростити відповідні до цієї системи даних системи з поведінкою (породжуючі системи з поведінкою).

У багатьох випадках спрощення вимагає користувач, для якого існуючі системи з поведінкою (породжуючі системи) виявляються занадто складними для розуміння.

В інших випадках спрощення потрібно через передбачуване використання системи або за різними методологічними міркуваннями.

Існує ***два основних методи одночасного спрощення вихідних систем, систем даних і відповідних систем з поведінкою (породжуючих систем)*** [4]**:**

1) *спрощення першого роду* (шляхом виключення деяких змінних з відповідної подібної системи);
2) *спрощення другого роду* (шляхом визначення класів еквівалентності станів деяких змінних).

5.2.1 Спрощення першого роду вихідних систем, систем даних, систем з поведінкою

Розглянемо спрощення першого роду, яке проводиться шляхом виключення деяких змінних з відповідної подібної системи.

Нехай множина змінних породжуючої (або вихідної системи, системи даних) системи з поведінкою V складається з n змінних і будь-яка підмножина V, за винятком порожньої множини, являє змістовне ***спрощення першого роду.***

Отже, є $2^n - 2$ нетривіальних спрощень першого роду. Вони є частково впорядкованими по відношенню «підмножина». Якщо для зручності включити вхідну множину V і порожню множину, то множина спрощень з частковим упорядкуванням утворює ***решітку***. Назвемо цю решітку ***решіткою змінних*** (або ***V-решіткою***) і позначимо через $\mathcal{L}_{\mathrm{V}}$.

V-решітка може бути описана або у вигляді

$$\mathcal{L}_{\mathrm{V}}=(\wp(\mathrm{V}),\subseteq),$$

або у вигляді

$$\mathcal{L}_{\mathrm{V}}=(\wp(\mathrm{V}),\cap,\cup).$$

Позначимо через f_B функцію поведінки заданої системи з поведінкою зі змінними, які складають множину V. При спрощення цієї системи за допомогою скорочення множини V до підмножини V' нова (спрощена) функція поведінки $f'(\beta)$ визначається проекцією, визначеною рівнянням

$$f'(\beta)=\left[f_B \downarrow V'\right](\beta), \qquad (5.9)$$

5.2.2 Спрощення другого роду вихідних систем, систем даних, систем з поведінкою

Спрощення другого роду проводяться шляхом визначення класів еквівалентності станів деяких змінних та, таким чином, зводяться до зменшення числа станів, які виділяються для окремих змінних.

Одним з способів опису такого спрощення є визначення функції

$$\sigma_{i,j} : V_i \to V_i', \qquad (5.10)$$

де V_i – задана множина станів (змінної v_i); V_i' – спрощена (скорочена) множина станів тієї самої змінної; $\sigma_{i,j}(x)$ – новий стан, присвоєний вихідному стану x, а j – це ідентифікатори, за допомогою яких розрізняються різні функції виду (5.10), застосовані до множини станів однієї і тієї самої змінної.

Якщо $\sigma_{i,j}(x)=\sigma_{i,j}(y)$, то стани x та y з V_i при спрощенні виявляються невиразними. Функція (5.10) має бути гомоморфною щодо всіх математичних властивостей вихідної множини V_i, які вважаються суттєвими з точки зору розглядуваної задачі. Таку функцію (5.10) будемо називати ***спрощуючою функцією***.

Будь-яка спрощуюча функція індукує розбиття на множині V_i. Використовуючи стандартне позначення, будемо це розбиття позначати як $V_i/\sigma_{i,j}$.

Будь-яке розбиття $V_i/\sigma_{i,j}$ складається з груп станів V_i, які не можна відрізнити при даному спрощені. Будемо таке розбиття (яке зберігає суттєві властивості V_i) називати ***розрішальною формою.***

Розрішальні форми, визначені на якийсь множині станів V_i, можуть бути впорядкованими за допомогою звичайного відношення уточнення, визначеного на розбитті даної множини. Таке відношення уточнення є відношенням часткового порядку і утворює решітку.

Для двох заданих розбиттів, скажімо X та Y, визначених на одній й тій самій множині, будемо говорити, що X *є* ***уточненим розбиттям*** Y тоді і тільки тоді, коли для будь-якої групи x з X існує група y з Y, така, що $x\subseteq y$. Якщо X є уточненим розбиттям Y, то Y є ***укрупненим розбиттям*** X.

Решітку розрішальних форм, визначених на множині станів V_i, будемо називати ***розрішальною решіткою*** та позначати через $\mathcal{L}_{V_i}$.

Будь-яка розрішальна решітка множини станів V_i може бути визначена або у вигляді

$$\mathcal{L}_{V_i}=\left(\{V_i/\sigma_{i,j}\},\leq\right),$$

або у вигляді

$$\mathcal{L}_{V_i}=\left(\{V_i/\sigma_{i,j}\},\times,+\right),$$

де × та + позначають відповідно добуток та суму розбиттів.

Якщо розглянута **множина станів не володіє математичними властивостями**, які мають бути збереженими, то в якості розрішальної форми може бути прийнято будь яке розбиття. В цьому випадку розрішальна решітка містить всі розбиття, які можуть бути визначеними на цій множині станів.

Якщо множина станів складається з m станів, то кількість розрішальних форм в решітці, скажімо решітці Λ_m, визначається у вигляді

$$\Lambda_m=\sum_{i=0}^{m-1}\binom{m-1}{i}\Lambda_i,\ \Lambda_0=1. \qquad (5.11)$$

З табл. 5.1 можна побачимо, що кількість розрішальних форм є досить великою навіть для невеликої кількості станів змінної.

Таблиця 5.1

m	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Λ_m	2	5	15	52	203	877	4140	21147	115975

Оскільки найменша уточнена розрішальна форма (всі стани в одному блоці) сенсу не має, а найбільше уточнення не дає спрощення, то число осмислених спрощень дорівнює

$$\Lambda_m - 2.$$

Якщо множина станів є повністю впорядкованою та потрібно зберегти цю впорядкованість при спрощеннях, то число розрішальних форм є істотно меншим за число, яке задається у вигляді (5.11).

Нехай $x_1, x_2, ..., x_m$ – стани та $x_k < x_{k+1}$ $(k = 1, ..., m-1)$. Тоді для будь якого $k \le m-1$ стани x_k та x_{k+1} або об'єднуються в одну групу, або ні. Тільки ці розв'язки визначають конкретне розбиття. Отже, для m станів маємо m–1 бінарний розв'язок.

Отже, для повністю впорядкованих множин станів маємо:

$$\Lambda_m = 2^{m-1}. \qquad (5.12)$$

Ця решітка для m станів є ізоморфною булевій решітці для впорядкування підмножин будь-якої множини з m–1 елементів.

