МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра фундаментальної та прикладної математики

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА МАГІСТРА

на тему: **«АЛГОРИТМІЗАЦІЯ ПРОЦЕСУ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕННЯ В УМОВАХ НЕПОВНОЇ ТА НЕЧІТКОЇ ІНФОРМАЦІЇ»**

Виконав: студент 2 курсу, групи 8.1113-дн
спеціальності 111 Математика
(шифр і назва спеціальності)
освітньої програми Математика
(назва освітньої програми)
В. С. Купченко
(ініціали та прізвище)

Керівник доцент кафедри фундаментальної та прикладної математики, доцент, к.ф.-м.н. Кондрат'єва Н. О.
(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Рецензент доцент кафедри загальної математики, доцент, к.ф.-м.н. Спиця О. Г.
(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Запоріжжя – 2025

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет математичний

Кафедра фундаментальної та прикладної математики

Рівень вищої освіти магістр

Спеціальність 111 Математика

(шифр і назва)

Освітня програма Математика

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри фундаментальної та прикладної математики, д.т.н., професор

Гребенюк С. М.

(підпис)

« » 2025 р.

ЗАВДАННЯ

НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ СТУДЕНТОВІ

Купченку Вадиму Сергійовичу

(прізвище, ім'я та по-батькові)

1. Тема роботи (проєкту) Алгоритмізація процесу прийняття рішення в умовах неповної та нечіткої інформації

керівник роботи (проєкту) Кондрат'єва Наталія Олександрівна, к.ф.-м.н., доцент

(прізвище, ім'я та по-батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом ЗНУ від « 09 » червня 2024 року № 851-с

2. Строк подання студентом роботи 02.02.2025

3. Вихідні дані до роботи 1. Постановка задачі
2. Перелік літератури

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити)

1. Збір даних
2. Реалізація
3. Розробка алгоритму процесу прийняття рішення в умовах неповної та нечіткої інформації

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень)

презентація

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
1			
2			
3			

7. Дата видачі завдання 09.06.2024

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів кваліфікаційної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1.	Розробка плану роботи.	15.06.2021	
2.	Збір вихідних даних.	25.06.2024	
3.	Обробка методичних та теоретичних	03.09.2024	
	джерел.		
4.	Розробка першого розділу.	15.10.2024	
5.	Розробка другого розділу.	24.10.2024	
6.	Розробка третього розділу.	10.11.2024	
7.	Оформлення та нормоконтроль	02.02.2025	
	кваліфікаційної роботи.		
8.	Захист кваліфікаційної роботи.	19.02.2025	

Студент _____ В. С. Купченко
(підпис) (ініціали та прізвище)

Керівник роботи _____ Н. О. Кондрат’єва
(підпис) (ініціали та прізвище)

Нормоконтроль пройдено

Нормоконтролер _____ О. Г. Спиця
(підпис) (ініціали та прізвище)

РЕФЕРАТ

Кваліфікаційна робота магістра «Алгоритмізація процесу прийняття рішення в умовах неповної та нечіткої інформації»: 69 с., 13 табл., 23 джерела.

АЛГОРИТМІЗАЦІЯ, ЗАДАЧА ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ, НЕВИЗНАЧЕНІСТЬ, НЕЧІТКІ ДАНІ, ОПТИМАЛЬНЕ РІШЕННЯ, РИЗИК.

Об’єкт дослідження – процес прийняття рішення в умовах неповної та нечіткої інформації.

Мета дослідження – розробка та обґрунтування алгоритму розв’язання задач прийняття рішень в умовах неповної та нечіткої інформації.

Метод дослідження – аналітичний.

Робота присвячена проведенню дослідження з формалізації процесу прийняття рішень за досліджуваною проблемною ситуацією, розв’язання задач прийняття рішень в умовах неповної та нечіткої інформації із алгоритму послідовних дій в визначенні та розв’язанні зазначених задач, який би поєднував класичні критерії прийняття рішень з методами теорії нечітких множин.

Структурно робота складається з 3 розділів. В 1 розділі роботи розглянуто основні поняття теорії прийняття рішень та системного аналізу; розкрито особливості об’єкта дослідження, наведено основні невизначеності, притаманні досліджуваному об’єкту. У 2 розділі розкрито особливості та основні кроки використання методології дослідження та розв’язання задач прийняття рішень в умовах неповної та нечіткої інформації, представлено приклади застосування наведених методів до розв’язання практичних задач прийняття рішень. У 3 розділі наведено основні етапи розробленого алгоритму здійснюваних в роботі досліджень.

SUMMARY

Master’s Qualifying Thesis "Algorithmization of the decision-making process under conditions of incomplete and fuzzy information": 69 p., 13 tables, 23 sources.

ALGORITHMIZATION, DECISION-MAKING TASK, UNCERTAINTY, FUZZY DATA, OPTIMAL SOLUTION, RISK.

The object of research is the decision-making process under conditions of incomplete and fuzzy information.

The purpose of the work is to develop and substantiate an algorithm for solving decision-making problems under conditions of incomplete and fuzzy information.

The method of research is analytical.

The work is devoted to a study on formalizing the decision-making process in the studied problem situation, solving decision-making problems under conditions of incomplete and fuzzy information from the algorithm of sequential actions in determining and solving these problems, which would combine classical decision-making criteria with methods of fuzzy set theory.

Structurally, the work consists of 3 chapters. Chapter 1 discusses the basic concepts of decision-making theory and system analysis; the features of the research object are revealed, and the main uncertainties inherent in the object under study are presented. Chapter 2 describes the peculiarities and basic steps of using the methodology for research and solving decision-making problems under conditions of incomplete and fuzzy information, and provides examples of applying these methods to solving practical decision-making problems. Chapter 3 describes the main stages of the developed algorithm of the research carried out in this work.

ЗМІСТ

Завдання на кваліфікаційну роботу 2
Реферат 4
Summary 5
Вступ 8
1 Аналіз предметної області дослідження 10
1.1 Загальна характеристика проблеми. Основні поняття, формулювання задачі, підходи до математичного опису та особливості процесу прийняття рішень. Ризики, невизначеності та нечіткості в задачах прийняття рішень 10
1.2 Системний аналіз та використання системного підходу при прийнятті рішень в умовах неповної та нечіткої інформації 16
1.3 Класифікація задач прийняття рішень 18
2 Методологія дослідження та розв'язання задач прийняття рішень в умовах неповної та нечіткої інформації 20
2.1 Загальна характеристика методів прийняття рішень: системний підхід до аналізу проблематики 20
2.2 Методологія прийняття рішень при чіткій початковій інформації 23
2.2.1 Методологія прийняття рішення в умовах повної невизначеності 23
2.2.2 Методологія прийняття рішення в умовах ризику (часткової невизначеності) 38
2.3 Методологія прийняття рішень при нечіткій початковій інформації . 51
3 Алгоритмізація процесу прийняття рішення в умовах неповної та нечіткої інформації 58
3.1 Опис вхідних даних процесу прийняття рішення за досліджуваною проблемною ситуацією. Передмодельний аналіз проблемної ситуації 58

3.2 Алгоритм процесу формалізації та розв’язання задачі прийняття рішення в умовах неповної та нечіткої інформації 59
3.3 Вихідні дані процесу прийняття рішення за розробленим алгоритмом. Прийняття остаточного рішення..... 64
Висновки 66
Перелік посилань..... 68

ВСТУП

Алгоритмізація процесу прийняття рішення в умовах неповної та нечіткої інформації являє собою одну з найактуальніших проблем сучасної теорії прийняття рішень. Основна проблематика полягає у складності формалізації процесу прийняття рішень при наявності факторів невизначеності різної природи [1, 2]. Неповнота інформації проявляється у відсутності частини необхідних даних, тоді як нечіткість характеризується неможливістю точного визначення значень параметрів та їх взаємозв'язків. При цьому традиційні методи теорії прийняття рішень, засновані на класичній теорії ймовірностей та математичній статистиці, часто виявляються недостатньо ефективними при роботі з такими даними [2-6]. Це створює необхідність розробки спеціальних методів обробки такої інформації та побудови алгоритмів прийняття рішень. Особливої гостроти ця проблема набуває в контексті цифровізації процесів, коли якість прийнятих рішень безпосередньо залежить від здатності обробляти невизначену інформацію.

Актуальність дослідження цієї проблеми зумовлена необхідністю розробки ефективних алгоритмів прийняття рішень у різних сферах людської діяльності та реалізуючих їх програм та програмних комплексів, використання яких здатне покращувати якості майбутніх рішень, що є особливо важливим в умовах зростаючої складності управлінських задач [5].

Успішне вирішення проблеми алгоритмізації процесу прийняття рішень в умовах неповної та нечіткої інформації вимагає комплексного підходу, що поєднує математичні методи, інформаційні технології та експертні знання. Розвиток цього напрямку має критичне значення для підвищення ефективності управління в різних сферах людської діяльності та створення більш надійних автоматизованих систем підтримки прийняття рішень, здатних функціонувати в умовах сучасного середовища.

Метою даного дослідження є розробка та обґрунтування алгоритму розв’язання задач прийняття рішень в умовах неповної та нечіткої інформації, який би поєднував класичні критерії прийняття рішень з методами теорії нечітких множин.

Об’єктом дослідження виступає процес прийняття рішень в умовах невизначеності, ризику та нечіткості, а предметом – математичні моделі та методи формалізації й розв’язання такого процесу з використанням методів теорії статистичних рішень та теорії нечітких множин.

Структурно робота складається з трьох розділів.

У першому розділі роботи наводиться загальна характеристика досліджуваної проблеми, висвітлюються основні теоретичні відомості, проводиться розкриття понять та основних визначень теорії прийняття рішень та системного аналізу, представляються особливості основних типів невизначеностей – власне невизначеності, ризику, нечіткості, притаманних досліджуваній проблемній ситуації.

У другому розділі розкривається особливості та основні кроки використання методології дослідження та розв’язання задач прийняття рішень в умовах неповної та нечіткої інформації, представляються приклади застосування наведених методів до розв’язання практичних задач прийняття рішень.

У третьому розділі наводиться опис основних етапів розробленого алгоритму здійснюваних в роботі досліджень, який дозволяє враховувати різні типи невизначеності, включаючи нечіткість вхідних даних, ситуації невизначеності та ризику.

Результати, отримані в кваліфікаційній роботі, є важливими, науково й практично обґрунтованими. Розроблений алгоритм може бути використано при дослідженні будь-яких проблемних ситуацій із наявністю інформаційної невизначеності, ризику та нечіткості.

1 АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ ДОСЛІДЖЕННЯ

В даному розділі надається характеристика об’єкта дослідження, в якості якого обрано процес прийняття рішення в умовах неповної та нечіткої інформації, наводиться загальна характеристика досліджуваної проблеми, висвітлюються основні теоретичні відомості, проводиться розкриття понять та основних визначень теорії прийняття рішень, системного аналізу, представляються особливості основних типів невизначеностей – власне невизначеності, ризику, нечіткості, притаманних досліджуваній проблемній ситуації.

1.1 Загальна характеристика проблеми. Основні поняття, формулювання задачі, підходи до математичного опису та особливості процесу прийняття рішень. Ризики, невизначеності та нечіткості в задачах прийняття рішень

Прийняття рішень в умовах неповної та нечіткої інформації являє собою складний багатоаспектний процес, що вимагає системного підходу до його аналізу та формалізації. Основною характеристикою даної проблеми є необхідність вибору оптимального рішення в умовах, коли доступна інформація є неповною, неточною або має нечіткий характер. Це створює суттєві виклики для розробки ефективних методів та алгоритмів прийняття рішень.

У сучасній теорії прийняття рішень ключовим поняттям виступає проблемна ситуація, яка виникає коли існуючий стан системи не відповідає бажаному, який в свою чергу задається метою дослідження [2-12].

Також ключовими поняттями в контексті даної проблематики виступають альтернативи рішень та критерії оцінювання (оптимальності, ефективності рішень).

Альтернативи представляють собою можливі варіанти дій, серед яких необхідно обрати оптимальний відповідно до заданих критеріїв [8, 12-20].

Критерії оцінювання визначають показники, за якими порівнюються різні альтернативи, причому в реальних задачах ці критерії часто бувають суперечливими та важко формалізованими, та які визначають правила вибору найкращої альтернативи.

Процес прийняття рішень при цьому представляє собою послідовність дій, спрямованих на вибір найкращого варіанту серед множини можливих альтернатив для досягнення поставленої мети [2-3, 6, 21].

При цьому особливу роль відіграє особа, що приймає рішення (ОПР), яка може бути як індивідуальною, так і колективною [2-8].

В контексті невизначеності важливо розуміти, що проблемна ситуація характеризується наявністю факторів, вплив яких на результат прийняття рішення не може бути точно визначений заздалегідь. Ці фактори можуть мати різну природу: від недостатності інформації про стан системи до неможливості точного прогнозування майбутніх подій. Саме тому в теорії прийняття рішень виділяють три основні типи невизначеності [5-8, 9, 19, 22]:

– власне невизначеність;

– ризик;

– нечіткість.

Ситуація невизначеності характеризується тим, що ймовірності різних варіантів розвитку подій є невідомими ОПР. В такому випадку ОПР може спиратися лише на суб’єктивні оцінки можливих наслідків прийнятих рішень. При цьому використовуються спеціальні критерії прийняття рішень, що ґрунтуються на понятті оціночних функцій: критерій Вальда (максимінний критерій), який орієнтується на найгірший можливий результат, критерій крайнього оптимізму (максимаксний критерій), який

відповідає ідеалізованій ситуації з орієнтацією на найкращий з найкращих результатів або критерій Севіджа, що мінімізує можливі втрати [2-12].

Ризик, на відміну від невизначеності, передбачає можливість оцінки ймовірностей різних результатів. В цьому випадку ОПР може використовувати методи теорії ймовірностей та математичної статистики для аналізу можливих наслідків своїх рішень. Важливим поняттям тут виступає очікувана корисність, яка враховує як можливі результати, так і ймовірності їх досягнення. При цьому ризик розглядається як можливість відхилення фактичного результату від очікуваного.

Нечіткість оцінок результатів альтернатив виникає в ситуаціях, коли неможливо чітко визначити критерії оцінки або коли самі оцінки мають якісний характер. В таких випадках використовується апарат теорії нечітких множин, який дозволяє формалізувати якісні оцінки через функції приналежності. Це дає можливість працювати з лінгвістичними змінними, такими як «молодий», «середніх років», «старий», надаючи їм математичного змісту [8, 20, 23].

Особливу складність представляють задачі прийняття рішень, у яких є присутніми всі три типи невизначеності одночасно. В таких випадках необхідно використовувати комплексний підхід, який поєднує різні методи аналізу та прийняття рішень. При цьому важливу роль відіграють методи експертного оцінювання, які дозволяють враховувати досвід та інтуїцію фахівців у відповідній галузі [2-6].

Математичний опис процесу прийняття рішень зазвичай базується на побудові формальної моделі, яка включає множину альтернатив, множину критеріїв оцінювання та правила вибору оптимального рішення. При цьому особливу складність представляє формалізація нечіткої інформації, яка може бути представлена у вигляді лінгвістичних змінних, нечітких множин або інтервальних оцінок [8, 10]. Важливим аспектом є також врахування взаємозв’язків між різними критеріями та їх відносної важливості [2, 6, 9].

Задача прийняття рішення в загальному вигляді може бути формально представлена як кортеж $Z = (P, A, S, U, K)$, що складається з п'яти основних компонентів [8, 12]. Такий підхід дозволяє систематизувати та структурувати процес вибору оптимального варіанту дій в умовах невизначеності. Першим компонентом кортежу є формулювання задачі прийняття рішення (P), яке включає детальний опис проблеми, її потенційне модельне представлення, визначення кінцевої мети та вимог до очікуваного результату. Чітке формулювання проблеми створює необхідний контекст для подальшого аналізу та вибору оптимального рішення. Другим компонентом виступає сукупність усіх потенційно можливих альтернатив (A), серед яких здійснюється вибір оптимального варіанту. Ця множина може містити як реально існуючі, так і теоретично можливі варіанти, кількість яких може бути нескінченною. Важливо зазначити, що ситуація вибору виникає лише за наявності щонайменше двох альтернативних варіантів розв'язку задачі. Третій компонент представляє сукупність параметрів (S), що описують варіанти та їхні характерні особливості. Ці параметри включають об'єктивні показники, які характеризують властивості альтернатив і зазвичай піддаються вимірюванню. Крім об'єктивних показників, параметрами можуть слугувати також суб'єктивні оцінки, які відображають важливі для учасників процесу якості варіантів і подаються за спеціально визначеними критеріями. Четвертий компонент – множина умов (U), що обмежує область допустимих варіантів рішення задачі. Такі обмеження можуть бути сформульовані як формальні вимоги до розглядуваних варіантів, наприклад, обмеження на значення певної ознаки або неможливість одночасного поєднання значень виділених ознак для реально існуючих варіантів. П'ятим компонентом є вподобання (K) однієї або кількох осіб, що приймають рішення. Ці вподобання слугують основою для оцінки та порівняння можливих варіантів розв'язку проблеми, а також для відбору варіантів, що задовольняють умови пошуку найкращого рішення. У деяких випадках для спрощення постановки задачі прийняття рішень вподобання особи можуть бути перетворені на

додаткові обмеження. Така формалізація забезпечує структурований підхід до прийняття рішень, дозволяючи систематично аналізувати всі ключові аспекти проблеми та знаходити оптимальні рішення навіть у складних ситуаціях з високим рівнем невизначеності.

При цьому під поняттям прийняття рішень розуміють процес, який характеризується вибором найкращого варіанту серед усіх можливих для досягнення необхідного результату. Прийняття рішення проходить в часі, тому вводиться поняття процесу прийняття рішення. Цей процес складається із послідовних етапів і процедур направлених на вирішення проблемної ситуації. В процесі прийняття рішення формуються альтернативні варіанти рішення і оцінюються їх переваги. Під перевагами будемо розуміти інтегральну оцінку якості рішення, що базується на об’єктивному аналізі та суб’єктивному розумінні цінності та ефективності рішення [3,7,12].

Потрібно також зауважити, що разом із наведеним вище, процес прийняття рішень характеризується певними особливостями, які також необхідно враховувати при розробці відповідних алгоритмів. До таких особливостей відносяться наявність якісно та кількісно визначених характеристик досліджуваної проблеми, необхідність агрегації різнорідної інформації, а також впливовий характер зовнішнього середовища. Крім того, важливу роль відіграє суб’єктивний фактор, пов’язаний з експертними оцінками та преференціями ОПР.

Крім того, задачі прийняття рішень можуть характеризуватись наявністю ризиків та невизначеностей.

Ризики в задачах прийняття рішень можуть мати різну природу та проявлятися на різних етапах процесу [10, 18, 20]. Основними типами ризиків є інформаційні ризики, пов’язані з неповнотою або недостовірністю вхідних даних, методологічні ризики, що виникають через недосконаліть використовуваних методів та моделей, а також операційні ризики, зумовлені можливими помилками при реалізації прийнятих рішень. Невизначеності в задачах прийняття рішень можуть бути класифіковані за різними ознаками:

за джерелом виникнення (зовнішні та внутрішні), за характером прояву (стохастичні та нестохастичні), за можливістю формалізації (структуровані та неструктуровані). Особливу категорію становлять невизначеності, пов’язані з людським фактором, включаючи невизначеність цілей, преференцій та експертних оцінок [8, 17-19].

Для подолання зазначених ризиків та невизначеностей використовуються різні підходи, включаючи методи теорії ймовірностей, теорії нечітких множин, теорії можливостей та експертного оцінювання. Важливим аспектом є також розробка механізмів адаптації та корекції прийнятих рішень з урахуванням нової інформації, що надходить в процесі реалізації рішення.

Отже, ефективне вирішення задач прийняття рішень в умовах неповної та нечіткої інформації вимагає комплексного врахування всіх зазначених аспектів та розробки відповідних методів і алгоритмів, здатних працювати в умовах невизначеності та забезпечувати прийняття обґрунтованих рішень з урахуванням наявних ризиків та обмежень.

Практична реалізація процесу прийняття рішень в умовах невизначеності вимагає створення спеціальних систем підтримки прийняття рішень, які забезпечують збір та обробку необхідної інформації, моделювання можливих сценаріїв розвитку ситуації та оцінку наслідків прийнятих рішень. Такі системи повинні враховувати специфіку конкретної предметної області та забезпечувати можливість адаптації до змін зовнішнього середовища [22].

Отже, теорія прийняття рішень надає потужний інструментарій для роботи в умовах невизначеності, ризику та нечіткості. При цьому важливо розуміти, що вибір конкретних методів та підходів залежить від специфіки розв’язуваної задачі, доступності інформації та вимог до якості прийнятих рішень. Успішне застосування цих методів вимагає глибокого розуміння їх теоретичних основ та практичних особливостей реалізації.

1.2 Системний аналіз та використання системного підходу при прийнятті рішень в умовах неповної та нечіткої інформації

Системний аналіз є однією з найбільш результативних методологій для вирішення прикладних завдань, базуючись на послідовності дій щодо встановлення структурних взаємозв'язків між змінними або елементами досліджуваної системи.

На основі узагальнення різноманітних поглядів, системний аналіз визначається як прикладний напрямок, що сприяє організації процесу прийняття рішень, включаючи колективні рішення, об'єднуючи фахівців різних галузей знань. Методологічною основою системного аналізу виступають загальнонаукові, експериментальні, природничі, статистичні та математичні методи. Системи різної фізичної природи, такі як організаційні, економічні, інформаційні, технічні та інші, є об'єктами системного аналізу, разом із практичними проблемами, що виникають при їх створенні та вдосконаленні [18]. Ключовими завданнями системного аналізу виступають ідентифікація існуючих проблем, встановлення цілей дослідження, розробка та вдосконалення методів вирішення задач визначеної категорії. Міждисциплінарний підхід, на який спирається системний аналіз, дозволяє вирішувати проблеми, що не можуть бути розв'язані в межах окремих дисциплін. Системний аналіз виступає основою для прийняття рішень у складних ситуаціях, де ефективність рішень є неоднозначною та важко піддається оцінці, виступає фундаментальним підходом у вирішенні задач прийняття рішень в умовах неповної та нечіткої інформації. В межах системного аналізу розробляються методи та підходи до розв'язання складних проблем, що виникають в різних предметних галузях. Основними методами системного аналізу є моделювання систем різного рівня складності та їх аналіз за допомогою створених моделей.

Проблеми, якими займається системний аналіз прийнято класифікувати за двома типами. Глобальні проблеми, які мають загальний характер, та

універсальні, які стосуються локальних проблем, що виникають в різних сферах діяльності.

Системний підхід, як фундамент системного аналізу, являє собою напрямок дослідження, що базується на розгляді об’єкта дослідження як цілісної системи, яка складається з взаємопов’язаних елементів, кожен з яких може характеризуватися неповнотою або нечіткістю доступної інформації [13-16]. Основними принципами системного підходу є взаємозв’язок, багатоплановість, багатомірність, ієрархічність та різнопорядковість.

В основі системного аналізу при прийнятті рішень лежить декомпозиція складної проблеми на більш прості складові з подальшим синтезом отриманих результатів. Такий підхід дозволяє ефективно працювати з багаторівневими ієрархічними структурами, де невизначеність на одному рівні може впливати на прийняття рішень на інших рівнях [13,16-19]. Наприклад, у великих промислових системах невизначеність у постачанні сировини впливає на планування виробництва, логістику та фінансові показники.

Процес системного аналізу для кожної проблеми можна розділити на чотири стадії [17,19]:

– постановка проблеми та визначення критеріїв оцінки;
– структурний аналіз досліджуваної системи;
– розробка концепції розвитку та можливих варіантів;
– безпосередній аналіз відібраних варіантів рішень та їх наслідків.

У контексті прийняття рішень, задача включає множину можливих варіантів, що забезпечують вирішення проблемної ситуації при істотних обмеженнях, та визначення оптимального результату. Формально задача прийняття рішення описується через формулювання проблеми, сукупність альтернатив, параметри, що характеризують варіанти, обмеження та вподобання осіб, що приймають рішення.

Суб’єктом прийняття рішень виступає ОПР, яка може залучати експертів для збору й аналізу інформації. Процес прийняття рішень

характеризується такими елементами як ОПР, множини змінних (керованих та некерованих), часовий інтервал, математична модель, обмеження та критерії оптимальності [5,8,18].

Теорія прийняття рішень набуває все більшого значення в різних галузях, включаючи техніку, економіку, медицину, управління та інші сфери. Розширюється спектр застосування систем підтримки прийняття рішень, які модернізуються відповідно до сучасних вимог виробництва та навчання [22].

Особливу роль у системному аналізі відіграє концепція емерджентності, згідно з якою система має властивості, що не притаманні її окремим елементам. У контексті прийняття рішень це означає, що неповнота інформації про окремі компоненти може призводити до виникнення якісно нових форм невизначеності на рівні всієї системи [13].

При застосуванні системного підходу важливим є врахування зворотних зв’язків між елементами системи. В умовах нечіткої інформації ці зв’язки можуть бути описані за допомогою нечітких відношень та правил [8,20]. Показовим прикладом є системи екологічного моніторингу, де зміни в одному компоненті екосистеми можуть викликати каскадні ефекти в інших компонентах, причому характер цих взаємодій часто описується нечіткими залежностями [21].

1.3 Класифікація задач прийняття рішень

Класифікація задач прийняття рішень ґрунтується на різноманітних системах ознак, які дозволяють структурувати та категоризувати ці задачі для подальшого вибору відповідних методів їх вирішення. Серед основних класифікаційних характеристик варто виділити декілька ключових аспектів.

За ступенем інформованості задачі прийняття рішень поділяються на чотири категорії: задачі з повною визначеністю, задачі в умовах ризику, задачі в умовах невизначеності та задачі в умовах стратегічної

невизначеності. Кожна з цих категорій вимагає застосування специфічних підходів та методів вирішення.

За видом показника ефективності розрізняють однокритеріальні задачі, які характеризуються скалярним показником, та багатокритеріальні задачі з векторним показником ефективності. В однокритеріальних задачах результат вибору описується єдиним показником, що значно спрощує процес прийняття рішення. Натомість у багатокритеріальних задачах виникає принципова невизначеність, яка не може бути усунена лише математичними розрахунками чи вибором оптимальної моделі [3-5, 7, 8].

Часовий фактор також відіграє важливу роль у класифікації, дозволяючи розділити задачі на статичні та динамічні. За ступенем структуризації елементів задачі прийняття рішень поділяються на структуровані, неструктуровані та змішані [7, 8].

Не менш важливим критерієм класифікації є кількість осіб, залучених до процесу прийняття рішення. За цією ознакою виділяють задачі прийняття індивідуальних рішень та задачі прийняття колективних рішень [18]. Задачі індивідуального характеру є добре вивченими та мають широкий спектр методів їх вирішення. Натомість задачі колективного прийняття рішень викликають додаткові складнощі, пов'язані з необхідністю узгодження індивідуальних переваг усіх членів групи та формування єдиної колективної думки [3, 5, 7].

Така розгалужена класифікація задач прийняття рішень не лише відображає їхню багатогранність та складність, але й визначає вибір відповідного математичного апарату для їх ефективного вирішення. Розуміння характеристик конкретної задачі допомагає обрати оптимальний метод її розв'язання та врахувати всі важливі аспекти проблеми [1-8,12].

2 МЕТОДОЛОГІЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕПОВНОЇ ТА НЕЧІТКОЇ ІНФОРМАЦІЇ

В даному розділі наводиться опис методології розв'язання задач прийняття рішень в умовах невизначеності, ризику та нечіткої інформації. Описані в даному розділі методи розв'язання задач прийняття рішень виступають в якості основи для розробки алгоритму процесу прийняття рішення в умовах неповної та нечіткої інформації.