В табл. 5.2 приводяться значення Λ_m, обчислені за (5.12). В цьому випадку число розрішальних форм є істотно меншим, ніж у випадку неупорядкованих множин станів. Кількість змістовних спрощень в цьому випадку також дорівнює $\Lambda_m - 2$.

Таблиця 5.2

m	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Λ_m	2	4	8	16	32	64	128	256	512

Кожен елемент V-решітки визначає конкретний вибір змінних з вихідної представляючої системи. Для будь-якої обраної змінної її розрішальна решітка складається з усіх можливих розрішальних форм. Якщо обрано кілька змінних, то будь-яка розрішальна форма для однієї змінної може бути об'єднана з будь-якою розрішальною формою іншої змінної. Всі ці комбінації можна включити в одну решітку, яка представляє обраний набір змінних. Будемо називати її ***об'єднаною розрішальною решіткою***. Математично вона являє собою добуток окремих розрішальних решіток, який визначається наступним чином.

Нехай $X_1, X_2, ..., X_n$ – множини елементів окремих розрішальних решіток обраних змінних, а $\mathbf{X}$ – множина елементів відповідної розрішальної решітки.

Тоді $\mathbf{X} = X_1 \times X_2 \times ... \times X_n$ та для двох заданих n-ок $(x_1, x_2, ..., x_n)(y_1, y_2, ..., y_n) \in \mathbf{X}$ ми визначаємо, що $(x_1, x_2, ..., x_n) \le (y_1, y_2, ..., y_n)$ тоді і тільки тоді, коли $x_i \le y_i$ для всіх розрішальних решіток $(j = 1,2,...,n)$.

Зрозуміло, що загальна кількість елементів об'єднаної розрішальної решітки дорівнює добутку кількості елементів окремих розрішальних решіток, тобто

$$|\mathbf{X}| = \prod_{j=1}^{n} |X_j|,$$

проте тільки деякі з них є змістовними спрощеннями. Зокрема, будь-яка комбінація, до якої входить найменша уточнена розрішальна форма (розбиття на одну групу) однієї з розрішальних решіток, є позбавленою сенсу.

Комбінація всіх найбільш уточнених розрішальних форм також не є спрощенням.

Отже, загальна кількість елементів об'єднаної решітки, які представляють змістовні спрощення, $|X_S|$ визначається у вигляді

$$|X_S| = \prod_{j=1}^{n} \left(|X_j| - 1 \right) - 1.$$

В частинному випадку, коли всі окремі решітки є однаковими і кожна складається з Λ_m розрішальних форм, ми отримуємо

$$|X_S| = (\Lambda_m - 1)^n - 1.$$

Більше того, якщо всі розрішальні решітки побудовані на повністю впорядкованій множині з *m* станами, то

$$|X_S| = \left(2^{m-1} - 1\right)^n - 1.$$

Тепер припустимо, що вихідна система, яка має бути спрощена, містить *n* змінних, $\upsilon_1, \upsilon_2, ..., \upsilon_n$ яким відповідають множини $X_1, X_2, ..., X_n$ розрішальних форм.

Тоді загальна кількість осмислених спрощень (до яких входить і виключення змінних) $N(X_1, X_2, ..., X_n)$ визначається у вигляді

$$N(X_1, X_2, ..., X_n) = \prod_{j=1}^{n} |X_j| - 2. \qquad (5.13)$$

Вираз (5.13) отримано виходячи з того, що одноблокове розбиття множини станів може розглядатися як виключення відповідної змінної. Тоді осмисленим уточненням є будь-який елемент розрішальної решітки, за винятком найменш і найбільш уточнених об'єднаних розрішальних форм.

Якщо всі змінні мають одну і ту саму множину розрішальних форм, скажімо множину **X**, то (5.13) значно спрощується та набуває вигляду $N(X_1, X_2, ..., X_n) = |\mathbf{X}|^n - 2$.

Якщо ж, крім того, множини станів змінних є повністю впорядкованими та кожна складається з *m* станів, то $N(X_1, X_2, ..., X_n) = 2^{n(m-1)} - 2$.

Якщо прийнято рішення про те, які спрощення даної системи з поведінкою слід виконати, то функцію поведінки спрощеної системи слід визначати через функцію поведінки даної системи. Якщо виключаються деякі змінні, то спочатку обчислюється проекція (5.9). Якщо потрібні подальші спрощення за допомогою укрупнення розрішальних форм деяких з залишених змінних, то мають бути зроблені зміни, аналогічні проекції. Спочатку, за необхідності, робиться укрупнення розрішальних форм. Це дає групи станів, нерозрізнюваних для нових розрішальних форм. Кожен блок замінюється одним станом. Ймовірність (або можливість) цього стану дорівнює сумі ймовірностей (або найбільшій можливості) всіх станів, які входять до групи.

Спрощення систем є важливим типом системних задач. У загальних рисах його можна охарактеризувати як процес зменшення певним чином складності системи певного епістемологічного рівня, який водночас зберігає якомога більший обсяг інформації, яка міститься в системі.

Усі задачі цього класу підпадають під наступний загальний опис:

– конкретна система **x** певного епістемологічного рівня;
– множина систем того само типу Y_x, розглядувані як змістовні спрощення **x**;
– набір вимог *Q*, розглядуваних як властивості систем з множини Y_x, які визначають підмножину Y_Q множини Y_x таку, що будь-яка система з Y_Q задовольняє всім вимогам з *Q*.

Для демонстрації класу задач спрощення породжуючих систем припустимо, що **x** – система з поведінкою, Y_x – множина всіх змістовних спрощень **x**, що базуються на тій же множині змінних, що і **x** (тобто системах з поведінкою, що базуються на всіх змістовних об'єднаних вирішальних формах, що виводяться з **x** без винятку змінних), а також припустимо, що **Q складається з двох вимог**:

1) *вимога простоти*: системи з Y_Q мають бути найпростішими;
2) *вимога чіткості*: ступінь породжуючої нечіткості систем з Y_Q має бути найменшою.