2.1 Загальна характеристика методів прийняття рішень: системний підхід до аналізу проблематики

Теорія прийняття рішень займає центральне місце в сучасному управлінні організаційними процесами, відповідаючи на фундаментальні виклики, пов'язані з необхідністю вибору оптимальних варіантів дій в різноманітних умовах. Основні завдання цієї дисципліни охоплюють широкий спектр питань, включаючи систематизацію досвіду прийняття рішень у різних умовах, включаючи ситуації невизначеності та ризику. Особлива увага приділяється виявленню об'єктивних закономірностей процесів прийняття рішень, що створює підґрунтя для формування принципів організації діяльності осіб, відповідальних за прийняття рішень, а також розробки відповідних організаційних форм, методів і технологій. Практична спрямованість теорії прийняття рішень виявляється у виробленні конкретних рекомендацій для лінійних менеджерів та їхніх управлінських апаратів щодо ефективної роботи в реальних умовах з використанням сучасних технічних засобів та автоматизованих систем управління. Крім того, важливим аспектом є розробка методів дослідження проблем розвитку

системи прийняття рішень, принципів і методів оцінки їх ефективності, а також заходів з удосконалення діяльності осіб, які приймають рішення.

Методологічний фундамент системного аналізу та прийняття рішень становить комплекс математичних методів, застосування яких диференціюється залежно від рівня визначеності щодо об'єкта дослідження. В умовах повної визначеності щодо структури й параметрів математичної моделі перевага надається методам дослідження операцій. Натомість, за відсутності вичерпної інформації, доцільним є застосування специфічних методів теорії прийняття рішень.

У контексті теорії прийняття рішень ключовими категоріальними ознаками, в просторі яких формуються оцінки, виступають варіанти рішень та умови їх прийняття [5]. Ця дихотомія створює методологічну основу для класифікації науково-практичних методів прийняття рішень, які структуруються у п'ять основних класів [2-7]. Перший клас охоплює загальнонаукові методи, серед яких виділяються методи системного та комплексного аналізів, програмно-цільового планування, диференціації та інтеграції. Ці методи забезпечують концептуальну цілісність підходу до прийняття рішень, враховуючи багатоаспектність проблеми та взаємозв'язок різних факторів. До другого класу належать традиційні способи обробки інформації та прийняття рішень, що включають графічний та балансовий методи, методи угруповання, а також порівняння відносних і середніх величин. Ці інструменти дозволяють структурувати вихідні дані та представити їх у формі, зручній для аналізу та інтерпретації. Третій клас формують способи прийняття рішень на основі детермінованого факторного аналізу. Ця група охоплює широкий спектр методів, використання яких дозволяє встановити причинно-наслідкові зв'язки між різними факторами та оцінити їхній вплив на досліджуваний показник. Четвертий клас представлений способами прийняття рішень на основі стохастичного факторного аналізу. Ці методи дозволяють враховувати випадкові фактори та ймовірнісний характер досліджуваних явищ. П'ятий клас об'єднує способи

прийняття рішень на основі оптимізації показників ефективності. До цієї групи входять методи теорії масового обслуговування, теорії ігор, дослідження операцій, управління запасами ресурсів та розпізнавання образів. Застосування цих методів спрямоване на визначення оптимального варіанту рішення за заданими критеріями ефективності. Отже, прийняття рішень здійснюється на основі комплексного моделювання станів системи та її трансформацій, ґрунтуючись на отриманій інформації, її верифікації та оцінці. Системний підхід до класифікації методів прийняття рішень створює методологічну базу для вибору найбільш адекватного інструментарію залежно від специфіки конкретної ситуації та доступної інформації.

При виборі оптимального чи раціонального варіанту дій можна застосовувати різноманітні способи, зокрема використання аналогій, ранжирування вимог до рішення, математичне моделювання із застосуванням різних критеріїв, а також інтуїтивний підхід на основі евристичних алгоритмів. Варто зауважити, що обґрунтування рішення зазвичай вимагає врахування не одного, а декількох критеріїв. Для вирішення таких багатокритеріальних задач існують різні підходи. Насамперед, можна звести множину критеріїв до одного через введення вагових коефіцієнтів, при цьому важливіші критерії отримують більшу вагу. Альтернативно, можна мінімізувати максимальні відхилення від найкращих значень усіх критеріїв або оптимізувати один, найважливіший критерій, використовуючи інші як додаткові обмеження. Крім того, критерії можна ранжирувати та послідовно оптимізувати відповідно до їхньої важливості.

При виборі альтернативних стратегій використовуються різні правила та критерії залежно від умов прийняття рішення. Так, за детермінованих умов не обов'язково виділяти єдину найкращу альтернативу, яка перевершує інші за всіма критеріями. Натомість, у ситуаціях із ризиком часто застосовують методи, що зводять стохастичні задачі до детермінованих. Наприклад, метод штучного зведення до детермінованої схеми передбачає заміну випадкових факторів їхніми математичними сподіваннями, тоді як

метод оптимізації в середньому полягає в переході від випадкового показника ефективності до певної статистичної характеристики.

Особливо складним є прийняття рішень за умов невизначеності, коли успіх реалізації обраної стратегії залежить від непередбачуваних факторів. При цьому невизначеності можуть мати як нестохастичну, так і стохастичну природу [17-19]. Нестохастичні невизначеності включають стратегічні, зумовлені протидією учасників із різними цілями, та концептуальні, пов'язані з особливо складними рішеннями або рішеннями з довгостроковими наслідками. Водночас, невизначеності стохастичного типу зумовлені об'єктивною дійсністю, яку називають природою. У цьому контексті природа розглядається як незацікавлена сторона, а її стан – як ситуація, на яку ОПР, має обмежений вплив або не може вплинути взагалі. Альтернатива ж представляє собою напрямок дій або стратегію, яку може обрати ОПР.

2.2 Методологія прийняття рішень при чіткій початковій інформації

2.2.1 Методологія прийняття рішення в умовах повної невизначеності

Теорія прийняття рішень класифікує проблеми на три основні типи: добре структуровані, слабоструктуровані та неструктуровані. Особливу увагу в цій галузі приділяють саме слабоструктурованим проблемам, дослідження яких здійснюється в рамках теорії прийняття рішень в умовах невизначеності та ризику.

У контексті прийняття рішень можна виокремити два ключові типи задач [2-6]. По-перше, це задачі прийняття рішень в умовах ризику, також відомі як стохастичні задачі, при яких кожна стратегія може призвести до

одного з багатьох можливих результатів із відомою ймовірністю появи. Ці ймовірності визначаються заздалегідь на основі експертних оцінок або статистичних даних. Ризик у таких ситуаціях полягає в можливості отримання результату, який відрізняється від очікуваного, навіть з урахуванням статистичних характеристик. Критерій оптимальності в подібних задачах залежить як від стратегій оперуючої сторони і детермінованих чинників, так і від стохастичних факторів. По-друге, існують задачі прийняття рішень в умовах повної невизначеності, які виникають, коли обрані дії можуть призвести до будь-якого результату, а доступна інформація є неточною, неповною або некількісною (якісно виміряною). У таких випадках критерій оптимальності залежить не тільки від стратегій оперуючої сторони та фіксованих чинників, але й від невизначених факторів, на які оперуюча сторона не має впливу і про які не має інформації на момент прийняття рішення. Втім, враховуючи, що невизначені фактори з невідомим законом розподілу є найбільш характерними для реальних задач прийняття рішень, саме на них варто орієнтуватися при пошуку гнучких рішень.

Як зазначалось у попередньому пункті роботи, при дослідженнях в області прийняття рішень важливо розрізняти два види невизначеності [17-19]: стохастичну та нестохастичну. Невизначеність нестохастичної природи обумовлена взаємодією кількох активних учасників з різними цілями. Натомість, невизначеності стохастичного типу зумовлені впливом так званої «природи» – неактивного учасника, який є незацікавленою стороною без свідомо поставлених цілей. Задачі такого типу розв'язуються за допомогою теорії статистичних рішень (теорії ігор з природою), де ОПР діє в умовах, коли стратегії інших учасників є невідомими. Для врахування невизначеності стохастичного типу формуються спеціальні критерії прийняття рішень, які базуються на двох ключових припущеннях [4, 12]. По-перше, будь-який критерій оптимальності повинен відповідати меті досліджуваного об'єкта. По-друге, такий критерій будується на основі оціночної функції, яка відображає позицію ОПР щодо досліджуваної проблемної ситуації.

Розглянемо, яким чином здійснюється аналіз процесу прийняття рішень в умовах невизначеності. Припустимо, що потрібно здійснити вибір найкращого варіанту рішення з певної кількості m можливих варіантів у ситуаціях, коли кінцевий результат застосування кожного варіанту A_i ($i = \overline{1,m}$) визначається конкретним станом природи $П_j$ ($j = \overline{1,n}$). Результатом рішення будемо вважати оцінку $a_{ij} = a(A_i;П_j)$, яка відповідає варіанту A_i ($i = \overline{1,m}$) при умовах $П_j$ ($j = \overline{1,n}$) та характеризує прибуток, корисність або надійність досліджуваного об'єкта, тобто є корисністю рішення. Отже, альтернативами в задачі виступають варіанти, які обирає ОПР, а результатами рішення – наслідки обраних альтернатив при конкретному стані природи.

Для прийняття рішень в умовах невизначеності та ризику, коли множини альтернатив та станів середовища є скінченними, дані зазвичай представляють у формі матриці $\|a_{ij}\|$ рішень (платіжної матриці гри) [4,12]. Рядки цієї матриці відповідають можливим діям ОПР, стовпці – можливим станам природи, а кожен елемент a_{ij} являє собою результат вибору відповідної альтернативи при конкретному стані природи (табл. 2.1):

Таблиця 2.1 – Платіжна матриця гри

	$П_1$	$П_2$	...	$П_n$
A_1	a_{11}	a_{12}	. . .	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	. . .	a_{2n}
...	. . . . .			
A_m	a_{m1}	a_{m2}	. . .	a_{mn}

Поряд із матрицею виграшів $\|a_{ij}\|$, елементами якої є додатні значення, часто використовують матрицю програшів з невід'ємними значеннями елементів (величинами програшів ОПР). Для виявлення переваги однієї стратегії порівняно з іншою при певному стані природи від платіжної

матриці переходять до матриці ризиків (табл. 2.2) з елементами $r_{ij} = \beta_j - a_{ij}$, $(r_{ij} \geq 0, i = \overline{1,m}, j = \overline{1,n})$, де $\beta_j = \max_i a_{ij}$ являє собою максимальний виграш, який ОПР мав би можливість отримати, будучи впевненим у реалізації природою стану $П_j$, а a_{ij} – виграш, який він отримає, використовуючи стратегію A_i без знання про фактичний стан природи. Важливою властивістю матриці ризиків є наявність у кожному її стовпчику щонайменше одного нульового елемента, що відповідає оптимальній стратегії для відповідного стану природи.

Таблиця 2.2 – Матриця ризиків

	$П_1$	$П_2$	...	$П_n$
A_1	r_{11}	r_{12}	...	r_{1n}
A_2	r_{21}	r_{22}	...	r_{2n}
...	.....			
A_m	r_{m1}	r_{m2}	...	r_{mn}

Для розв'язання задач прийняття рішень в умовах повної невизначеності застосовуються методи теорії ігор та теорії мінімаксу, які дозволяють визначити оптимальну стратегію дій з урахуванням можливих станів природи та відповідних результатів. Розглянемо найбільш часто вживані (при розв’язанні практичних задач) з цих методів.

Критерій мінімаксу (Вальда). При використанні даного критерію для прийняття рішень гра з природою розглядається як гра з агресивним супротивником. Вибір такого критерію обумовлюється відсутністю в ОПР інформації про ймовірності появи різних станів природи. Важливою умовою застосування критерію є наявність чисельної оцінки результату для кожного варіанту рішення при відповідному стані $П_j$ $(j = \overline{1,n})$ природи. Прийняття рішення в цьому випадку здійснюється в умовах невизначеності. В основі критерію Вальда лежить гіпотеза антагонізму, згідно з якою ОПР виходить із

припущення, що природа поводиться по відношенню до неї найгіршим чином. Відповідно, кожний варіант оцінюється результатом, що має найгірше числове значення для нього. При виборі варіанту A_i $(i=\overline{1,m})$ ОПР знає лише про можливість настання одного з результатів, що знаходиться в *i*-му рядку таблиці, а остаточний результат визначається двома факторами: вибором варіанту та станом природи. Якщо матриця рішень представлена у вигляді матриці виграшів, то кожний варіант оцінюється найменшим можливим виграшом. Оптимальним вважається варіант, у якого мінімальний елемент є найбільшим. Формально мінімаксний критерій можна записати як обрання такого варіанту, який максимізує мінімальний виграш серед усіх можливих станів природи [3, 12]:

$$K_{\text{ММ}} = \max_i a_{ir}, \tag{2.1}$$

$$a_{ir} = \min_j a_{ij}. \tag{2.2}$$

Такий підхід характеризується принципом гарантованого результату: при виборі варіанту A_i $(i=\overline{1,m})$ жоден стан Π_j $(j=\overline{1,n})$ природи не може призвести до результату гіршого, ніж мінімальний для цього варіанту. Такий критерій зазвичай застосовують ОПР, схильні до крайньої обережності, оскільки обраний за його допомогою варіант повністю виключає ризик при прийнятті рішення. Саме через орієнтацію на пошук варіанту з найменшими можливими втратами цей критерій часто називають «песимістичним».

На практиці застосування критерію мінімаксу передбачає доповнення матриці рішень додатковим стовпцем a_{ir} $(i=\overline{1,m})$, що містить найменші результати для кожного рядка $(\min_j a_{ij})$. Оптимальним вважається той варіант, у рядку якого стоїть найбільше значення цього стовпця: $\mathrm{A}_0 = \left\{ A_{i0} \middle| A_{i0} \in \mathrm{A} \wedge a_{i0} = \max_i \min_j a_{ij} \right\}$.

Розглянемо використання критерію на наступному прикладі.

Приклад 2.1. Нехай у матриці рішень наведено значення, що відповідають чотирьом варіантам A_i (i=1,2,3,4) рішення при п’яти станах природи $П_j$ (j=1,2,…,5). Необхідно обрати найкращий варіант з множини допустимих, використовуючи критерій мінімаксу (Вальда). Наведемо платіжну матрицю гри та проведемо визначення оптимального варіанту за критерієм мінімаксу у вигляді таблиці 2.3.

Таблиця 2.3 – Визначення оптимального варіанту за критерієм мінімаксу

	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$	$a_{ir} = \min\limits_j a_{ij}$
A_1	19	13	12	14	13,5	12
A_2	17	14,5	13	12,5	15,5	**12,5**
A_3	12	10	8	11	12	8
A_4	9	1	70	60	80	1

Як демонструє табл. 2.3, після аналізу матриці рішень та визначення мінімальних значень для кожного варіанту рішення, оптимальним варіантом за критерієм мінімаксу є варіант A_2, який гарантує отримання найкращого результату у найгіршій для ОПР ситуації.

Критерій максимаксу (азартного гравця). Даний критерій ґрунтується на гіпотезі про сприятливу поведінку зовнішнього середовища $П_j$ ($j=\overline{1,n}$) по відношенню до ОПР. При застосуванні цього критерію ОПР не володіє інформацією про ймовірності виникнення різних станів зовнішнього середовища, проте кожний варіант характеризується найбільш сприятливим потенційним результатом. При використанні матриці виграшів $\|a_{ij}\|$ за критерієм максимаксу кожний варіант A_i ($i=\overline{1,m}$) оцінюється

результатом, що забезпечує найбільший виграш. Оптимальним вважається той варіант, у якого максимальний елемент є найбільшим серед усіх можливих. Таким чином, ОПР робить ставку на найвигідніший сценарій розвитку подій, поводячись як азартний гравець, схильний до ризику (ігнорує можливі втрати) та демонструючи крайній оптимізм (розраховує на максимально можливий виграш). Саме тому цей критерій часто називають критерієм крайнього оптимізму, а застосовуваний підхід – підходом азартного гравця.

Формально максимаксний критерій можна представити як вибір варіанту з найбільшим значенням у матриці рішень $\left\| a_{ij} \right\|$, не враховуючи при цьому ризики, пов'язані з несприятливими змінами навколишнього середовища [3, 4, 12]:

$$K_{\mathrm{MaxMax}} = \max_i a_{ir}\,, \tag{2.3}$$

$$a_{ir} = \max_j a_{ij}\,. \tag{2.4}$$

Для визначення оптимального варіанту спочатку знаходять максимальний елемент для кожного рядка матриці рішень $\left\| a_{ij} \right\|$, а потім обирають рядок (варіант) з найбільшим значенням цього максимуму:

$$\mathrm{A}_0 = \left\{ A_{i0} \middle| A_{i0} \in \mathrm{A} \wedge a_{i0} = \max_i \max_j a_{ij} \right\}. \tag{2.5}$$

На практиці застосування критерію максимаксу передбачає доповнення матриці рішень $\left\| a_{ij} \right\|$ додатковим стовпцем a_{ir}, що містить найбільші результати для кожного рядка. Оптимальним вважається той варіант $A_0 = A_{i0}$, у рядку якого стоїть найбільше значення стовпця a_{ir}.

Застосуємо максимаксний критерій до матриці рішень з прикладу 2.1 та знайдемо оптимальний варіант. Розрахунки щодо його визначення представимо у табл. 2.4

Таблиця 2.4 – Розрахування оптимального варіанту за критерієм максимаксу

	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$	$a_{ir} = \max_j a_{ij}$
A_1	19	13	12	14	13,5	19
A_2	17	14,5	13	12,5	15,5	17
A_3	12	10	8	11	12	12
A_4	9	1	70	60	80	**80**

У наведеному прикладі, після аналізу матриці рішень та визначення максимальних значень для кожного варіанту, оптимальним варіантом за критерієм максимаксу є варіант A_4, який дає ОПР найбільший можливий виграш у розмірі 80 одиниць, незалежно від стану природи $П_j$ ($j = \overline{1,n}$).

Порівнюючи результати застосування критеріїв Вальда (мінімаксу) та максимаксу, можна помітити, що вони часто призводять до вибору різних варіантів. У розглянутому прикладі критерій Вальда рекомендує обрати варіант A_2, тоді як критерій максимаксу вказує на перевагу варіанту A_4. Така розбіжність підкреслює, що визначення оптимального варіанту залежить не лише від наявної інформації, але й від позиції ОПР та її готовності ризикувати при прийнятті рішення.

Критерій крайнього песимізму. Даний критерій ґрунтується на припущенні про максимально несприятливу поведінку зовнішнього середовища $П_j$ ($j = \overline{1,n}$) (природи) щодо ОПР. Важливо зазначити, що за цих умов ОПР не володіє інформацією щодо ймовірностей виникнення різних

станів природи, тому кожний варіант характеризується найменш сприятливим для нього результатом. При застосуванні матриці виграшів оцінювання кожного варіанту A_i $(i=\overline{1,m})$ відбувається за результатом, що приносить мінімальний виграш. Відповідно, оптимальним вважається той варіант, у якого найменшим є елемент серед усіх мінімальних елементів. Такий підхід свідчить про те, що при використанні критерію крайнього песимізму ОПР орієнтується на найменш вигідний варіант розвитку подій. Фактично, ОПР поводиться як гравець, який категорично уникає будь-якого ризику та демонструє крайній песимізм у своїх очікуваннях.

У контексті матриці виграшів критерій песимізму передбачає вибір такого варіанта рішення, який мінімізує мінімальні виграші для кожного варіанта ситуації. Математично це можна записати наступним чином [12]:

$$K_{\mathrm{MinMin}} = \min_i a_{ir}, \tag{2.6}$$

$$a_{ir} = \min_j a_{ij}. \tag{2.7}$$

Після цього обираємо оптимальний варіант A_0 відповідно до умови

$$\mathrm{A}_0 = \left\{ A_{i0} \middle| A_{i0} \in \mathrm{A} \wedge a_{i0} = \min_i \min_j a_{ij} \right\}. \tag{2.8}$$

Застосуємо даний критерій до матриці рішень з прикладу 2.1 та знайдемо оптимальний варіант. Розрахунки щодо його визначення представимо у табл. 2.5. Відповідно до поданих у табл. 2.5 результатів, керуючись критерієм крайнього песимізму, варто обрати варіант *A₄*. Це означає, що незалежно від стану природи Π_j, ОПР при застосуванні варіанту *A₄* гарантовано отримає виграш, який дорівнює щонайменше одній одиниці, що відповідає філософії максимальної обережності та мінімізації можливих втрат.

Таблиця 2.5 – Визначення оптимального варіанту за критерієм крайнього песимізму

	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$	$a_{ir} = \min_j a_{ij}$
A_1	19	13	12	14	13,5	12
A_2	17	14,5	13	12,5	15,5	12,5
A_3	12	10	8	11	12	8
A_4	9	1	70	60	80	**1**

Критерій мінімаксних шкодувань або критерій Севіджа. Даний критерій базується на концепції відносного песимізму ОПР. Такий підхід являє собою методику прийняття рішень в умовах невизначеності, спрямовану на мінімізацію максимально можливого ризику. Методологія застосування критерію передбачає послідовне виконання кількох аналітичних етапів. Спочатку для кожної потенційного варіанту ОПР здійснюється розрахування очікуваного значення втрати (ризику). Надалі для кожного з розглянутих варіантів визначається максимальний ризик з урахуванням усіх можливих сценаріїв розвитку ситуації. Раціональний вибір ОПР відповідно до даного критерію полягає у виборі варіанту, який мінімізує максимально можливий ризик серед усіх доступних стратегічних варіантів. Суттєвою перевагою критерію Севіджа є можливість для ОПР враховувати не лише очікувані втрати, але й імовірність реалізації найгіршого сценарію розвитку подій. Такий комплексний підхід дозволяє обрати оптимальний варіант, який мінімізує ймовірність отримання найменш сприятливого результату. Математично оптимальне рішення за критерієм Севіджа визначається через низку формалізованих виразів [12]. Спочатку обчислюється значення ризику як різниця між максимально можливим виграшом при певному стані природи та виграшом при застосуванні конкретного варіанту рішення:

$$e_{ij} = \max_i a_{ij} - a_{ij}\,. \tag{2.9}$$

Далі для кожного варіанту визначається максимальний ризик:

$$e_{ir} = \max_j e_{ij} = \max_j \left(\max_i a_{ij} - a_{ij}\right). \tag{2.10}$$

На основі цих обчислень формується оціночна функція

$$K_{\mathrm{S}} = \min_i e_{ir} = \min_i \left[\max_j \left(\max_i a_{ij} - a_{ij}\right)\right] \tag{2.11}$$

яка дозволяє побудувати множину оптимальних варіантів рішення та визначити оптимальний варіант, при якому максимальне значення ризику набуває найменшого значення:

$$\mathrm{A}_0 = \left\{A_{i0} \middle| A_{i0} \in \mathrm{A} \wedge e_{i0} = \min_i e_{ir}\right\}. \tag{2.12}$$

Важливо при цьому зауважити, що умови застосування критерію Севіджа є аналогічними до умов, які застосовуються до критерію Вальда, що підкреслює їхню концептуальну спорідненість у сфері прийняття рішень в умовах невизначеності. Варто також підкреслити, що вибір оптимальних варіантів за критерієм Севіджа має узагальнюючий характер відносно виборів за критеріями Вальда та максимаксу, що сприяє уникненню значних ризиків у процесі прийняття управлінських рішень.

Продемонструємо роботу критерію Севіджа на вхідних даних з прикладу 2.1. Нехай маємо матрицю виграшів A. За критерієм Севіджа знайдемо варіант, яка є оптимальним. Застосування даного критерію потребує попереднього перетворення матриці виграшів на матрицю ризиків.

Знайдемо її. Отриману матрицю та розрахунки щодо визначення оптимального варіанта представимо у табл. 2.6.

Таблиця 2.6 – Визначення оптимального варіанту за критерієм Севіджа

	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$	$e_{ir} = \max_j e_{ij} = \max_j \left(\max_i a_{ij} - a_{ij} \right)$
A_1	0	1,5	58	46	66,5	66,5
A_2	2	0	57	47,5	64,5	64,5
A_3	7	4,5	62	49	49	62
A_4	10	13,5	0	0	0	**13,5**

Обираємо серед варіантів A_i $(i = \overline{1,4})$ такий, що має найменший ризик. Отже, проведені розрахунки, подані в табл. 2.6, демонструють, що оптимальним відповідно до даного критерію є варіант A_4. При застосуванні цього варіанту рішення величина ризику становить 13,5 одиниць, що є мінімальним значенням серед можливих варіантів у найгіршій ситуації.

Критерій песимізму-оптимізму Гурвіца. Даний критерій являє собою збалансований підхід до прийняття рішень в умовах невизначеності, що займає проміжну позицію між крайнім песимізмом та крайнім оптимізмом. Такий критерій застосовується у ситуаціях, коли майбутні наслідки рішень є невідомими, та необхідно оцінити різноманітні варіанти дій, базуючись на принципі мінімаксу з урахуванням особистого рівня песимізму та оптимізму ОПР. Центральна концепція критерію Гурвіца полягає в тому, що оптимальне рішення залежить від співвідношення ваги двох протилежних сценаріїв: максимально можливого виграшу, що відображає оптимістичний підхід, та максимально можливого збитку, що відображає песимістичний підхід. При застосуванні критерію Гурвіца з використанням матриці виграшів, процес прийняття рішення включає низку послідовних кроків. Спочатку ОПР визначає коефіцієнт песимізму як добуток мінімального

можливого виграшу та вагового множника c, що відображає суб'єктивний ступінь песимізму. Наступним кроком обчислюється коефіцієнт оптимізму як добуток максимального виграшу та коефіцієнта $(1-c)$, що відображає ступінь оптимізму. Оптимальним вважається варіант рішення, що максимізує мінімум із обчислених коефіцієнтів песимізму та оптимізму.

Математично критерій Гурвіца можна представити у вигляді [3,4,6,12]

$$K_{\mathrm{HW}} = \max_i a_{ir}\,, \tag{2.13}$$

де множина оптимальних варіантів (стратегій) визначається як

$$a_{ir} = c\min_j a_{ij} + (1-c)\max_j a_{ij}\,. \tag{2.14}$$

Тоді узагальнений вигляд критерію можна представити у вигляді

$$\mathrm{A}_0 = \left\{ A_{i0} \middle| A_{i0} \in \mathrm{A} \wedge a_{i0} = \max_i \left[c\min_j a_{ij} + (1-c)\max_j a_{ij} \right] \wedge 0 \le c \le 1 \right\}, \tag{2.15}$$

Важливо зазначити варіативність критерію Гурвіца залежно від значення вагового множника c: при $c=0$ критерій трансформується у максимаксний критерій, орієнтований на граничний ризик; при $c=1$ критерій Гурвіца стає ідентичним критерію Вальда, що орієнтується на обережну поведінку. Саме через цю властивість критерій Гурвіца також називають критерієм узагальненого максиміну. Значення вагового множника $0 \le c \le 1$ обирається відповідно до конкретних умов та індивідуальної схильності ОПР до ризику. Універсальність критерію Гурвіца проявляється в його застосовності як до матриці програшів, так і до матриці ризиків. Також варто підкреслити, що критерій Гурвіца доцільно застосовувати за певних умов: при відсутності інформації про ймовірності станів природи, за необхідності

врахування станів зовнішнього середовища, при реалізації обмеженої кількості рішень та допустимості певного рівня ризику.

Проведемо обчислювальний експеримент за використанням критерію Гурвиця. Для вхідних даних прикладу 2.1 за даним критерієм знайдемо варіант, який є оптимальним. Припустимо, що ОПР обрала ваговий множник $c = 0{,}4$. Розрахунки щодо визначення оптимального варіанта представимо у табл. 2.7, у якій до вихідної платіжної матриці гри додано додатковий стовпець зі значеннями співвідношення $a_{ir} = c\min\limits_{j} a_{ij} + (1-c)\max\limits_{j} a_{ij}$, серед яких обрано $\max\limits_{i} a_{ir}$.

Таблиця 2.7 – Визначення оптимального варіанту за критерієм Гурвіца

	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$	$a_{ir} = c\min\limits_{j} a_{ij} + (1-c)\max\limits_{j} a_{ij}$
A_1	19	13	12	14	13,5	16,2
A_2	17	14,5	13	12,5	15,5	15,2
A_3	12	10	8	11	12	10,4
A_4	9	1	70	60	80	**48,4**

За результатами розрахунків на основі вхідних даних, представлених у табл. 2.7, при значенні вагового множника $c = 0{,}4$, критерій Гурвіца рекомендує обрати стратегію A_4. Примітно, що даний вибір оптимального варіанту збігається з рекомендаціями за критеріями максимаксу, песимізму та Севіджа, що підтверджує обґрунтованість рішення та універсальність варіанту A_4 для даного прикладу.