Для конкретизації вимоги простоти для систем з поведінкою $\mathbf{F}_B$ задамо певну міру складності, використовуючи позначення $|f_B| = |\{c \mid f_B(\mathbf{c}) > 0\}|$, де f_B – функція поведінки системи. Що стосується вимоги чіткості, то вона виражається через імовірнісну нечіткість $H(\mathbf{G} \mid \overline{\mathbf{G}})$. Нехай ${}^k q_u$ та $|{}^k f_B|$ $(k = 1,2,...)$ – відповідно значення породжуючих нечіткості й складності систем з поведінкою ${}^k\mathbf{F}_B$ з множини Y_x, де індекси *k* – ідентифікатори відповідних об'єднаних розрішальних форм окремих систем ${}^k\mathbf{F}_B$. Чисельне впорядкування значень ${}^k q_u$ й $|{}^k f_B|$ задає впорядкування за нечіткістю $\overset{u}{\leq}$ та впорядкування за складністю $\overset{c}{\leq}$ на множині Y_x. У загальному випадку ці два порядки переваг суперечать один одному. Очевидно, що і впорядкування за нечіткістю, і впорядкування за складністю є рефлексивними, транзитивними і зв'язними, але не антисиметричними. Отже, вони являють собою зв'язні квазіупорядкування. Об'єднаний порядок переваг $\overset{*}{\leq}$ визначається наступним чином: ${}^j\mathbf{F}_B \overset{*}{\leq} {}^k\mathbf{F}_B$ тоді і тільки тоді, коли ${}^j q_u \overset{u}{\leq} {}^k q_u$ и $|{}^j f_B| \overset{c}{\leq} {}^k f_B$, де ${}^j\mathbf{F}_B$, ${}^k\mathbf{F}_B \in Y_x$ – узагальнене квазіупорядкування (рефлексивне і транзитивне відношення) на Y_x.

Тепер можна визначити множину розв'язків $Y_Q \subset Y_x$ (*множину допустимих спрощень* **x**), як множину всіх систем Y_x з таких, що вони або еквівалентні, або непорівнювальні з точки зору об'єднаного впорядкування.

Формально

$$Y_Q = \left\{ {}^{j}\mathbf{F}_B \in Y_x \mid \left(\forall {}^{j}\mathbf{F}_B \in Y_x\right)\left({}^{k}\mathbf{F}_B \overset{*}{\leq} {}^{j}\mathbf{F}_B \Rightarrow {}^{j}\mathbf{F}_B \leq {}^{k}\mathbf{F}_B \right)\right\}. \qquad (5.14)$$

Після визначення множини Y_Q допустимих спрощень заданої породжуючої системи, користувач може використати всі системи з Y_Q як взаємодоповнюючі спрощення вихідної системи, може обрати одну найбільш прийнятну або може скористатися додатковими критеріями для скорочення цієї множини.

Питання для самоконтролю

1. Як визначається кількість коректних підмасок при обраній найбільш припустимій масці?
2. Як визначається проекція функції поведінки f_B?
3. Вкажіть, що є простішим з точки зору обчислень, побудова функцій поведінки за допомогою проекцій або через вибірки даних.
4. Як визначається розмір (потужність) маски?
5. Охарактеризуйте впорядкування за складністю, за підмасками та за нечіткістю.
6. Які з впорядкувань (за складністю, за підмасками, за нечіткістю) є квазівпорядкуваннями?
7. Що називається об'єднаним впорядкуванням?
8. Як визначається об'єднане впорядкування?
9. Що називається прийнятною системою з поведінкою?
10. Наведіть алгоритм побудови множини оптимальних породжуючих систем з поведінкою нейтрального типу.
11. Для чого проводиться спрощення систем?
12. Які основні методи одночасного спрощення систем даних Вам відомі?
13. В чому полягає спрощення першого роду?
14. В чому полягає спрощення другого роду?
15. Що розуміється під *V*-решіткою? Як визначається *V*-решітка?
16. Що розуміється під розрішальною формою?
17. Що називається розрішальною решіткою? Як вона визначається?
18. Як визначається кількість розрішальних форм в решітці при умові, що множина станів не володіє математичними властивостями?
19. Як визначається кількість розрішальних форм в решітці для повністю впорядкованих множин станів?
20. Що розуміється під об'єднаною розрішальною решіткою?

Лекція 6. Структуровані системи

Мета лекції: опанувати основні поняття стосовно структурованих систем; набути вмінь та навичок визначення структурованих систем.

План лекції

6.1 Поняття про структуровані системи. Ціле і частини. Аналіз і синтез. Декомпозиція.
6.2 Системи, підсистеми, суперсистеми.
6.3 Структуровані вихідні системи та структуровані системи даних.

Перелік ключових термінів і понять з теми: *структурована система; спільні та зв'язуючі змінні; повна система та її підсистеми; суперсистема; аналіз; синтез; декомпозиція; ієрархія структурованої системи; умови сумісності, включеності, ненадмірності, узгодженості, однозначності керування; з'єднання елементів.*

6.1 Поняття про структуровані системи. Ціле і частини. Аналіз і синтез. Декомпозиція

Побудова та дослідження породжуючих систем є теоретично лише першим етапом дослідження систем. При введенні більш високих епістемологічних рівнів виникають нові задачі, розв'язання яких затребує визначення ще одного класу систем – структурованих систем [4, 7, 10].

Структурована система являє собою набір вихідних систем, систем даних, породжуючих систем, які мають спільну параметричну множину та є результатом *синтезу* досліджуваних підсистем, отриманих в результаті проведеного *аналізу* складної системи на початку дослідження.

Системи, утворюючі структуровану систему, називають її ***елементами***. Деякі змінні структурованої системами можуть бути ***спільними***. Спільні змінні називають ***зв'язуючими змінними***, вони являють собою взаємодії між елементами. Зазначені три типи систем (набір вихідних систем, систем даних, породжувальних систем) називають ***структурованими вихідними системами, структурованими системами даних*** та ***структурованими породжуючими системами*** відповідно.

Для заданої структурованої системи одного з визначених типів існує пов'язана з нею система, яка визначається всіма змінними, що входять до її елементів. Ця система (передбачається, що вона такого самого типу, як і елементи структурованої системи) сприймається як певна ***повна система***, тобто система, що представляє всі вхідні змінні у вигляді деякого цілого.

З цього погляду елементи будь-якої структурованої системи інтерпретуються як ***підсистеми повної системи***, а повна система – як ***суперсистема*** цих елементів.

Зауважимо, що статус системи як повної системи або підсистеми є відносним. Наприклад, *будь-яка вихідна система, система даних чи породжуюча система існує у двох контекстах*: в одному контексті вона має статус підсистеми, а в іншому – статус суперсистеми. Можна в такому випадку говорити, як пропонує Р. Гленвилл, що «частина – це амплуа цілого» і, при цьому, що «ціле – це ампула частини». Під «частиною» мається на увазі «частина цілого», а під «цілим» розуміється «ціле, що складається з частин». У цьому сенсі немає частин, які не є частинами цілого, і немає цілого, що не складається з частин.