Критерій добутків. Критерій добутків являє собою більш складний підхід до встановлення необхідного балансу при прийнятті рішень в умовах невизначеності, порівняно з попередньо розглянутими критеріями. Основна концепція цього критерію ґрунтується на принципі пропорційної компенсації: чим більшою є величина потенційних втрат в одній ситуації,

тим значнішою має бути відповідна «компенсація» в іншій ситуації для ОПР. Ця особливість уподобань ОПР знаходить своє відображення в критерії добутків, який фокусується на додатних значеннях виграшів a_{ij}. Методологія застосування критерію добутків передбачає використання оціночної функції, яка математично визначається як добуток усіх можливих виграшів для кожного окремого варіанту. Формально, оціночна функція за критерієм добутків визначається як

$$K_{\text{Р}} = \max_i a_{ir}, \;\; i = \overline{1,m}, \tag{2.16}$$

де a_{ir} – множина оптимальних варіантів, яка визначається у вигляді

$$a_{ir} = \prod_{j=1}^{n} a_{ij}, \;\; i = \overline{1,m}. \tag{2.17}$$

В результаті, узагальнений вигляд критерію можна представити як

$$\text{A}_0 = \left\{ A_{i0} \middle| A_{i0} \in \text{A} \;\wedge\; a_{i0} = \max_i \prod_j a_{ij} \;\wedge\; a_{ij} > 0 \right\}. \tag{2.18}$$

Даний метод дозволяє визначити оптимальний варіант рішення, орієнтуючись на максимізацію добутку всіх можливих результатів для кожної стратегії.

Важливо зазначити, що розглянуті критерії є найбільш часто використовуваними в практиці прийняття рішень в умовах повної невизначеності. Кінцевий вибір оптимального критерію залишається за ОПР, яка керується власною позицією щодо прийнятного рівня ризику та специфічними умовами, в яких можливе застосування кожного критерію. Також варто підкреслити, що наведені класичні критерії прийняття рішень є

лише одним із підходів до прийняття рішень в умовах невизначеності, і в практичних ситуаціях часто використовується комплексний аналіз з урахуванням різних критеріїв.

Крім ситуацій повної невизначеності, існують також спеціалізовані критерії для прийняття рішень в умовах часткової невизначеності, які значно розширюють інструментарій для аналізу складних управлінських проблем та будуть докладно розглянуто в наступному пункті роботи.

2.2.2 Методологія прийняття рішення в умовах ризику (часткової невизначеності)

Ситуація в умовах часткової невизначеності виникає якщо ОПР при прийнятті рішення моє додаткову інформацію, яка стосується ймовірності появи станів зовнішнього середовища $П_j$. Характерною рисою прийняття рішення в умовах часткової невизначеності – це можливість отримання інформації в результаті деякого статичного експерименту для оцінки розподілу ймовірностей стратегій природи. Дослідження механізму випадкового вибору стратегії природи дозволяє прийняти оптимальне рішення, яке буде найкращім рішенням в грі з природою.

Критерій Байєса–Лапласа. Це один із критеріїв прийняття рішення в умовах часткової невизначеності, що орієнтується на максимізацію середнього очікуваного виграшу.

Даний критерій використовується при наявності підстав думати ОПР, що деякі зі станів природи більш або менш ймовірні стосовно інших. Нехай q_j – ймовірність появи зовнішнього стану $П_j$; тоді для критерію Байєса–Лапласа маємо [5-8, 20]

$$K_{BL} = \max_i a_{ir}, \qquad (2.19)$$

$$a_{ir} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j , \tag{2.20}$$

$$\mathrm{A}_0 = \left\{ A_{i0} \middle| A_{i0} \in \mathrm{A} \ \wedge \ a_{i0} = \max_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j \ \wedge \ \sum_{j=1}^{n} q_j = 1 \right\}. \tag{2.21}$$

Розрахунки щодо визначення оптимального варіанта представимо у наступній таблиці 2.8. Нехай обрані наступні ймовірності появи зовнішнього стану $П_j$ - $q_j = (0.1, 0.2, 0.4, 0.1, 0.2)$. До платіжної матриці гри додано додатковий стовпець зі значеннями співвідношення $a_{ir} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j$, серед яких обрано $\max_i a_{ir}$.

Таблиця 2.8 – Визначення оптимального варіанту за критерієм Байєса-Лапласа

	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$	$a_{ir} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j$
A_1	19	13	12	14	13,5	13,4
A_2	17	14,5	13	12,5	15,5	13,15
A_3	12	10	8	11	12	9,9
A_4	9	1	70	60	80	**51,1**

Отже, за критерієм Байєса-Лапласа рекомендовано в якості оптимального обрати варіант A_4.

Якщо припустити, що поведінка зовнішнього середовища є нейтральною по відношенню до ОПР, то в такому випадку всі стани зовнішнього середовища є рівноймовірними, а, отже стовпець результатів подаватиметься у вигляді

$$a_{ir} = 1/n \sum_{j=1}^{n} a_{ij} . \qquad (2.22)$$

В такій ситуації в якості оптимального варіанту обирається такий, якому відповідає максимальне середнє значення. Критерій такого типу називається нейтральним критерієм, критерієм Лапласа – Бернуллі або критерієм недостатньої підстави [5-12, 20].

Розрахунки щодо визначення оптимального варіанта представимо у наступній таблиці 2.9. Нехай обрано наступні ймовірності появи зовнішнього стану $П_j$: $q_j = (0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2)$. До платіжної матриці гри додамо додатковий стовпець зі значеннями співвідношення $a_{ir} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j$, серед яких оберемо $\max_i a_{ir}$.

Таблиця 2.9 – Визначення оптимального варіанту за критерієм Лапласа – Бернуллі

	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$	$a_{ir} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j$
A_1	19	13	12	14	13,5	14,3
A_2	17	14,5	13	12,5	15,5	14,5
A_3	12	10	8	11	12	10,6
A_4	9	1	70	60	80	**44,0**

Отже, згідно з визначеними рівноможливими ймовірностями появи станів зовнішнього середовища, за критерієм Лапласа – Бернуллі рекомендовано обрати стратегію A_4.

Слід зауважити, що критерій Лапласа – Бернуллі та Лапласа – Бернуллі безпосередньо не можна віднести до критеріїв розв'язку задач з частковою

невизначеністю, оскільки його застосовують і в умовах повної невизначеності при експертному припущенні щодо ймовірностей перебування зовнішнього середовища в деякому з своїх станів.

При цьому критерії Байєса-Лапласа та Лапласа-Бернуллі використовуються при наступних умовах:

а) якщо є відомим розподіл ймовірностей появи станів зовнішнього середовища;

б) якщо ймовірності появи станів зовнішнього середовища є сталими величинами;

в) якщо передбачається, що реалізація рішень здійснюється нескінченне число разів.

Критерій Байєса-Лапласа демонструє виняткову надійність та повністю виключає ризики лише за чітко визначених умов. Проте варто зауважити, що будь-які відхилення від цих умов суттєво збільшують ризикованість застосування даного критерію. На відміну від максимінного критерію, підхід Байєса-Лапласа характеризується більш оптимістичними прогнозами, однак одночасно вимагає значно вищого рівня інформованості та передбачає множинні реалізації процесу прийняття рішень. Також необхідно підкреслити, що справжня надійність критерію Байєса-Лапласа забезпечується виключно за умови точного визначення ймовірностей виникнення різних станів зовнішнього середовища. Втім, у реальній практиці такі точні числові значення зазвичай недоступні, що істотно знижує довіру до даного критерію. Саме тому фахівці часто віддають перевагу більш надійному максимінному критерію, який гарантує певний мінімальний результат навіть за найнесприятливіших умов.

Критерій Ходжа–Лемана. З метою покращення гарантованого мінімуму, що забезпечується при використанні критерію мінімаксу, використовується критерій Ходжа-Лемана, який представляє собою зважену лінійну комбінацію критеріїв мінімаксу та Байєса-Лапласа. При цьому оціночна функція за цим критерієм визначається у вигляді

$$K_{HL} = \max_i a_{ir} \tag{2.23}$$

$$a_{ir} = \nu \sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j + (1-\nu) \min_j a_{ij},\ 0 \le \nu \le 1, \tag{2.24}$$

де параметр ν відображає ступінь довіри до розподілу ймовірностей станів середовища, а вагові коефіцієнти $\nu_1 = \nu$ та $\nu_2 = 1-\nu$ відповідають оцінкам за критеріями Байєса-Лапласа та мінімаксу відповідно. Ваговий множник ν у критерії Ходжа-Лемана визначає відносну важливість кожного з критеріїв на підставі яких він будується. Цей множник дозволяє настроїти вплив кожного критерію на підсумкове рішення, враховуючи їхню різну значимість або пріоритетність. Зазвичай вагові множники визначаються з урахуванням експертних оцінок чи аналізу даних, та використовуються для обчислення сумарного балу кожної альтернативи.

Практична реалізація критерію Ходжа-Лемана передбачає розширення початкової матриці рішень $\left\| a_{ij} \right\|$ додатковим стовпцем, який містить середні зважені значення математичного очікування та найменшого результату для кожного рядка. Відповідно до цього критерію, оптимальними вважаються ті варіанти рішень A_{i0}, у рядках яких зафіксовано найбільше значення даного стовпця. Таким чином, множина оптимальних рішень за цим критерієм обирається за правилом

$$\mathrm{A}_0 = \left\{ A_{i0} \middle| A_{i0} \in \mathrm{A} \wedge a_{i0} = \max_i \left[\nu \sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j + (1-\nu) \min_j a_{ij} \right] \wedge 0 \le \nu \le 1 \right\}. \tag{2.25}$$

Критерій Ходжа-Лемана пропонує збалансований підхід до прийняття рішень в умовах невизначеності, дозволяючи враховувати як оптимістичні очікування, властиві критерію Байєса-Лапласа, так і гарантії мінімального результату, що забезпечуються застосуванням максимінного критерію. Це робить його особливо цінним інструментом у ситуаціях, коли існує часткова,

але недостатньо точна інформація про ймовірнісний розподіл станів зовнішнього середовища.

Продемонструємо робою критерію на вихідних даних прикладу 2.1 за двох різних значеннях вагового множника: $\nu = 0{,}3$ або $\nu = 0{,}1$. Нехай також обрано наступні ймовірності появи зовнішнього стану $П_j$: $q_j = (0.1, 0.2, 0.4, 0.1, 0.2)$. Розрахунки щодо визначення оптимального варіанта представимо у таблиці 2.10 (при $\nu = 0{,}3$) та у таблиці 2.11 (при $\nu = 0{,}1$).

Таблиця 2.10 – Визначення оптимального варіанту за критерієм Ходжа-Лемана при $\nu = 0{,}3$

	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$	$a_{ir} = \nu\sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j + (1-\nu)\min_j a_{ij}$
A_1	19	13	12	14	13,5	12,6
A_2	17	14,5	13	12,5	15,5	12,695
A_3	12	10	8	11	12	8,57
A_4	9	1	70	60	80	**16,03**

Таблиця 2.11 – Визначення оптимального варіанту за критерієм Ходжа-Лемана при $\nu = 0{,}1$

	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$	$a_{ir} = \nu\sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j + (1-\nu)\min_j a_{ij}$
A_1	19	13	12	14	13,5	12,14
A_2	17	14,5	13	12,5	15,5	**12,565**
A_3	12	10	8	11	12	8,19
A_4	9	1	70	60	80	6,01

Отже, згідно з обраним значенням вагового множника $\nu = 0{,}3$ за критерієм Ходжа-Лемана рекомендовано обрати стратегію A_4, при зміні значення вагового множника на $\nu = 0{,}1$ рекомендовано обрати стратегію A_2.

Цей критерій можна використовувати у ситуаціях, коли немає достатньої інформації для розрахунку ймовірностей виникнення подій, що впливають на результат, наприклад, у випадку з обмеженою кількістю даних для аналізу, коли важко знайти взаємозв'язки між різними змінними. Критерій знаходить своє застосування у багатьох галузях, включаючи економіку, фінанси, менеджмент та інші. Він дозволяє приймати рішення у ситуаціях невизначеності та ризику, де інші критерії можуть бути менш ефективними.

Критерій мінімуму дисперсії оцінного функціонала. Критерій Ходжа-Лемана відіграє важливу роль у обмеженні появи рішень з неприпустимо низькими значеннями за допомогою максимінного критерію. Цей підхід залишається ефективним навіть у випадках, коли критерій Байєса-Лапласа демонструє високі середні значення. Однак існує альтернативний метод обмеження появи незадовільно малих значень (критерій мінімуму дисперсії оцінного функціонала), який реалізується через контроль величини дисперсії відносно середнього значення, отриманого за критерієм Байєса-Лапласа. Сутність даного методу полягає в тому, що дисперсія D_i i-го рядка матриці рішень слугує кількісною характеристикою розсіювання елементів цього рядка відносно його середнього значення. Принципово важливо розуміти, що зменшення величини дисперсії безпосередньо призводить до зниження ймовірності наявності в рядку та появи в якості рішення малих елементів a_{ij}. Таким чином, контроль дисперсії дозволяє мінімізувати ризик отримання незадовільних результатів. Формалізований вигляд критерію:

$$K_{MD} = \min_i a_{ir}\,, \tag{2.26}$$

$$a_{ir} = \left(\sum_{j=1}^{m} \left(a_{ij} - \sum_{j=1}^{m} a_{ij} q_j \right)^2 q_j \right) \tag{2.27}$$

з дисперсією $D_i = a_{ir} = \left(\sum_{j=1}^{m} \left(a_{ij} - \sum_{j=1}^{m} a_{ij} q_j \right)^2 q_j \right)$ та ймовірностями q_j ($j = \overline{1,m}$) появи відповідних станів зовнішнього середовища. Оптимальним за критерієм вважається рішення з мінімальною дисперсією серед усіх доступних альтернатив. Необхідно зауважити, що критерій мінімуму дисперсії оцінного функціонала у більшості практичних випадків застосовується не як самостійний, а як допоміжний інструмент прийняття рішень. Це пов'язано з тим, що співвідношення $D_i < D_k$ може виконуватися за умови, коли середнє значення i-го рядка виявляється меншим за середнє значення k-го рядка, тобто за умови

$$\sum_{j=1}^{m} a_{kj} q_j >> \sum_{j=1}^{m} a_{ij} q_j \,. \qquad (2.28)$$

Така ситуація може призвести до вибору рішення з меншим середнім значенням, що не завжди відповідає оптимальності за критерієм Байєса-Лапласа. В якості допоміжного інструменту критерій мінімуму дисперсії може ефективно застосовуватися, наприклад, до тих альтернатив, значення критерію Байєса-Лапласа яких перевищує певний наперед заданий поріг. Також він доводить свою корисність при аналізі альтернатив, що демонструють однакові або близькі значення критерію Байєса-Лапласа, дозволяючи здійснити остаточний вибір на основі стабільності результатів.