Ця двоїстість безпосередньо пов'язана з двома фундаментальними операціями системного дослідження – *аналізом та синтезом*. ***Аналіз*** при цьому розуміється як процес ***декомпозиції*** – представлення повної системи як сукупності підсистем з метою виявлення внутрішньої структури системи та характеру взаємодій між її елементами. Іншими словами, аналіз є рухом від цілого до частин, від суперсистеми до підсистем. Цей процес передбачає визначення меж окремих підсистем, ідентифікацію зв'язуючих змінних та встановлення відношень між елементами системи. Важливо підкреслити, що аналіз не є простим механічним поділом системи, а є цілеспрямованим процесом, що враховує епістемологічні цілі дослідження та зберігає суттєві властивості досліджуваної системи.

Синтез, навпаки, являє собою процес побудови повної системи з наперед визначеного набору підсистем. Це рух від частин до цілого, від підсистем до суперсистеми. Синтез передбачає специфікацію зв'язуючих змінних, які визначають взаємодії між елементами, та формування цілісної структури системи. Результатом синтезу є структурована система, яка може володіти емерджентними властивостями, тобто властивостями, які не притаманні окремим підсистемам, але виникають внаслідок їх взаємодії. Саме тому синтез не зводиться до простого об'єднання підсистем – він вимагає урахування всіх зв'язків та взаємодій між елементами.

Важливо зауважити при цьому, що аналіз та синтез не є взаємно оберненими операціями в строгому математичному сенсі. Проведення аналізу системи з наступним синтезом отриманих підсистем не обов'язково призводить до вихідної повної системи, оскільки в процесі декомпозиції можлива втрата інформації про певні глобальні властивості або тонкі взаємодії. Аналогічно, різні способи декомпозиції однієї й тієї самої повної системи можуть призводити до різних структурованих систем, кожна з яких може бути корисною для певних цілей дослідження. Ця необерненість пов'язана з тим, що вибір конкретного способу аналізу чи синтезу завжди визначається контекстом дослідження, доступними ресурсами та епістемологічними обмеженнями.

Двоїстість між визначенням цілого та частин, підсистем та суперсистем також дає можливість представити будь-яку повну систему як ***ієрархію структурованої системи***, тобто як структуровану систему, елементами якої є структуровані системи, елементами якої також є структуровані системи і т.д. аж до елементів, які включають окремі змінні.

На заданому рівні ієрархії конкретна система може розглядатися і як *зовнішня* (для систем, розташованих нижче її), і як *внутрішня* (для систем, розташованих вище її).

Таким чином, статус (тобто відмітний знак) конкретної системи змінюється під час переходу через її рівень догори або донизу. Вибір вищого або нижчого рівня розгляду пов'язаний з тим, чи інтерпретується дана система як автономна, або як керована (обмежена). Розуміння цієї ієрархічної природи систем природно приводить до питання про практичні та теоретичні підстави для *декомпозиції системи*, тобто для здійснення процесу переходу від повної системи до її структурованого представлення.

При цьому таке представлення повної системи як сукупності її підсистем має *кілька причин, кожна з яких обґрунтовує необхідність такого структурування та*, таким чином, *визначає специфічну стратегію аналізу системи*.

Одна з них пов'язана зі спостереженням чи виміром. Якщо в параметри входить час, то часто буває технічно неможливо або нерозумно одночасно спостерігати (вимірювати) все змінні, які стосуються мети дослідження. У цьому випадку можна зібрати дані лише частково, для найбільшої можливої підмножини змінних. В інших випадках дослідник змушений використовувати чужі дані, зібрані різними організаціями або послідовниками для власних потреб, які покривають лише частину змінних, необхідних для роботи.

Другою причиною структурування систем є ***обчислювальна складність***. Повна система може вимагати надмірного обсягу пам'яті для зберігання всіх її станів та відношень між змінними, що робить її аналіз практично нездійсненним. Декомпозиція системи дозволяє суттєво зменшити обчислювальні вимоги, оскільки кожна підсистема оперує меншою кількістю змінних, а отже, вимагає менших ресурсів для свого представлення та обробки.

Ключовим питанням при роботі зі структурованими системами є ***критерії оптимальності декомпозиції***. Оскільки одна й та сама повна система може бути декомпозована різними способами, виникає задача вибору такого розбиття на підсистеми, яке б найкраще відповідало цілям дослідження.

Серед основних критеріїв можна виділити:

– мінімізацію числа зв'язуючих змінних між підсистемами (*принцип слабкої зв'язності*);
– максимізацію внутрішньої зв'язності елементів всередині підсистем (*принцип сильної когезії*);
– відповідність природній структурі об'єкта дослідження та обчислювальну ефективність.

В залежності від обраних критеріїв та епістемологічного рівня дослідження, одна система може мати кілька альтернативних структурних представлень, кожне з яких виявляє різні аспекти її поведінки та організації.

Важливий аспект можливості обробки систем пов'язаний з кількістю систем, які мають бути розглянуті у певних задачах.

Для порівняння чисел повних та структурованих систем певного типу розглянемо n змінних з k станами. При цьому відрізнятимемо *можливі* та *неможливі стани системи*.

Нехай маємо 2^{k^n} можливих повних системи, $n(n-1)2^{k^2-1}$ можливих структурованих систем, які складаються тільки з бінарних (складаються з двох змінних) підсистем та $n2^{k^2}$ можливих структурованих підсистем, які складаються тільки з n бінарних підсистем.

Аналіз показав, що кількість структурованих систем (в обох випадках) зростає помітно повільніше, ніж кількість можливих повних систем.

Наприклад, при $n=10$ та $k=2$ маємо 720 структурованих систем, що містять всі бінарні підсистеми, а кількість можливих повних систем становить 10^{308} (тобто знаходиться за межами Бремерманна).

Отже, у загальному випадку легше здійснювати пошук на множині всіх можливих структурованих систем певного типу, ніж на множині всіх можливих повних систем, хоча і в тому, і в іншому випадках часто бувають неминучими деякі обмеження.

Що стосується *практичного використання структурованих систем*, потрібно відмітити, що є багато міркувань на користь їх застосування у технічній та інженерній галузях. Деякі з них пов'язані з оглядовістю процесу проектування. Інші пов'язані з наявністю обмеженого набору відповідних готових елементів (модулів), з ефективністю реалізації, а також з різними питаннями надійності, перевірки та ремонтопридатності проектованої системи.

У дослідженні систем структуровані системи мають більш фундаментальне значення. Структурована система дає дослідникам відомості, які не містяться, принаймні явно, у відповідній повній системі, але можуть допомогти відповісти на певні питання, що виникають у процесі дослідження.

У методиці системного аналізу дихотомія цілого та частин виражається двоїстою роллю вихідних систем, систем даних і породжуючих систем, які є одночасно і суперсистемами, і підсистемами.