У сучасній теорії прийняття рішень розроблено ряд модифікацій критерію мінімуму дисперсії, які враховують розсіювання значень не відносно середнього, а відносно інших характеристик розподілу. Зокрема, заслуговують на увагу модифікації, що оцінюють відхилення від найбільшого значення або від найбільш імовірного значення. Такі підходи дозволяють адаптувати критерій до специфічних умов конкретної задачі прийняття рішень та підвищити його практичну цінність.

Критерій Гермейєра. Даний критерій представляє собою особливий інструмент в арсеналі методів прийняття рішень, що відзначається підвищеною еластичністю порівняно з іншими критеріями. Його визначальною характеристикою є спрямованість на оцінку потенційних втрат, тобто він функціонує у площині від'ємних значень всіх результатів a_{ij}, тобто $a_{ij} < 0$. Ця особливість робить зазначений критерій надзвичайно корисним при аналізі ризикових ситуацій, коли першочергове значення надається мінімізації можливих негативних наслідків.

Математично оціночна функція критерію Гермейєра виражається у вигляді

$$K_{\mathrm{G}} = \max_i a_{ir}, \tag{2.29}$$

$$a_{ir} = \min_j a_{ij} q_j \tag{2.30}$$

як добуток ймовірності q_j ($j = \overline{1,m}$) настання певного j-го стану зовнішнього середовища та відповідного результату a_{ij}. При цьому, оптимальним вважається варіант, що максимізує найменший з таких добутків серед усіх можливих альтернатив:

$$\mathrm{A}_0 = \left\{ A_{i0} \middle| A_{i0} \in \mathrm{A} \wedge a_{i0} = \max_i \min_j a_{ij} q_j \wedge a_{ij} < 0 \right\}. \tag{2.31}$$

Такий підхід дозволяє одночасно враховувати як величину потенційного збитку, так і ймовірність його виникнення, забезпечуючи більш збалансовану оцінку ризиків.

Практична реалізація критерію Гермейєра передбачає доповнення стандартної матриці рішень $\| \mathrm{a}_{ij} \|$ додатковим стовпцем, що містить мінімальні добутки наявних результатів на відповідні ймовірності станів $П_j$

зовнішнього середовища для кожного рядка. Відтак, оптимальними вважаються ті варіанти A_{i0}, у рядках яких зафіксовано найбільше значення a_{ir} цього допоміжного стовпця. Такий механізм вибору забезпечує мінімізацію ризику при заданих обмеженнях.

Важливо відзначити, що критерій Гермейєра можна розглядати як узагальнення більш відомого мінімаксного критерію. Зокрема, у випадку рівномірного розподілу ймовірностей станів зовнішнього середовища ($q_j = 1/n, \quad j = 1,...,n$) критерій Гермейєра стає ідентичним критерію мінімаксу. Це свідчить про його теоретичну обґрунтованість та універсальність застосування в різних умовах невизначеності. Однак, необхідно враховувати, що надійність критерію Гермейєра суттєво залежить від точності визначення ймовірностей появи різних станів зовнішнього середовища. Крім того, даний критерій передбачає багаторазову реалізацію процесу прийняття рішень, що дозволяє апелювати до статистичної стійкості результатів. За відсутності точних ймовірнісних оцінок або при одноразовій реалізації рішення застосування критерію Гермейєра може призвести до невиправдано високого рівня ризику. У таких випадках доцільніше звернутися до більш консервативних критеріїв, орієнтованих на гарантований результат. Отже, критерій Гермейєра представляє собою потужний інструмент підтримки прийняття рішень в умовах невизначеності, особливо цінний при аналізі ризикових ситуацій з потенційними економічними втратами. Водночас, його ефективне застосування вимагає належного інформаційного забезпечення та розуміння обмежень, які характерні для цього методу.

Розрахунки щодо визначення оптимального варіанта при ймовірності появи станів зовнішнього середовища $П_j$: $q_j = (0.1, 0.2, 0.4, 0.1, 0.2)$ та коефіцієнту b = 81 для виконання умови $a_{ij} < 0$, представимо у наступній таблиці 2.12.

Таблиця 2.12 – Визначення оптимального варіанту за критерієм Гермейєра

	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$	$a_{ir} = \min_j a_{ij} q_j$
A_1	-62	-68	-69	-67	-67.5	-27,6
A_2	-64	-66.5	-68	-68.5	-65,5	**-4,09**
A_3	-69	-71	-73	-70	-69	-29,2
A_4	-72	-80	-11	-21	-1	-16,0

Отже, за результатами, поданими в табл.2.12, за критерієм Гермейєра рекомендовано в якості оптимального обрати варіант A_2.

Критерій Байєса-Лапласа (мінімаксу). Даний критерій являє собою комплексний інструмент прийняття рішень, що бере свій початок від класичного критерію Байєса-Лапласа. Ключова особливість даного критерію полягає в його здатності компенсувати неточність емпірично встановленого розподілу ймовірностей станів зовнішнього середовища, що використовується в критерії Байєса-Лапласа. З одного боку, ця неточність призводить до певного послаблення класичного критерію, проте з іншого боку, завдяки встановленню чітких меж допустимого ризику та застосуванню принципів критерію мінімаксу, забезпечується необхідна гнучкість у процесі прийняття рішень. Математична формалізація даного критерію починається з визначення опорного значення, що задається мінімаксним критерієм:

$$K_{\text{ММ}} = \max_i \min_j a_{ij} = a_{i_0 j_0}, \tag{2.32}$$

де i_0 и j_0 – індекси, що оптимізують, для варіантів рішень та, відповідно, станів, що розглядаються.

Базуючись на цьому опорному значенні $a_{i_0 j_0}$ та використовуючи заданий рівень допустимого ризику $\varepsilon_{\text{доп}} > 0$, формується множина згоди

$$I_1 := \left\{ i \middle| i \in \{1,...,m\} \wedge a_{i_0 j_0} - \min_j a_{ij} \le \varepsilon_{\text{доп}} \right\}, \qquad (2.33)$$

що є підмножиною множини індексів $\{1,...,m\}$ альтернативних рішень. Величина ризику $\varepsilon_i := a_{i_0 j_0} - \min_j a_{ij}$ для всіх елементів цієї множини $i \in I_1$ характеризує максимально можливі втрати порівняно з опорним значенням $a_{i_0 j_0}$, визначеним за мінімаксним критерієм.

Важливо відзначити, що прийняття певного рівня ризику відкриває можливості для потенційного збільшення виграшу порівняно з тим, що забезпечується мінімаксним критерієм. Саме тому формується додаткова виграшна множина

$$I_2 := \left\{ i \middle| i \in \{1,...,m\} \wedge \max_j a_{ij} - \max_j a_{i_0 j} \ge a_{i_0 j_0} - \min_j a_{ij} = \varepsilon_i \right\}. \qquad (2.34)$$

яка також є підмножиною множини індексів $\{1,...,m\}$ альтернативних рішень. Перетин $I_1 \cap I_2$ множини згоди та виграшної множини включає лише ті варіанти рішень, для яких можливі втрати в певних станах зовнішнього середовища компенсуються щонайменше еквівалентним приростом виграшу в інших станах.

Практична реалізація критерію Байєса-Лапласа (мінімаксу) передбачає доповнення матриці рішень трьома додатковими стовпцями. Перший містить математичні очікування для кожного рядка, другий відображає різниці між опорним значенням та найменшим елементом відповідного рядка, а третій стовпець фіксує різниці між найбільшим значенням кожного рядка та найбільшим значенням того рядка, в якому знаходиться опорне значення.

Оптимальними вважаються ті варіанти, рядки яких демонструють найвище математичне очікування за умови, що відповідне значення з другого стовпця не перевищує заданий рівень ризику, а значення з третього стовпця перевищує значення з другого:

$$\mathrm{A}_0 := \left\{ A_{i0} \middle| A_{i0} \in \mathrm{A} \wedge a_{i0} = \max_{i \in I_1 \cap I_2} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j \right\}. \qquad (2.35)$$

Рівень допустимого ризику в даному критерії відіграє роль ключового параметра, що визначає ступінь прийнятної для ОПР невизначеності. Цей параметр встановлюється на основі індивідуальних уявлень про допустимі ризики та потенційні наслідки прийнятих рішень, що надає критерію високу адаптивність до специфічних умов конкретних задач.

Універсальність критерію Байєса-Лапласа (мінімаксу) проявляється в його здатності ефективно функціонувати як з матрицями виграшів, так і з матрицями втрат, що значно розширює сферу його практичного застосування. Цей критерій забезпечує збалансований підхід до прийняття рішень, поєднуючи переваги критерію Байєса-Лапласа щодо врахування ймовірнісного розподілу станів зовнішнього середовища з надійністю мінімаксного критерію в частині обмеження потенційних втрат.

Критерій Байєса-Лапласа (Севіджа). Даний критерій є комбінацією критерію Байєса-Лапласа з критерієм Севіджа. За опорну величину приймається значення визначене за критерієм Севіджа, отже

$$K_{\mathrm{S}} = \min_i \left[\max_j \left(\max_i a_{ij} - a_{ij} \right) \right] = e_{i_0 j_0}, \qquad (2.36)$$

де $e_{ij} = \max_i a_{ij} - a_{ij}$.

Тоді перша індексна множина визначається наступним чином:

$$I_1 := \left\{ i \middle| i \in \{1,\ldots,m\} \wedge \max_j e_{ij} - e_{i_0 j_0} \le \varepsilon_{\text{доп}} \right\}, \tag{2.37}$$

де $\max_j e_{ij} - e_{i_0 j_0} = \varepsilon_{\text{і}}$; через $\varepsilon_{\text{доп}} > 0$ визначається припустима границя ризику.

Друга індексна множина визначається як

$$I_2 := \left\{ i \middle| i \in \{1,\ldots,m\} \wedge \min_j e_{i_0 j} - \min_j e_{ij} \ge \varepsilon_i \right\}. \tag{2.38}$$

Для визначення E_0 маємо:

$$\text{E}_0 := \left\{ E_{i0} \middle| E_{i0} \in \text{E} \wedge e_{i0} = \min_{i \in I_1 \cap I_2} \sum_j e_{ij} q_j \right\}. \tag{2.39}$$

Порівняння результатів вибору альтернатив за допомогою різних критеріїв показує, що найкраща альтернатива залежить від методу її визначення, який враховує індивідуальні переваги ОПР.

2.3 Методологія прийняття рішень при нечіткій початковій інформації

У сучасних умовах прийняття управлінських рішень характеризується значною невизначеністю початкової інформації. Цілі, альтернативи, обмеження та критерії вибору зазвичай мають суб'єктивний характер і не піддаються чіткому та однозначному визначенню [8, 20]. Традиційний математичний апарат, що ґрунтується на теорії множин і двозначній логіці, виявляється недостатньо гнучким для моделювання реальних складних систем, оскільки не забезпечує адекватного опису понять з невизначеним сенсом, якими оперує людина в процесі мислення. У відповідь на окреслену

проблему американським математиком Леоном Заде розроблено теорію нечітких множин (fuzzy sets), яка надає математичний інструментарій для моделювання невизначених понять та являє собою фундамент для розвитку методів прийняття рішень в умовах нечіткої вхідної інформації [23]. Крім того, використання нечітких відношень в моделюванні процесів прийняття рішень ще й надає суттєві переваги, забезпечуючи можливості для моделювання плавної, поступової зміни властивостей досліджуваних складних об'єктів (процесів), відображення невідомих функціональних залежностей, виражених через якісні зв'язки, і, тим самим, адекватніше представляти вхідну інформацію порівняно зі звичайними «чіткими» відношеннями. Особливу цінність нечіткі методи мають у випадках, коли значна частина інформації про досліджувану систему (об'єкт, процес, явище) надходить від експертів. Така інформація зазвичай має суб'єктивний характер, виражається природною мовою і містить численні невизначеності (наприклад, «великий», «середнього розміру», «дуже застарілий»), які неможливо однозначно формалізувати в межах традиційної математики. Саме методи нечіткої логіки дозволяють опрацьовувати зазначеного типу інформацію у сучасній теорії прийняття рішень.