Зі структурованими системами пов'язані деякі найважливіші типи *системних задач*, що мають в основному операційні формулювання мовою представленої методики, та пов'язані з питаннями взаємин між цілим та частинами. Деякі з них належать до дослідження, а деякі до проектування систем: одні виникли з практики, інші мають теоретичне значення або торкаються певних філософських питань (наприклад, проблема взаємин між *цілим* та *частинами*). У даній лекції визначаються структуровані системи різних типів та розглядаються пов'язані з ними ключові задачі.

6.2 Системи, підсистеми, суперсистеми

Для двох заданих систем одного з типів систем нульового, першого або другого епістемологічного рівня часто необхідно визначити, чи співвідносяться ці системи як частина і ціле [5]. Для цього необхідно визначити якийсь конкретний сенс відношення частина-ціле, щодо якого мають бути накладені деякі умови, з допомогою яких загальноприйняте розуміння адекватно описувалося б мовою складних систем.

Для адекватного опису сутності відношення частина-ціле має виконуватись ***дві (необхідна й достатня) умови пов'язаності систем відношенням частина-ціле***:

- *умова сумісності (необхідна)*: для того, щоб системи були сумісними, необхідно щоб вони були одного типу та визначені на одній повній параметричній множині.
- *умова включеності (достатня)*: якщо є дві сумісні системи, наприклад, системи x і y, то x сприймається як частина y тільки тоді, коли x повністю включається в y якимось відповідним чином, що визначається типом цих систем.

Визначимо відношення частина-ціле для вихідних систем, систем даних і породжуючих систем, так, щоб обидві умови виконувались.

Введемо спочатку відповідну термінологію та позначення. Нехай система x розглядається як частина системи y. Будемо x вважвти підсистемою, а y – суперсистемою x. Формально позначатимемо, що x є підсистемою y (а y – суперсистемою для x), наступним чином: $x \prec y$.

Нехай ${}^{x}\mathbf{S}$, ${}^{y}\mathbf{S}$ – вихідні системи. Для визначення відношення «підсистема» (і зворотного відношення «суперсистема») необхідно виконати умову сумісності вихідних систем. Це означає, що вони мають бути одного методологічного типу (тобто мати однакові методологічні відмінності) та мають бути визначені для одних і тих самих параметрів, як і для відповідних баз.

Умова включеності для вихідних систем виражається у вигляді кількох відношень включення: ${}^{x}\mathbf{S}$ розглядається як вихідна підсистема ${}^{y}\mathbf{S}$ (передбачається, що ${}^{x}\mathbf{S}$ та ${}^{y}\mathbf{S}$ – порівнювальні вихідні системи) тоді і тільки тоді, коли множини змінних (і узагальнених, і конкретних) та множина властивостей системи ${}^{x}\mathbf{S}$ є підмножинами відповідних множин системи ${}^{y}\mathbf{S}$ та, відповідно, множин станів й проявів властивостей, а також множини спостережень та канали конкретизації системи ${}^{x}\mathbf{S}$ є підмножинами відповідних систем ${}^{y}\mathbf{S}$. Даний набір відношень включення, які мають виконуватися, щоб виконалося відношення «підсистема», зручно уявити через відношення однієї індексної множини. Елементи цієї множини ідентифікують окремі сутності різних множин (змінні, властивості, канали), причому передбачається, що відповідні один одному узагальнені змінні, конкретні змінні та властивості позначаються одним і тим самим елементом індексної множини (так само, як у формальному визначенні вихідних систем).

Нехай змінні, властивості та інші характеристики систем ${}^{x}\mathbf{S}$, ${}^{y}\mathbf{S}$ позначаються (ідентифікуються) відповідно до індексних множин ${}^{x}J$, ${}^{y}J$. Тоді відношення ${}^{x}\mathbf{S}$ – підсистема ${}^{y}\mathbf{S}$ «повністю» описується відношенням включення ${}^{x}J \subseteq {}^{y}J$ їх індексних множин. Зазвичай вважається, що ${}^{y}J \subseteq N_n$.

Визначене для вихідних систем відношення «підсистема» може бути поширене на системи даних. Відомо, що з двох порівнюваних систем даних ${}^{\mathrm{x}}\mathrm{D}$, ${}^{\mathrm{y}}\mathrm{D}$, яким відповідають вихідні системи ${}^{x}\mathbf{S}, {}^{y}\mathbf{S}$, система ${}^{\mathrm{x}}\mathrm{D}$ є підсистемою

даних ${}^{y}\mathrm{D}$, тобто ${}^{x}\mathrm{D} \prec {}^{y}\mathrm{D}$, тоді і тільки тоді, коли ${}^{x}\mathrm{S} \prec {}^{y}\mathrm{S}$ та ${}^{x}\mathrm{D}$ містить тільки дані, що містяться в ${}^{y}\mathrm{D}$ та відносяться до змінних, що входять в ${}^{x}\mathbf{S}$. Важливо, щоб масиви даних були позначені так, щоб для кожного елемента можна було однозначно визначити, до якої конкретної змінної він відноситься.

Визначимо тепер відношення «підсистема» для двох варіантів породжуючих систем – систем з поведінкою. Нехай ${}^{x}\mathbf{F}_B = \left({}^{x}\mathbf{S},\ {}^{x}M,\ {}^{x}f_B\right)$, ${}^{y}\mathbf{F}_B = \left({}^{y}\mathbf{S},\ {}^{y}M,\ {}^{y}f_B\right)$ – порівнювані системи з поведінкою; ${}^{x}J$, ${}^{y}J$ – множини ідентифікаторів змінних, відповідають вихідним системам ${}^{x}\mathbf{S}$, ${}^{y}\mathbf{S}$.

Тоді ${}^{x}\mathbf{F}_B$ є ***підсистемою системи з поведінкою*** ${}^{y}\mathbf{F}_B$, тобто ${}^{x}\mathbf{F}_B \prec {}^{y}\mathbf{F}_B$ тоді і тільки тоді, коли виконані наступні три умови:

1) ${}^{x}J \subseteq {}^{y}J$, так що ${}^{x}\mathbf{S} \prec {}^{y}\mathbf{S}$;
2) ${}^{x}M \subseteq {}^{y}M$, так що $\left(v_i,\ r_j\right) \in {}^{x}M$, коли $\left(v_i,\ r_j\right) \in {}^{y}M$ та $j \in {}^{x}J$;
3) ${}^{x}f_B = \left\lfloor {}^{y}f_B \downarrow {}^{x}K \right\rfloor$, де ${}^{x}K$ – множина ідентифікаторів вибіркових змінних, що відповідають ${}^{x}M$, тобто ${}^{x}f_B$ є проекцією ${}^{y}f_B$ для вибіркових змінних системи ${}^{x}\mathbf{F}_B$.

Поняття підсистеми з поведінкою досить легко поширити і на інші типи породжуючих систем. Потрібно лише відповідним чином ідентифікувати породжуючі, породжувані та вхідні змінні для обох розглядуваних систем.