Розглянемо детальніше основні групи методів прийняття рішень за нечіткої вхідної інформації та їх практичне застосування [8, 16, 20]. Перша група включає методи прийняття рішень одним експертом, які застосовуються в ситуаціях, коли відповідальність за прийняття рішення покладається на одну особу з високим рівнем компетенції у відповідній галузі. Такий підхід характеризується відносною простотою реалізації та оперативністю, оскільки не вимагає координації думок кількох фахівців. Проте водночас він обмежений суб'єктивним баченням однієї особи, що може призвести до недостатньо збалансованих рішень. Методи цієї групи особливо ефективні для вирішення вузькоспеціалізованих технічних задач, а також у ситуаціях, що вимагають швидкого реагування, коли немає можливості організувати колективне обговорення. Прикладом практичного

застосування може слугувати експертне оцінювання інвестиційних проектів, коли досвідчений фінансовий аналітик, використовуючи нечіткі критерії, формує рекомендації щодо доцільності інвестування. Друга група охоплює методи прийняття рішень групою експертів з ваговими коефіцієнтами, які відображають відносну важливість або компетентність кожного учасника експертної групи. Ці методи дозволяють інтегрувати різноманітні погляди та знання фахівців з різних галузей, при цьому враховуючи їхню кваліфікацію та досвід через відповідні вагові коефіцієнти. Застосування таких методів доцільне при вирішенні міждисциплінарних проблем, які вимагають всебічного аналізу. Більше того, вони часто використовуються у стратегічному плануванні, коли необхідно прогнозувати довгострокові тенденції розвитку галузей економіки або технологій. Варто зазначити, що складність цих методів полягає у необхідності обґрунтованого визначення вагових коефіцієнтів, які можуть суттєво вплинути на кінцевий результат. У бізнес-практиці ці методи знаходять застосування, наприклад, при формуванні корпоративної стратегії розвитку, коли думки представників різних підрозділів компанії враховуються відповідно до їхнього досвіду та позиції. Третя група включає методи прийняття рішень з групою експертів, що характеризуються нечітким відношенням нестрогої переваги. Особливістю цих методів є те, що вони дозволяють працювати з експертними оцінками, які виражені у формі часткового впорядкування альтернатив без необхідності їх кількісної оцінки. Таким чином, експерти можуть висловлювати свої переваги у природній формі, вказуючи, що одна альтернатива краща за іншу, гірша або рівноцінна їй. Ці методи надзвичайно гнучкі та зручні для використання в умовах, коли експертам складно надати кількісні оцінки, проте вони можуть сформулювати відносні переваги. Саме тому вони широко застосовуються при вирішенні проблем, де значну роль відіграють якісні чинники, які важко піддаються кількісній оцінці. Як приклад можна навести процес прийняття рішень щодо вибору варіантів містобудівного розвитку території, коли враховуються нечіткі вимоги різних

зацікавлених сторін – від місцевих мешканців до підприємців та представників муніципальної влади.

Вибір конкретного методу прийняття рішень залежить від специфіки задачі, доступних ресурсів та часових обмежень. При цьому важливо зазначити, що незалежно від обраного методу, використання математичного апарату нечітких множин дозволяє значно підвищити адекватність моделей прийняття рішень в умовах невизначеності. Більше того, сучасні інформаційні технології надають можливість автоматизувати процеси обробки нечіткої інформації, що робить ці методи доступними для широкого кола фахівців-практиків. Слід також підкреслити, що використання методів прийняття рішень за нечіткої вхідної інформації дозволяє перейти від механічної формалізації процесів управління до більш гнучких підходів, які враховують специфіку людського мислення та природу експертних знань. Це особливо важливо в епоху зростаючої складності та взаємозалежності економічних, соціальних та технологічних систем, коли традиційні методи прийняття рішень часто виявляються недостатньо ефективними.

Розкриємо теоретичні засади методології теорії нечітких множин при моделюванні процесів прийняття рішень та наведемо використовувані ключові поняття та визначення. Будемо розглядати множину X чітко описаних альтернатив, вважаючи, що на ній є заданим нечітке відношення нестрогої переваги R із функцією належності μ_R. В такому випадку функцією належності, яка визначає нечітку підмножину недомінованих альтернатив множини (X,μ_R), буде функція виду $\mu_R^{nd}(x) = 1 - sup_{y \in X} \mu_R^S(y,x)$ за умови, що

$$\mu_R^S(u_i,u_j) = \begin{cases} \mu_R(u_i,u_j) - \mu_R(u_j,u_i), \mu_R(u_i,u_j) > \mu_R(u_j,u_i), \\ 0, \mu_R(u_i,u_j) \le \mu_R(u_j,u_i). \end{cases}$$

При цьому, функція належності $\mu_R^{nd}(x)$ відображає ступінь недомінованості виділеної альтернативи x. В такому випадку будемо вважати раціональним вибір альтернатив з найбільшим ступенем належності нечіткій множині μ_R^{nd} недомінованих альтернатив. Також вважатимемо максимальними

недомінованні альтернативи множини X із заданим на ній нечітким відношенням μ_R, тобто $X^{nd} = \{\frac{x}{x} \in X, \mu_R^{nd}(x) = sup_{z \in X} \mu_R^S(z)\}$.

Розглянемо детальніше методологію розв'язання задачі прийняття рішення з одним експертом, яка розглядається у випадках, коли відповідальність за прийняття рішення покладається на одну особу з високим рівнем компетенції у відповідній галузі [20, 23]. Нехай є заданими множина альтернатив $U = \{u_1, u_2, ..., u_n\}$ та нечітке відношення нестрогої переваги R на зазначеній множині U з функцією належності виду $\mu_R(u_i,u_j) \in [0,1]$, яке є рефлексивним та для якого $\mu_R(u_i, u_i) = 1$ для всіх $u_i \in U$. Потрібно здійснити раціональний вибір найбільш переважних альтернатив з множини U.

Процес вирішення представленої задачі прийняття рішень реалізується через виконання наступних послідовних етапів.

Етап 1. На основі наданого експертом відношення переваги R будується нове нечітке відношення строгої переваги R^S, яке визначається функцією $\mu_R^S(u_i,u_j) = \begin{cases} \mu_R(u_i,u_j) - \mu_R(u_j,u_i), \mu_R(u_i,u_j) > \mu_R(u_j,u_i), \\ 0, \mu_R(u_i,u_j) \le \mu_R(u_j,u_i). \end{cases}$

Етап 2. Формування нечіткої підмножини $U_R^{nd} \subset U$, яке визначається функцією $\mu_R^{nd}(u_i) = \min_{u_j \in U}\{1 - \mu_R^S(u_j,u_i)\} = 1 - \max_{u_j \in U}\{\mu_R^S(u_j,u_i)\}, u_i \in U$.

Етап 3. На підставі отриманих на етапах 1, 2 функцій здійснюється вибір шуканої оптимальної альтернативи u^* за правилом $u^* = \arg\max_{u_i \in U} \mu_R^{nd}(u_i)$. Таким чином, здійснено раціональний вибір найбільш переважних (оптимальних) альтернатив з заданої множини.

При цьому потрібно зауважити, що у випадку, коли найбільшу степінь недомінування має не одна, а декілька альтернатив, ОПР сама обиратиме одну з них. Також є можливим розширити коло експертів при формуванні початкових даних задачі та повторити розв'язання.

Розглянемо практичне використання методу розв'язання задачі прийняття рішення з одним експертом на наступному прикладі. Нехай на

множині $U = \{u_1, u_2, u_3\}$ є заданим нечітке відношення нестрогої переваги R у вигляді матриці $M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0.3 \\ 1 & 1 & 0.9 \\ 0.6 & 0.5 & 1 \end{pmatrix}$. Здійснимо, за використанням наведеного алгоритму, раціональний вибір найбільш переважних альтернатив з заданої множини U. Матрицю відношення R^S приведемо до вигляду $M_R^S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0.4 \\ 0.3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, визначимо основні показники за алгоритмом та результати обчислень представимо у табл. 2.13.

Таблиця 2.13 – Вибір оптимальної альтернативи

	u_1	u_2	u_3
$\max\limits_{u_j \in U}\{\mu_R^S(u_j, u_i)\}$	1	0	0.4
$\mu_R^{nd}(u^*)$	0	1	0.6

Оскільки $\mu_R^{nd}(u_2)=1$, то оптимальною (переважною) буде альтернатива $u^* = u_2$.

Розглянемо методологію розв'язання задачі прийняття рішення групою експертів [23]. Припустимо, що мається множина альтернатив виду $U = \{u_1, u_2, ..., u_n\}$ та є заданим нечітке відношення нестрогої переваги R_k на множині U альтернатив з функцією належності $\mu_{Rk}(u_i,u_j) \in [0,1]$. У свою чергу, R_k обчислює результат опитування k-го експерта, враховуючи його ступінь впливу, який представлений ваговим коефіцієнтом λ_k , причому $0 \le \lambda_k \le 1$ та $\sum\limits_{k=1}^{n} \lambda_k = 1$. Потрібно здійснити раціональний вибір найбільш переважних альтернатив.

Процес вирішення представленої задачі прийняття рішень реалізується через виконання наступних послідовних етапів.

Етап 1. На основі наданих експертами відношень переваг R_i (i=1,2,…n) будується нове нечітке відношення переваги P, яке являє собою згортку окремих відношень переваг.

Етап 2. Формування асоційованого відношення строгої переваги P^S на основі побудованого на першому етапі відношення переваги P.

Етап 3. На основі попередніх етапів, коли сформовано нечітке відношення переваги P, визначається нечітка підмножина недомінованих альтернатив U_P^{nd}.

Етап 4. Визначається опукла згортка відношень $R_{k..}$

Етап 5. Для нового відношення переваги Q, отриманого на попередньому етапі, формується асоційоване відношення строгої переваги Q^S.

Етап 6. Визначається нечітка підмножина недомінованих альтернатив U_Q^{nd}, яка є асоційованою з відношенням переваги Q.

Етап 7. Формується перетин раніше визначених множин недомінованих альтернатив.

Етап 8. Виконується ранжування альтернатив за значеннями μ_R^{nd} (u*) та здійснюється вибір оптимальної альтернативи u*.

Таким чином, алгоритми на основі нечіткої логіки, які оперують нечіткими інструкціями, що широко застосовуються у багатьох галузях людської діяльності, забезпечують можливість моделювання наближених міркувань. Це робить їх ефективним інструментарієм для аналізу складних систем і процесів прийняття рішень, де традиційні кількісні методи виявляються недостатньо ефективними.

3 АЛГОРИТМІЗАЦІЯ ПРОЦЕСУ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕННЯ В УМОВАХ НЕПОВНОЇ ТА НЕЧІТКОЇ ІНФОРМАЦІЇ

В даному розділі кваліфікаційної роботи наводиться опис основних етапів розробленого алгоритму здійснюваних в роботі досліджень, який дозволяє враховувати різні типи невизначеності, включаючи нечіткість вхідних даних, ситуації невизначеності та ризику, представляються приклади застосування розробленого алгоритму до розв’язання практичних задач прийняття рішень.

3.1 Опис вхідних даних процесу прийняття рішення за досліджуваною проблемною ситуацією. Передмодельний аналіз проблемної ситуації

Прийняття рішення в умовах неповної та нечіткої інформації (раціональної невизначеності) здійснюється на основі наступної вхідної інформації:

- попереднього формулювання проблеми;
- визначення цілей операції і вибору відповідних критеріїв оптимальності;
- виявлення і формулювання дисциплінуючих умов (врахування обмежуючих чинників на часовий, економічний, юридичний та інший ресурс;
- складання можливо повнішого списку альтернатив (не менше двох) для прийняття рішення і попередній їх аналіз з метою відкидання явно неефективних;
- збір необхідної інформації і прогнозування змін параметрів операції в майбутньому;

- опису ситуації, яка відповідає рівню забезпеченості ОПР (зазвичай посадова особа або фахівець певної кваліфікації або група осіб) інформацією про стани зовнішнього середовища по відношенню до об'єкта дослідження (в умовах визначеності зусилля ОПР зводяться до побудови кращого, на його думку, варіанта рішення, проте на практиці ці умови часто не виконуються, що змушує приймати рішення в умовах свідомо неповної (та/або суперечливої, та/або розпливчастої) інформації, тобто в умовах невизначеності). Структура процесу прийняття рішень на невизначеної ситуації багато в чому зумовлена тим, з якого виду невизначеністю стикається суб'єкт, який приймає рішення;
- проведеного аналізу невизначеності, як міри поінформованості конкретної ОПР. Виділяють наступні типи невизначеності:
  1) природні невизначеності,
  2) невизначеності, пов’язані з нечіткою вхідною інформацією (в ситуаціях прийняття рішень альтернативи, обмеження та критерії вибору зазвичай є суб’єктивними та такими, що не можуть бути визначеними чітко та однозначно, тому виникає необхідність використання нечіткої логіки, нечітких множин та нечітких відношень).

3.2 Алгоритм процесу формалізації та розв’язання задачі прийняття рішення в умовах неповної та нечіткої інформації

Враховуючи наявність зазначеної вхідної інформації, можна описати алгоритм прийняття рішення в умовах неповної та нечіткої інформації наступною послідовністю кроків.

Крок 1. Аналіз обмежень на часовий чи інший ресурс. Якщо ОПР жорстко обмежений часом чи іншим ресурсом, він виробляє рішення

обмежуючись розглядом раціональної невизначеності, виходячи з наявної інформації, покладаючись свої знання, досвід та інтуїцію і процес прийняття рішення закінчується (перехід кроку 6). Якщо ОПР не жорстко обмежена часом чи іншим ресурсом, то ОПР прагне реалізувати раціональний процес прийняття рішення, потребує застосування спеціального інструментарію (перехід кроку 2).

Крок 2. На основі проведеного аналізу інформації та ступеня невизначеності, як міри поінформованості конкретної ОПР про стан вхідних даних для здійснення прийняття рішення, ОПР самостійно або за допомогою суб'єктів (структур та інструментів), що здійснюють підтримку її діяльності, прагне знизити рівень наявної невизначеності і тому структурує наявні відомості, прагне отримати додаткову інформацію, знову структурує знання, що знаходяться в його розпорядженні і т.ін. Проте настає момент, коли ОПР змушена завершити спроби знизити рівень невизначеності ситуації, при цьому, зазвичай, ті чи інші компоненти невизначеності залишаються. На цьому етапі виділяються наступні випадки:

- ситуація характеризується повною невизначеністю щодо зовнішніх умов, у яких відбувається ППР (перехід до кроку 3),
- ситуація характеризується частковою невизначеністю щодо зовнішніх умов, у яких відбувається ППР (перехід до кроку 4),
- ситуація характеризується нечіткістю інформації щодо зовнішніх умов, у яких відбувається ППР (перехід до кроку 5).

Крок 3. ОПР переходить до розробки та оцінювання множини можливих, на його думку, альтернатив і формуванню матриці корисності рішень (виділяється не менше двох альтернатив), серед яких немає однозначно кращої альтернативи, і він змушений зробити вибір, враховуючи тим самим наявну природну (раціональну) невизначеність і суб'єктивну (конкретну або індивідуальну) ОПР, причина виникнення якої обумовлена індивідуальними особливостями конкретної ОПР (підпункт 2.2.1):

- якщо ОПР схильна до крайнього песимізму і хоче отримати гарантований результат, то для визначення оптимального варіанту рішення використовується критерій мінімаксу (Вальда) в основу якого проложено гіпотезу антагонізму, за якою ОПР виходить із припущення, що середовище у відношенні до неї поводиться найгіршим чином (приклад застосування наведений в таблиці 2.3);
- якщо ОПР схильна до рішень азартного гравця, то для визначення оптимального варіанту рішення використовується критерій максимаксу, в основу якого покладена гіпотеза про поведінку сприятливого до ОПР зовнішнього середовища (приклад застосування наведений в таблиці 2.4);
- якщо ОПР схильна до песимістичних рішень, то для визначення оптимального варіанта рішення використовується критерій мініміну, в основу якого покладено гіпотезу про поведінку дуже несприятливої до ОПР зовнішньої середовища (приклад застосування наведений в таблиці 2.5);
- якщо ОПР дотримується позиції щодо песимізму, то для визначення оптимального варіанту рішення використовується критерій мінімаксних шкодувань або критерій Севіджа, який дає можливість ОПР враховувати не тільки очікувані втрати, а й можливість появи найгіршого сценарію розвитку подій та дозволяє ОПР вибрати таку стратегію, яка мінімізує можливість отримання найгіршого результату (приклад застосування наведений в таблиці 2.6);
- якщо ОПР дотримується позиції між крайнім песимізмом і крайнім оптимізмом, то для визначення оптимального варіанта вирішення використовується критерій песимізму-оптимізму Гурвіца, який базується на визначеному середньому результаті (приклад застосування наведений в таблиці 2.7);
- якщо ОПР потрібен баланс, між величиною очікуваних втрат в одній із ситуацій, з необхідною «компенсацією» в іншій ситуації, то

зазначену особливість у перевагах ОПР дозволяє враховувати (у певній мірі) критерій добутків, який базується на визначеному оптимальному результаті коли матриця корисності має лише елементи, які є більшими за нуль.

Перехід до кроку 6.

Крок 4. ОПР переходить до розробки та оцінювання множини можливих, на його думку, альтернатив та формування матриці корисності рішень, серед яких немає однозначно кращої альтернативи, і вона змушена зробити вибір, враховуючи тим самим наявну природну (раціональну) часткову невизначеність, коли є можливість отримання інформації в результаті деякого статичного експерименту для оцінки розподілу ймовірностей станів природи та суб'єктивну невизначеність, причина виникнення якої обумовлена індивідуальними особливостями конкретного ОПР (підпункт 2.2.2):

- якщо ОПР орієнтується на максимізацію середнього очікуваного виграшу, то для визначення оптимального варіанту рішення використовується критерій Байєса-Лапласа, який використовується при наявності підстав думати ОПР, що деякі зі станів природи більш або менш ймовірні стосовно інших (приклад застосування наведений в таблиці 2.8);
- якщо ОПР керується припущенням про нейтральну поведінку зовнішнього середовища до ОПР, то для визначення оптимального варіанту рішення використовується критерій Лапласа – Бернуллі, який використовується при наявності підстав думати ОПР, що всі стани зовнішнього середовища з'являються з однаковою ймовірністю (приклад застосування наведений в таблиці 2.9);
- якщо ОПР керується припущенням, що гарантований мінімум, який отримується при використанні критерію мінімаксу можна спробувати збільшити за рахунок використання зваженої лінійної комбінації критеріїв мінімаксу та Байєса – Лапласа, то для

визначення оптимального варіанту рішення використовується критерій Ходжа-Лемана, який використовується при застосуванні вагового множника, який визначає відносну важливість кожного з критеріїв на підставі яких він будується. Цей множник дозволяє настроїти вплив кожного критерію на підсумкове оптимальне рішення, враховуючи їхню різну значимість або пріоритетність з погляду ОПР. Зазвичай вагові множники визначаються з урахуванням експертних оцінок чи аналізу даних (приклад застосування наведений в таблиці 2.10);

– якщо ОПР керується бажанням обмеження появи малих значень через величину дисперсії щодо середнього значення, то для визначення оптимального варіанту рішення використовується критерій мінімуму дисперсії (приклад застосування наведений в таблиці 2.11);
– якщо ОПР орієнтується при порівнянні альтернатив, що рішення приймається на основі найбільшого “вкладу” (в вигляді окремого доданку) в середні очікувані «витрати» для кожного рішення, то для визначення оптимального варіанту рішення використовується критерій Гермейєра, який є орієнтованим на величини втрат у матриці корисності (приклад застосування наведений в таблиці 2.12);
– якщо ОПР має низький ступень довіри до розподілу ймовірностей станів природи $\mathbf{q} = (q_1, ..., q_n)$, який застосовується при визначенні критерію Байєса- Лапласа бо встановлюється емпірично, а, отже, визначається неточно і завдяки цьому відбувається ослаблення критерію, то за допомогою застосування критерію мінімаксу забезпечується відповідна свобода дій завдяки задавання границь для ризику, то для визначення оптимального варіанту рішення використовується критерій Байєса - Лапласа (мінімаксу);

– якщо ОПР притримується позиції відносного песимізму та орієнтується на максимізацію середнього очікуваного виграшу при низькому ступені довіри до розподілу ймовірностей станів природи, що встановлюється емпірично, то для визначення оптимального варіанту рішення використовується критерій Байєса–Лапласа (Севіджа).

Перехід до кроку 6.

Крок 5. ОПР переходить до визначення експерта (експертної групи) для формування на множині чітко описаних альтернатив нечіткого відношення нестрогої переваги R із функцією належності μ_R (пункт 2.3) за алгоритмами розв'язання задачі прийняття рішення з одним експертом, або групою експертів, наведеними в пункті 2.3.

Перехід до кроку 6.

Крок 6. Аналіз отриманих результатів, оскільки для ЗПР даного класу може існувати кілька оптимальних рішень, то необхідно проведення співвіднесення формально отриманих рекомендацій з вимогою ЗПР на сприйнятність та надання ОПР рекомендацій щодо виконання рішення і оцінка результатів.

3.3 Вихідні дані процесу прийняття рішення за розробленим алгоритмом. Прийняття остаточного рішення

Вихідні дані процесу прийняття рішення за розробленим алгоритмом подаються у вигляді порівняльної таблиці результатів, до якої вносяться:

– отримані рішення за кожною задачею, за кожним критерієм;

– відповідні значення цільової функції;

– результати ранжування альтернатив (на 1 місце ставиться оптимальна (домінуюча) альтернатива, а далі розташовуються альтернативи, які виявлені менш переважними).

Крім того, надаються виявлені суперечності за проведеним дослідженням, наприклад, наступні:

– різні критерії вказують на різні оптимальні рішення;
– значна розбіжність в оцінках;
– несумісність рекомендацій.

За висвітленими результатами проводиться прийняття остаточного рішення. При цьому доцільно користуватися наступними правилами:

а) при узгоджених результатах здійснюється вибір альтернативи, оптимальної за більшістю критеріїв, та проводиться документування обґрунтування вибору;
б) при суперечливих результатах доцільно:
   1) провести додатковий аналіз (здійснити перевірку надійності вхідних даних, провести оцінювання адекватності критеріїв, здійснити аналіз чутливості рішення);
   2) здійснити вибір пріоритетного критерію (за умовами задачі, за рівнем ризику, за наявністю ресурсів);
   3) прийняти компромісне рішення (з модифікації альтернатив, комбінування рішень, поетапної реалізації процедури вибору).

ВИСНОВКИ

Робота присвячена проведенню дослідження з формалізації процесу прийняття рішень за досліджуваною проблемною ситуацією, розв’язання задач прийняття рішень в умовах неповної та нечіткої інформації із алгоритму послідовних дій в визначенні та розв’язанні зазначених задач, який би поєднував класичні критерії прийняття рішень з методами теорії нечітких множин.

В результаті виконання роботи мета дослідження була досягнута в повному обсязі. Кінцевим результатом вважається розроблений алгоритм, за яким надається можливість розв’язувати задачі прийняття рішення в умовах повної та часткової невизначеності та наявності нечіткої інформації.

Під час роботи був проведений аналіз існуючого стану розвитку предметної області дослідження; визначені основні підходи та методи, що застосовуються до розв’язання задач прийняття рішень. Особлива увага приділялася методам прийняття рішення, що застосовуються при розв’язанні задачі в умовах повної, часткової невизначеності та нечіткості. В процесі реалізації алгоритму процесу прийняття рішення було визначено вхідні та вихідні дані необхідні для забезпечення можливості реалізації розробленого алгоритму в програмному продукті, що дозволить автоматизувати процес прийняття рішення задач в умовах повної та часткової невизначеності та наявності нечіткої інформації.

Структурно кваліфікаційна робота складається з трьох розділів.

У першому розділі роботи наведена загальна характеристика досліджуваної проблеми, висвітлено основні теоретичні відомості, проведено розкриття понять та основних визначень теорії прийняття рішень та системного аналізу, представлено особливості основних типів невизначеностей – власне невизначеності, ризику, нечіткості, притаманних досліджуваній проблемній ситуації.

У другому розділі розкрито особливості та основні кроки використання методології дослідження та розв’язання задач прийняття рішень в умовах неповної та нечіткої інформації, представлено приклади застосування наведених методів до розв’язання практичних задач прийняття рішень.

У третьому розділі наведено опис основних етапів розробленого алгоритму здійснюваних в роботі досліджень, який дозволяє враховувати різні типи невизначеності, включаючи нечіткість вхідних даних, ситуації невизначеності та ризику.

Результати, отримані в кваліфікаційній роботі, є важливими, науково й практично обґрунтованими. Розроблений алгоритм може бути використано при дослідженні будь-яких проблемних ситуацій із наявністю інформаційної невизначеності, ризику та нечіткості.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Simon H. A. The New Science of Management Decision. New York : Harper and Row Publishers, 1960. 50 p.

2. Катренко А. В., Пасічник В. В., Пасько В. П. Теорія прийняття рішень. Підручник. Київ : Видавнича група BHV, 2009. 448 с.

3. Волошин О. Ф., Мащенко С. О. Моделі та методи прийняття рішень: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. 2-ге вид., перероб. та допов. Київ : ВПЦ «Київський університет», 2010. 336 с.

4. Волошин О. Ф., Мащенко С. О. Теорія прийняття рішень. Київ : ВПЦ «Київський університет», 2006. 304 с.

5. Файнзільберг, Л. С., Жуковська О. А., В. С. Якимчук В. С. Теорія прийняття рішень: підручник. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 250 с.

6. Сметанко О. В. Моделі та методи прийняття рішень в аналізі й аудиті : навч. посібник. Київ : Центр учбової літератури, 2017. 456 с.

7. Теорія прийняття рішень : підручник. / за заг. ред. Бутка М. П. Київ : Центр учбової літератури, 2015. 360 с.

8. Ус С. А., Коряшкіна Л. С. Моделі й методи прийняття рішень : навч. посіб. Дніпро : НГУ, 2014. 300 с.

9. Бутко М. П., Бутко І. М., Мащенко В. П. Теорія прийняття рішень та методи прийняття управлінських рішень. Київ : Либідь, 2008. 395 с.

10. Касьянов В. В. Методи оптимізації рішень в умовах невизначеності. Київ : Наукова думка, 2003. 290 с.

11. Дмитрієнко В. Д. Кравець В. О., Леонов С. Ю. Вступ до теорії і методів прийняття рішень : навч.посіб. Харків : НТУ "ХПІ", 2010. 139 с.

12. Катренко А. В., Пасічник В. В. Прийняття рішень: теорія і практика. Львів : Новий світ – 2000, 2013. 447 с.

13. Згуровський М. З., Панкратова Н. Д. Основи системного аналізу. Київ : Видавнича група BHV, 2007. 544 с.

14. Ладанюк А. П. Основи системного аналізу. Вінниця : Нова книга, 2004. 176 с.

15. Шарапов О. Д., Дербенцев В. Д., Семьонов Д. Є. Системний аналіз. Київ : КНЕУ, 2003. 154 с.

16. Buckley J. The Fuzzy Mathematics of Finance. *Fuzzy Sets & Systems*. 1987. №21. P. 15–23.

17. Шегда А. В. Прийняття управлінських рішень в умовах невизначеності та ризику. *Теоретичні та прикладні питання економіки*. 2011. Вип 26. С. 5–13.

18. Пономаренко О. І. Системні методи в економіці, менеджменті та бізнесі. Київ : Либідь, 2015. 240 с.

19. Кабаченко Д. В. Прийняття управлінських рішень в умовах невизначеності та ризику. *Економічний вісник*. 2017. № 2. С. 107–115.

20. Згуровський М. З., Зайченко Ю. П. Моделі і методи прийняття рішень в нечітких умовах. Київ : Наукова Думка, 2011. 275 с.

21. Орлів М. С. Підготовка і прийняття управлінських рішень. Київ : НАДУ, 2013. 40 с.

22. Ємець А. В. Системи підтримки рішень: сучасні тенденції розвитку. Київ : ІПРІ, 2016. 452 с.

23. Zadeh L.A. Fuzzy sets. *Information and Control*. 1965. Vol. 8, No. 3. P. 338–353.

Декларація

академічної доброчесності

здобувача ступеня вищої освіти ЗНУ

Я, Купченко Вадим Сергійович

студент 2 курсу магістратури, денної форми навчання, математичного факультету, спеціальності математика,

адреса електронної пошти vkupchenko2@gmail.com,

– підтверджую, що написана мною кваліфікаційна робота магістра на тему «Алгоритмізація процесу прийняття рішення в умовах неповної та нечіткої інформації» відповідає вимогам академічної доброчесності та не містить порушень, що визначені у ст. 42 Закону України «Про освіту», зі змістом яких ознайомлений;

– заявляю, що надана мною для перевірки електронна версія роботи є ідентичною її друкованій версії;

– згоден на перевірку моєї роботи на відповідність критеріям академічної доброчесності у будь-який спосіб, у тому числі за допомогою інтернет-системи а також на архівування моєї роботи в базі даних цієї системи.

Студент

		Купченко В. С.
(дата)	(підпис)	(прізвище, ініціали)

Науковий керівник

		Кондрат'єва Н. О.
(дата)	(підпис)	(прізвище, ініціали)