6.3 Структуровані вихідні системи та структуровані системи даних

Для об'єднання кількох систем у великі (структуровані системи) потрібно, щоб об’єднувані системи (елементи структурованої системи), були сумісними (задовольняли умові сумісності). Крім умови сумісності потрібно, щоб ніякий елемент не був підсистемою іншого елемента тієї ж структурованої системи. Виконання останньої вимоги дозволяє уникнути перемішування рівнів окремих структурованих систем для того, щоб вони були ієрархічно впорядкованими.

Поряд з цим, у структурованій системі має виконуватись ***умова ненадмірності*:** жодна підсистема не повинна бути інформаційно ***повністю надмірною***, тобто не повинна містити лише таку інформацію, яка може бути повністю виведена з елементів її суперсистеми, оскільки така підсистема не несе додаткової цінності для структурованої системи.

Для формального визначення структурованих систем припустимо, що нейтральна структурована система складається з q елементів (нейтральних q систем того ж типу), які відповідають умовам сумісності та надмірності. Елементи ідентифікуються індексом x, де $x \in N_q$.

Нехай

$$V = \left\{ v_i \,\middle|\, i \in N_n \right\} \tag{6.1}$$

є множиною всіх змінних, що входять до елементів системи, ${}^{x}V$ – множина змінних x $\left(x \in N_q\right)$.

Тоді

$$V = \bigcup_{x \in N_q} {}^{x}V. \tag{6.2}$$

Будемо для зручності позначень змінні з множин ${}^{x}V$ ідентифікувати за допомогою того ж індексу i, що і змінні з множини V. Тоді будь-який елемент однозначно ідентифікується множиною своїх змінних ${}^{x}V$.

Різні типи структурованих систем позначатимемо стандартним для цього типу символом з префіксом $\mathbf{S}$, який використовується як оператор, що вказує на об'єднання кількох систем певного типу у велику систему. Так, через $\mathbf{SS}$, $\mathbf{S\bar{D}}$, $\mathbf{SF}_B$, $\mathbf{S\hat{F}}_B$, позначимо структуровані системи, елементами яких є відповідно нейтральні вихідні системи, системи даних, нейтральні та спрямовані системи з поведінкою.

Елементами структурованих систем найпростішого типу є вихідні нейтральні системи, які визначаються множиною

$$\mathbf{SS} = \left\{ \left({}^{x}V, {}^{x}\mathbf{S} \right) \middle| x \in N_q \right\}, \tag{6.3}$$

де ${}^{x}\mathbf{S}$ для кожного $x \in N_q$ – нейтральна вихідна система (елемент $\mathbf{SS}$); ${}^{x}V$ – множина змінних, що входять до ${}^{x}\mathbf{S}$.

Вихідні системи ${}^{x}\mathbf{S}$, подані в (6.3), повинні задовольняти тільки умовам сумісності та ненадмірності.

Якщо два елементи $\mathbf{SS}$, наприклад, елементи, ідентифіковані як x, $y \in N_q$, мають спільні змінні, тобто

$${}^{x}V \bigcap {}^{y}V \neq \varnothing, \tag{6.4}$$

то ці елементи є з'єднаними. Будемо цю множину спільних змінних називати ***з'єднанням елементів*** x та y, а змінні з цієї множини – ***з'єднуючими змінними***. ***З'єднання*** – важливі характеристики структурованих систем, оскільки визначають взаємодії між їх елементами. Для нейтральних структурованих систем з'єднання є симетричними, тобто не залежать від порядку, у якому розглядаються елементи.

З'єднання між нейтральними елементами x та y структурованої системи будемо позначати як

$$C_{x,y} = {}^{x}V \bigcap {}^{y}V. \tag{6.5}$$

Визначимо структуровану систему $\mathbf{S\hat{S}}$, елементами якої є спрямовані вихідні системи, як множина

$$\mathbf{S\hat{S}} = \left\{ \left({}^{x}X, {}^{x}Y, {}^{x}\hat{\mathbf{S}} \right) \middle| x \in N_q \right\}, \tag{6.6}$$

де ${}^{x}X$, ${}^{x}Y$ – множини вхідних та вихідних елементів відповідно. При цьому

$${}^{x}X \bigcup {}^{x}Y = {}^{x}V. \tag{6.7}$$

Якщо не брати до уваги виділення вхідних та вихідних змінних, то множина (6.6) є абсолютно аналогічною визначеній у (6.3) множині для нейтральних структурованих систем $\mathbf{SS}$.

При цьому елементи $^{x}\widehat{\mathbf{S}}$ будь-якої спрямованої структурованої системи $\mathbf{S}\widehat{\mathbf{S}}$ мають задовольняти ще одній ***умові узгодженості станів змінних***, пов'язаній з ідентифікаторами входів-виходів: жодна зі змінних з множини V рівняння (6.2) не може бути оголошена як вихідна більш ніж для одного елемента. Виконання цієї умови забезпечує узгодженість станів всіх змінних за будь-якого значення параметра.

Якщо змінна, оголошена як вихідна для більш ніж одного елемента структурованої системи, то її стани будуть визначатися (контролюватися) при будь-якому значенні параметра всіма цими елементами, що, як правило, призводитиме до ***неузгодженості*** (до завдання декількох різних станів змінної при тому самому значенні параметра). Уникнути цієї неузгодженості можна лише тоді, коли всі елементи впливають на цю змінну однаково, що є винятковим та рідкісним випадком.

При цьому можна затребувати, щоб тільки один з цих елементів (будь-який) був оголошений керуючим елементом цієї змінної. Така вимога називається ***умовою однозначності керування*** та має виконуватися для всіх спрямованих структурованих систем.

Класифікація змінних кожного елемента спрямованої системи на вхідні та вихідні та умова однозначності керування мають важливі наслідки для поняття ***з'єднання елементів***. Для двох заданих елементів x, y спрямованої структурованої системи можна визначити два ***спрямованих з'єднання***:

$\widehat{C}_{x,y}$ – з'єднання, що веде x з y та визначається як $\widehat{C}_{x,y} = {}^{x}Y \bigcap {}^{y}X$;

$\widehat{C}_{y,x}$ – з'єднання, що веде з y в x та визначається як $\widehat{C}_{y,x} = {}^{y}Y \bigcap {}^{x}X$;

Оскільки $^{x}Y \neq {}^{y}Y$ для $x \neq y$, маємо $\widehat{C}_{x,y} \neq \widehat{C}_{y,x}$ для різних елементів x, y.

Крім з'єднань елементів спрямованої структурованої системи, існують ***з'єднання елементів з середовищем системи***. Будемо розглядати середовище як окремий елемент з унікальною міткою. Незважаючи на те, що насправді середовище не є елементом структурованої системи [як це випливає з (6.6)], такий підхід дозволяє нам визначити спрямовані з'єднання $\widehat{C}_{0,x}$ та $\widehat{C}_{x,0}$ $\left(x \in N_q\right)$ середовища з елементами структурованої системи так само, як і з'єднання елементів.

Якщо змінна оголошена вихідною змінної якогось елемента спрямованої структурованої системи, то ця змінна не керується середовищем (через умову однозначності керування) і, отже, не входить у жодне з'єднання $\widehat{C}_{0,x}$. Однак якщо якась змінна не оголошена як вихідна ні для якого елемента, то залишається тільки розглядати її як змінну, керовану середовищем. Отже, така змінна має бути включена до якогось з'єднання $\widehat{C}_{0,x}$. Тому всі змінні в будь-якому ^{x}X, не оголошені в жодних елементах як вихідні, утворюють з'єднання середовища з елементом x.

Формально

$$\widehat{C}_{0,x} = {}^{x}X \cap \left(V - \bigcup_{y \in N_q} {}^{y}Y \right) \tag{6.8}$$

для будь-якого $x \in N_q$.

Для опису з'єднань $\widehat{C}_{x,0}$ $\left(x \in N_q\right)$ розглянемо змінні з множини ${}^{x}Y$, не оголошені як вхідні ні для якого елемента спрямованої структурованої системи. За визначенням, ці змінні не входять до жодних з'єднань елементів структурованої системи. Отже, їх потрібно розглядати як з'єднання з середовищем, тобто як ті, що входять до з'єднання $\widehat{C}_{x,0}$. Інші змінні також можуть бути включені до $\widehat{C}_{x,0}$. Питання про те, розглядати їх як з'єднання з середовищем або ні, залишається у компетенції користувача. Формально

$$ {}^{x}Y \cap \left(V - \bigcup_{y \in N_q} {}^{y}X \right) \subseteq \widehat{C}_{x,0} \subseteq {}^{x}Y \tag{6.9}$$

для будь-якого $x \in N_q$.

Аналогічно структурованим вихідним системам визначаються і ***структуровані системи даних***:

$$\mathbf{SD} = \left\{ \left({}^{x}V, {}^{x}\mathbf{D} \right) \middle| x \in N_q \right\}, \quad \widehat{\mathbf{SD}} = \left\{ \left({}^{x}X, {}^{x}Y, {}^{x}\widehat{\mathbf{D}} \right) \middle| x \in N_q \right\}.$$

Оскільки будь-яка система даних містить вихідну систему, структуровані системи даних мають задовольняти всі умови, яким повинні задовольняти вихідні системи (сумісності, надмірності, однозначності керування). Крім того, зазвичай потрібно, щоб вони також задовольняли ***умові локальної узгодженості даних***: для будь-якої з'єднуючої змінної відповідні дані мають бути однаковими у всіх елементах, в які входить ця змінна.

Якщо $v_i \in C_{x,y}$ (або $v_i \in \widehat{C}_{x,y}$), то ${}^{x}v_{i,w} = {}^{y}v_{i,w}$ для всіх $\mathbf{w} \in \mathbf{W}$, де ${}^{x}v_{i,w}$, ${}^{y}v_{i,w}$ $(\mathbf{w} \in \mathbf{W})$ – підмножини даних, відповідних змінній v_i в елементах x, y.

Питання для самоконтролю

1. Як визначається структурована вихідна система?
2. Як визначається структурована система даних?
3. Як визначається структурована система з поведінкою?
4. Надайте визначення суперсистеми.
5. Надайте визначення поняттю повна система.
6. Що означає сумісність елементів структурованої системи?
7. В чому полягають умови сумісності та ненадмірності?
8. Які змінні називаються з'єднуючими?
9. Як визначаються спрямовані з'єднання?
10. В чому полягає умова однозначності керування?

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Основи системного аналізу. Конспект лекцій : методичні рекомендації з дисципліни «Системний аналіз» / Укл.: Цибко Г. Ю., Горошко Ю. В. Чернігів : НУЧК, 2025. 117 с.
2. Навчальний посібник з дисципліни «Системний аналіз» для здобувачів спеціальності 122 – Комп'ютерні науки / Укл.: В. М. Тонконогий, В. О. Вайсман, Л. В. Бовнегра, К. Г. Кіркопуло. Одеса : Нац. ун-т «Одеська політехніка», 2022. 84 с.
3. Міца О. В., Лавер В. О. Системний аналіз : навч.-метод. посіб. Ужгород : вид-во ПП «АУТДОР-ШАРК», 2021. 63 с.
4. Панкратова Н. Д. Системний аналіз. Теорія та застосування. Київ : Наук. думка. 2018. 348 с.
5. Павленко П. М. Основи математичного моделювання систем і процесів : навч. посіб. Київ : НАУ, 2014. 274 с.
6. Федоров М. В., Хренов О. М. Інформатика і основи системного аналізу : конспект лекцій. Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2018. 62 с.
7. Бескровний О. І., Павленко В. І., Тимошенко А. Г. Дослідження операцій і методи прийняття технічних рішень. Київ : Університет «Україна», 2019. 420 с.
8. Бутко М. П. та ін. Системи і моделі: теорія, методологія, практика : навч. посіб. Ніжин : ТОВ «Видавництво «Аспект-Поліграф», 2007. 380 с.
9. Згуровський М. З., Панкратова Н. Д. Основи системного аналізу : підручник. Київ : BHV, 2007. 543 с.
10. Інформаційні технології : навч. посіб. / під заг. ред. А. В. Нєлєпова. Київ : Центр учбової літератури, 2017. 200 с.
11. Леонтьєва В. В., Кондрат'єва Н. О. Комплексна методика аналізу та розв'язання неструктурованих багатооб'єктних проблем: теоретичні засади та практична апробація. *Методи та прилади контролю якості*. 2025. № 1(54). С. 132–155.
12. Панкратова Н. Д., Малафєєва Л. І. Метод Делфі. Методологія та застосування. Київ : Наук. думка. 2017. 248 с.
13. Панкратова Н. Д., Савченко І. О. Морфологічний аналіз. Проблеми, теорія, застосування. Київ : Наук. думка. 2015. 347 с.
14. Kondratieva N. O., Leontieva V. V., Gorbachov O A., Pedak K. I., Gusev A. O. Specifics of using the system approach to the study of unstructured problems. *Science and technology: challenges, prospects and innovations. Proceedings of the 5th International scientific and practical conference*. Osaka, Japan : CPN Publishing Group, 2024. P. 207–211.
15. Zhelobetskiy A. P., Kondratieva N. O., Leontieva V. V. Automation of the Process of Solving Unstructured and Poorly Structured Mathematical Modeling Problems Using the Delphi Method. *Future of science: innovations and perspectives. Proceedings of the 2nd International scientific and practical conference.* Stockholm, Sweden : SSPG Publish, 2024. P. 215–226.

16. Кондрат'єва Н. О., Леонтьєва В. В., Педак К. І, Горбачов О. А., Гусєв А. О. Розв’язання неструктурованих проблем в галузі харчових технологій із використанням методології експертного оцінювання за методом колективної експертної комісії. Розвиток сучасної науки та освіти: реалії, проблеми якості, інновації: матеріали VI Міжнародної наук.-практ. інтернет-конф. (м. Запоріжжя, 28-30 травня 2025 р.) / [ред.колегія: С. В. Кюрчев, В. О. Радкевич, В. М. Кюрчев та ін.]. Запоріжжя : ТДАТУ, 2025. С. 21–28.
17. Леонтьєва В. В., Кондрат'єва Н. О., Мажай К. О., Лаур Д. Д. До питання автоматизації процесу дослідження й математичного моделювання слабо структурованих систем різної фізичної природи на основі системологічної методології. *Science and innovation of modern world*. Proceedings of the 8th International scientific and practical conference. London : Cognum Publishing House, 2023. С. 209–214.
18. Голуб О. О., Гусєв А. О., Кондрат’єва Н. О., Леонтьєва В. В. Особливості дослідження процесів виділення системних задач. *Актуальні проблеми математики та інформатики* : збірка тез доповідей Шістнадцятої Всеукраїнської, двадцять третьої регіональної наукової конференції молодих дослідників (м. Запоріжжя, 26 квітня 2025 р.). Запоріжжя : Видавничий дім «Гельветика», 2025. С. 155–156.
19. Рудаков Д. В., Сдвижкова О. О. Математичне моделювання природничих систем: навч. посіб.; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т «Дніпровська політехніка». Дніпро : НТУ «ДП», 2022. 178 с.
20. Dennis A., Wixom B. H., Roth R. M. Systems analysis and design. New York : John Wiley & Sons. 2019. 594 p.
21. Topalov A., Makhnov A., Humeniuk T., Lukashova V., Leontieva V., Kondratieva N. Specialized Computer Control System for Hybrid Power Supply of Small Electric-Powered Vessel. in Proc. *15th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT)*, Sibenik, Croatia. 2025. Vol.1. P. 605–608.
22. Topalov A., Kondratenko Y., Leontieva V., Kondratieva N. Simulation Modeling of the Hall Electromagnetic Transducer for Measuring the Thickness of a Ferromagnetic Film. Eds : L. David, Y. Kondratenko, V. Vychuzhanin, H. Yin, N. Rudnichenko. *Information Control Systems and Technologies* : 13th International Scientific and Practical Conference (ICST 2025). CEUR Workshop Proceedings, 24–26 Sept. Odesa. 2025. Vol. 4048. P. 385–396.

ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Міца О. В., Лавер В. О. Системний аналіз : навч.-метод. посіб. Ужгород : вид-во ПП «АУТДОР-ШАРК», 2021. 63 с.
2. Dennis A., Wixom B. H., Roth R. M. Systems analysis and design. New York : John Wiley & Sons. 2019. 594 p.
3. Панкратова Н. Д. Системний аналіз. Теорія та застосування. Київ : Наук. думка. 2018. 348 с.

4. Klir G. J. Architecture of systems problem solving. New York : Plenum Press, 1985. 540 p.
5. Klir G. J. Facets of Systems Science. New York : Kluwer, 1991. 740 p.
6. Прокопенко Т.О. Теорія систем і системний аналіз : навч. посіб. Черкаси : Черкас. держ. технол. ун-т, 2019. 139 с.
7. Bailey K. D. Fifty Years of Systems Science: Further Reflections. *Systems Research and Behavioral Science*. 2005. Vol. 22. P. 355–361.
8. Леонтьєва В. В., Кондрат'єва Н. О. Комплексна методика аналізу та розв’язання неструктурованих багатооб’єктних проблем: теоретичні засади та практична апробація. *Методи та прилади контролю якості*. 2025. № 1(54). С. 132–155.
9. Леонтьєва В. В., Кондрат'єва Н. О., Мажай К. О., Лаур Д. Д. До питання автоматизації процесу дослідження й математичного моделювання слабо структурованих систем різної фізичної природи на основі системологічної методології. *Science and innovation of modern world*. Proceedings of the 8th International scientific and practical conference. London : Cognum Publishing House, 2023. С. 209–214.
10. Kondratieva N. O., Leontieva V. V., Gorbachov O A., Pedak K. I., Gusev A. O. Specifics of using the system approach to the study of unstructured problems. *Science and technology: challenges, prospects and innovations. Proceedings of the 5th International scientific and practical conference*. Osaka, Japan : CPN Publishing Group, 2024. P. 207–211.
11. Zhelobetskiy A. P., Kondratieva N. O., Leontieva V. V. Automation of the Process of Solving Unstructured and Poorly Structured Mathematical Modeling Problems Using the Delphi Method. *Future of science: innovations and perspectives. Proceedings of the 2nd International scientific and practical conference.* Stockholm, Sweden : SSPG Publish, 2024. P. 215–226.
12. Інформаційні технології : навч. посіб. / під заг. ред. А. В. Нєлєпова. Київ : Центр учбової літератури, 2017. 200 с.
13. Beer S. Brain of the Firm. London : Allen Lane, The Penguin Press, 1972. 319 p.
14. Topalov A., Makhnov A., Humeniuk T., Lukashova V., Leontieva V., Kondratieva N. Specialized Computer Control System for Hybrid Power Supply of Small Electric-Powered Vessel. in Proc. *15th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT)*, Sibenik, Croatia. 2025. Vol.1. P. 605–608.
15. Topalov A., Kondratenko Y., Leontieva V., Kondratieva N. Simulation Modeling of the Hall Electromagnetic Transducer for Measuring the Thickness of a Ferromagnetic Film. Eds : L. David, Y. Kondratenko, V. Vychuzhanin, H. Yin, N. Rudnichenko. *Information Control Systems and Technologies* : 13th International Scientific and Practical Conference (ICST 2025). CEUR Workshop Proceedings, Odesa. 2025. Vol. 4048. P. 385–396.

Навчальне видання
(*українською мовою*)

Кондрат'єва Наталія Олександрівна
Леонтьєва Вікторія Володимирівна

ТЕОРІЯ СИСТЕМ ТА СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ

Курс лекцій
для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра
спеціальності «Прикладна математика»
освітньо-професійної програми «Комп'ютерне моделювання»

Рецензент *С.І. Гоменюк*
Відповідальний за випуск *С.М. Гребенюк*
Коректор *В.В. Леонтьєва*